

#### Proyecto II:

El Problema de Minimizar el extremismo presente en una Población (MinExt)

Integrantes Grupo 12:
Alejandro Guerrero Cano - 2179652
Jean Paul Davalos Valencia - 1832375
Miguel Angel Escobar Velez - 2159832
Juan Manuel Perea Coronado - 1926462
Yenny Margot Rivas Tello - 2182527

Profesor: Jesús Alexander Aranda Bueno

Universidad del Valle Escuela de Ingeniería de Sistemas y Computación Análisis y Diseño de Algoritmos II 2025 - 1

# ÍNDICE

ÍNDICE	1
INTRODUCCIÓN	2
MODELO	3
PARÁMETROS	3
VARIABLES DE DECISIÓN	3
VARIABLES AUXILIARES	4
RESTRICCIONES	4
Conservación de población:	4
Cálculo de personas finales por opinión (flujo de entrada):	4
Movimientos en la misma opinión:	5
Cálculo del costo total:	5
Restricción de presupuesto:	5
Cálculo del total de movimientos disponibles:	5
Restricción de esfuerzo máximo:	5
Cálculo del extremismo final:	6
Factibilidad del modelo:	6
FUNCIÓN OBJETIVO	6
EQUIVALENCIA DE NOMENCLATURAS	6
JUSTIFICACIÓN	8
DETALLES DE IMPLEMENTACIÓN	9
ANÁLISIS DE ÁRBOLES GENERADOS	10
IMPLEMENTACIÓN EJEMPLO	10
MECANISMO BRANCH AND BOUND	12
PRUEBAS	13
BATERÍA DE PRUEBAS	13
INSTANCIAS PROPIAS	15
ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	16
CORRECTITUD	16
OPTIMALIDAD	16
COMPLEJIDAD	17
VIDEO PRESENTACIÓN	18
CONCLUSIONES	19

# INTRODUCCIÓN

En el contexto social actual, la polarización y el extremismo son fenómenos que se evidencian cada vez más en la sociedad. En algunas situaciones, generan divisiones que, a su vez, causan efectos negativos en la cohesión social y la toma de decisiones colectivas. Por lo anterior y otras razones, surge la necesidad de estudiar estrategias que permitan reducir el extremismo presente en una población, especialmente cuando los recursos para intervenir son limitados.

Este proyecto, llamado MinExt, tiene como objetivo modelar y abordar el problema de reducir el extremismo en una población utilizando técnicas de optimización. Comenzamos con una distribución inicial de opiniones, cada una con un nivel de extremismo asociado, y buscamos transformar esta distribución pasando a las personas de una opinión a otra, con el objetivo de llevar a la mayoría hacia posturas más moderadas.

Cada cambio de opinión tiene un costo, y hay restricciones tanto en el costo total máximo permitido como en el número máximo de movimientos que se pueden realizar. El problema se formula como un modelo de optimización, cuyo objetivo es minimizar una función que mide el extremismo final de la sociedad, respetando las restricciones mencionadas.

La solución se desarrolla en el lenguaje de modelamiento MiniZinc, utilizando métodos de programación entera y técnicas de solución como Branch and Bound. Además, se implementa una interfaz gráfica interactiva que permite al usuario cargar una instancia del problema, generar los archivos necesarios para el modelo, ejecutar la solución y visualizar los resultados.

Este informe presenta además, los resultados obtenidos en diversas instancias de prueba, el análisis de los árboles generados, y las conclusiones de lo realizado.

# **MODELO**

Para abordar el problema hacemos uso del modelo matemático que se nos brinda como base de la investigación o desarrollo del proyecto. Este modelo consta de parámetros, variables, restricciones y una función objetivo.

El problema MinExt se formaliza considerando una población de tamaño n dividida en m opiniones, cada una con un nivel de extremismo  $ext_i$ . Se busca determinar la cantidad de personas a mover de una opinión i a otra j, minimizando el valor global de extremismo:

$$Ext(p,v) = \sum_{i=1}^{m} pi \cdot ext_i$$

# **PARÁMETROS**

Para realizar el proceso de minimizar el extremismo, tenemos en cuenta los parámetros que permiten ejecutar dicha tarea. Para ello contamos con los siguientes elementos:

 $n \in \mathbb{N}$ : Número total de personas.

 $m \in \mathbb{N}$ : Número de posibles opiniones.

 $p_i \in [0, n]$ : Personas con opinión inicial i.

 $ext_i \in [0, n]$ : Nivel de extremismo asociado a la opinión i.

 $c_{ij} \in \mathbb{R}^+$ : Costo de mover una persona de opinión i a j.

 $ce_i \in \mathbb{R}^+$ : Costo extra si la opinión i estaba inicialmente vacía.

 $ct \in \mathbb{R}^+$ : Costo total máximo permitido.

 $maxM \in \mathbb{R}^+$ : Máximo número de movimientos permitidos.

# **VARIABLES DE DECISIÓN**

Como variable de decisión, se tiene:

 $x_{ij} \in \mathbb{N}$ : Número de personas que se moverán de la opinión i a la opinión j, las variables son enteras no negativas.

#### **VARIABLES AUXILIARES**

Se definieron las siguientes variables auxiliares para almacenar resultados obtenidos de las implementaciones:

 $f_i \in [0, n]$ : Distribución final de personas en la opinión i.

 $costo\_total \in R^+$ : Costo total calculado para la solución.

 $movimientos\_totales \in R^+$ : Número total de movimientos realizados (personas que cambiaron de opinión).

 $extremismo_final \in R^+$ : Nivel de extremismo final ponderado de la población.

#### **RESTRICCIONES**

El modelo debe cumplir con las siguientes condiciones:

### Conservación de población:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = p_i . \forall i \in \{1, ... m\}$$

No se puede mover más personas de las que inicialmente pertenecen a una opinión i.

### Cálculo de personas finales por opinión (flujo de entrada):

$$f_j = \sum_{i=1}^m x_{ij} \ \forall j \in \{1, \dots m\}$$

El número final de la personas en la opinión j es la suma de todas las que llegaron desde cualquier opinión.

#### Movimientos en la misma opinión:

$$x_{ii} \ge 0 \ \forall i \in \{1, ... m\}$$

Permite que las personas permanezcan en su opinión inicial.

#### Cálculo del costo total:

$$\sum_{\substack{i=1\\i\neq j}}^{m}\sum_{j=1}^{m}\left[c_{ij}\cdot\left(1+\frac{p_i}{n}\right)\cdot x_{ij}+\delta_{pj=0}\cdot ce_j\cdot x_{ij}\right]$$

Donde:

$$\delta_{pj=0} = \begin{cases} 1, & si \ pj = 0 \\ 0, & si \ pj > 0 \end{cases}$$

El costo incluye una parte proporcional al tamaño del grupo origen y un cargo adicional si la opinión destino está inicialmente vacía.

#### Restricción de presupuesto:

$$costo\_total \ge ct$$

El costo total no puede exceder el presupuesto máximo disponible.

# Cálculo del total de movimientos disponibles:

$$movimientos\_totales = \sum_{\substack{i=1\\1\neq j}}^{m} \sum_{j=1}^{m} |j-i| \cdot x_{ij}$$

Cada movimiento se mide por la distancia que existe entre opiniones.

#### Restricción de esfuerzo máximo:

 $movimientos\_totales \le maxM$ 

Se impone un límite sobre el esfuerzo total permitido en movimientos.

#### Cálculo del extremismo final:

$$extremismo\_final = \sum_{i=1}^{m} f_i \cdot ext_i$$

El extremismo total es la suma ponderada del extremismo de cada opinión por su cantidad final de personas.

#### Factibilidad del modelo:

$$costo\_total \ge 0$$

$$movimientos totales \ge 0$$

Estas condiciones aseguran la factibilidad del modelo, incluso en escenarios sin movimientos.

### **FUNCIÓN OBJETIVO**

El objetivo del modelo es minimizar el extremismo final de la población, el cual se calcula con base en la distribución final de personas en cada opinión. Para ello, se multiplica el número total de personas que terminan en cada opinión por su respectivo valor de extremismo  $(ext_i)$ . La suma ponderada de estos productos representa el nivel total de extremismo en la sociedad después de que se hayan realizado los movimientos permitidos.

$$min(extremismo\_final) = min\left(\sum_{i=1}^{n} f_i * ext_i\right)$$

#### **EQUIVALENCIA DE NOMENCLATURAS**

A continuación, se presenta una tabla comparativa entre los parámetros y variables utilizados en el modelo matemático del problema MinExt, y sus equivalentes empleados en la implementación con MiniZinc. Asimismo, se explica la razón detrás del cambio de nombre o notación de cada uno.

Notación Matemática	Nombre en .mzn	
n	num_personas	
m	num_opiniones	
$p_{_i}$	distribucion_inicial	
$ext_{i}$	valores_extremos	
$c_{ij}^{}$	matriz_costos	
$ce_{_i}$	costos_extra	
maxM	movimientos_maximos	
$x_{ij}$	x	
$f_{i}$	personas_finales	
extremismo_final	extremismo_final	
costo_total	costo_total	
movimientos_totales	movimientos_totales	

Tabla 1. Equivalencias de nomenclatura entre el enunciado y la implementación en MiniZinc.

Los cambios se deben a las limitaciones del lenguaje MiniZinc, donde no se permiten subíndices como en matemáticas, y a la necesidad de utilizar nombres que sean claros, legibles y válidos desde el punto de vista computacional. Además, dado que estamos trabajando con arrays y matrices, es fundamental definir los índices de manera explícita, y se prefiere una nomenclatura descriptiva para facilitar tanto el mantenimiento del código como su comprensión.

### **JUSTIFICACIÓN**

El modelo que se propone para reducir el extremismo en una población es claro, bien estructurado y flexible, permitiendo medir de manera cuantificable cómo las personas pueden cambiar de opinión bajo ciertas condiciones de costo y esfuerzo, con el fin de disminuir la polarización general.

Al incluir factores como el nivel de extremismo de cada opinión, costos extras por cambiar a opiniones que inicialmente contaban con 0 personas y límites de costos y de movimientos, el modelo se adapta a diferentes contextos. Además, su implementación a través de programación entera mixta facilita la resolución del problema con solvers, ofreciendo soluciones que son interpretables y consistentes con el objetivo del modelo. Más adelante, en las pruebas realizadas, se demostrará que puede generar resultados coherentes, factibles y eficientes, incluso en configuraciones y/o instancias variadas.

Por otro lado, el modelo también tiene algunas limitaciones importantes, como que parte de una visión donde se asume que se tiene control total sobre los cambios de opinión de las personas, sin tener en cuenta factores sociales más complejos como la resistencia individual, la influencia de los pares o la dinámica temporal de las creencias. La linealidad de la función objetivo simplifica la realidad, sin tener en cuenta los posibles efectos no lineales del extremismo en grupos pequeños pero influyentes. Además, el modelo es estático, lo que impide capturar evoluciones progresivas o escenarios secuenciales.

Como se podrá observar más adelante, a medida que aumenta el número de opiniones y personas, la complejidad del modelo puede llevar a tiempos de cómputo más extensos, dificultando su escalabilidad sin métodos de simplificación o heurísticas. A pesar de lo anterior, el modelo ofrece una base sólida para analizar el extremismo desde una perspectiva computacional y abre múltiples posibilidades para futuras extensiones.

# **DETALLES DE IMPLEMENTACIÓN**

La implementación del modelo MinExt se realizó utilizando MiniZinc, un lenguaje de modelamiento de problemas de optimización utilizado para formular y trabajar problemas con restricciones. El archivo principal del modelo se llama Proyecto.mzn.

El modelo está estructurado de tal forma que se definan los parámetros de entrada, se declaren las variables de decisión y la función objetivo, se establezcan las restricciones y, finalmente, se calcule la población final y el costo total.

Se desarrolló una interfaz gráfica de usuario (GUI) en el lenguaje de python, que permite a cualquier operario configurar y ejecutar el modelo MinExt sin necesidad de manipular archivos ni código de forma directa. Esta interfaz cumple tres propósitos clave:

**Ingreso de datos:** Permite ingresar y cargar todos los parámetros de una instancia del problema MinExt a través de archivos de texto (.txt)..

**Generación automática del archivo .dzn:** Crea el archivo de entrada para MiniZinc en el formato requerido (.dzn).

**Ejecución del modelo y visualización de resultados:** Ejecuta el modelo Proyecto.mzn sobre los datos generados (Los mencionados anteriormente) y muestra el resultado de dos formas:

**Salida Completa:** Donde muestra los resultados obtenidos completamente.

**Resultados Procesados:** Donde se muestra resultados más concretos como es el extremismo final y la matriz de movimientos.

Estas dos formas se dan de forma clara e interactiva en una ventana de texto, además de exportarlos o limpiar los resultados.

**Elección del solver a utilizar**: En la interfaz gráfica se colocó la opción para elegir que solver utilizar a la hora de ejecutar el modelo MinExt.

# **ANÁLISIS DE ÁRBOLES GENERADOS**

Al ejecutar el modelo con MiniZinc utilizando el algoritmo Branch and Bound, logramos obtener un árbol de búsqueda que representa las decisiones de asignación de movimientos entre las opiniones. Cada nodo en el árbol representa una configuración parcial del problema, y se divide según las decisiones binarias.

El árbol es podado cada vez que una configuración:

- Viola las restricciones del problema (por ejemplo, supera el costo permitido o el límite de movimientos).
- No puede superar la utilidad (o minimizar el extremismo) de una solución ya encontrada.

### IMPLEMENTACIÓN EJEMPLO

En la siguiente figura se muestra el árbol de búsqueda generado para una instancia pequeña y sencilla para ilustrar el mecanismo de resolución:

```
num_personas (n) = 6

num_opiniones (m) = 3

distribucion_inicial (p) = [3,2,1]

valores_extremismo (ext) = [0.9, 0.5, 0.1]

costos_extra (ce) = [1.0, 1.0, 2.0]

matriz_costos (c) = [[0, 3, 6], [3, 0, 5], [6, 5, 0]]

costo_maximo (ct) = 8

movimientos_maximos (maxM) = 3
```

En la solución óptima encontrada:

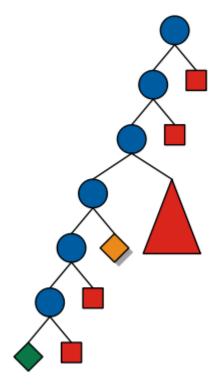


Imagen 1. Árbol de búsqueda generado del caso de ejemplo.

En este caso podemos observar las diferentes situaciones que nos planteó este pequeño ejemplo, donde obtuvimos como resultado más óptimo el siguiente:

Extremismo inicial: 3.8

Extremismo final: 3.4

Costo total: 4.5

Movimientos totales: 1

Distribución inicial: [3, 2, 1]

Distribución final: [2, 3, 1]

Movimientos realizados:

De opinión 1 a opinión 2: 1 personas

Matriz de movimientos x[i,j]: [[2, 1, 0]

[0, 2, 0] [0, 0, 1]]

#### MECANISMO BRANCH AND BOUND

El árbol de búsqueda mostrado representa cómo se exploran las distintas combinaciones posibles de asignación de movimientos. El nodo raíz contiene todas las variables con sus dominios iniciales. Desde ahí se selecciona una variable con el dominio más reducido y se determina, si abrir o no la posibilidad de mover personas desde una opinión.

Se explora una rama (izquierda) donde se hace la asignación, luego, se evalúa si vale la pena explorar la rama derecha (alternativa), comparando contra el mejor valor actual de utilidad (*extremismo\_final*), donde la utilidad es la cantidad de extremismo que se logró reducir respecto al estado inicial.

Como podemos observar en la *Imagen 1*, los colores del árbol reflejan el estado de cada nodo:

**Rombos naranjas:** Indican la solución más óptima encontrada que supera en calidad a las demás respuestas.

**Rombos verdes:** Indican las soluciones factibles encontradas (extremismo reducido, restricciones respetadas), las cuales, pese a que son buenas soluciones, no son las más óptimas.

**Cuadrados rojos:** Indican casos insatisfacibles (supera el costo, excede movimientos o genera pérdidas), esto significa que básicamente no cumplen con los criterios necesarios (restricciones).

**Triángulos rojos:** Indica el descarte de esa rama del árbol, ya que no puede mejorar la solución actual, esto debido a que su valor de la función objetivo es peor o igual que el mejor valor encontrado hasta el momento, por lo cual ya no vale la pena seguir explorando esa rama por ende se poda.

Círculos azules: Indica casos de expansión en progreso, aún sin determinar factibilidad total.

Este mecanismo permite al solver evitar la exploración innecesaria de miles de combinaciones, enfocándose solo en aquellas que potencialmente mejoran la solución actual. En esta instancia, se podaron múltiples ramas al detectar de forma temprana que no podían superar la utilidad previa.

### **PRUEBAS**

Se presenta a continuación un conjunto de resultados obtenidos mediante la ejecución del modelo, utilizando el solver COIN-BC. Las pruebas fueron aplicadas a diferentes configuraciones de instancias, variando la cantidad de personas, opiniones, y niveles iniciales de extremismo, con el objetivo de evaluar el impacto del modelo sobre el costo total y la reducción del extremismo.

Las tablas incluyen tanto una batería de pruebas que fueron suministradas por el monitor como una sección de instancias propias. Para cada prueba, se reportan los siguientes indicadores:

Personas: Número de agentes simulados.

**Opiniones:** Número de posibles opiniones o posturas consideradas.

Costo: Valor resultante de la función objetivo.

**Extremismo inicial y final:** Nivel agregado de extremismo al inicio y al final de la simulación, mostrando el efecto del modelo sobre la moderación de opiniones.

Los resultados permiten observar una tendencia general hacia la reducción del extremismo en la mayoría de los casos, con un costo asociado que varía según la configuración de la instancia. En algunos casos puntuales, como *Prueba28*, la reducción es mínima, lo cual se debe a que el número máximo de movimientos permitidos es solo 1, que impide aplicar suficientes cambios para alcanzar un nivel de moderación más significativo..

Estas simulaciones constituyen una base para el análisis de efectividad y eficiencia del modelo propuesto, y permiten visualizar su escalabilidad y adaptabilidad frente a distintos escenarios.

### **BATERÍA DE PRUEBAS**

La batería de pruebas con sus respectivos resultados es la siguiente:

Prueba	Personas	Opiniones	Costo	Extremismo inicial	Extremismo final
Prueba1	10	5	22.744	6.145	3.846
Prueba2	10	5	8.3512	7.409	4.582
Prueba3	10	5	81.2877	2.905	0.261
Prueba4	10	5	19.6488	3.844	1.06

<ul><li>4.448</li><li>9.583</li><li>0.829</li></ul>
0.829
3.54
3.654
10.353
2.12
13.339
15.977
2.686
2.729
10.099
10.496
6.6179
19.749
21.65
15.703
13.868
27.999
3.787
37.8589
14.28
11.404
93.27
27.626
48.086

Tabla 2. Resultados asociados a la batería de prueba brindada por el monitor.

# **INSTANCIAS PROPIAS**

Las instancias creadas para acompañar las pruebas con sus respectivos resultados son las siguientes:

Prueba	Personas	Opiniones	Costo	Extremismo inicial	Extremismo final
Instancia1	6	3	4.5	3.8	3.4
Instancia2	15	5	35.1206	6.989	2.34
Instancia3	40	10	12.0314	18.145	13.51
Instancia4	75	15	151.5355	34.916	13.24
Instancia5	100	20	167.8566	44.499	14.848

Tabla 3. Resultados asociados a las instancias creadas.

# **ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS**

El análisis de los resultados obtenidos en las diferentes pruebas realizadas anteriormente, nos permite evaluar la efectividad del modelo implementado, su comportamiento ante diversas configuraciones y/o instancias de entrada y sus principales características en términos de precisión, eficiencia y optimalidad. Esta revisión se basa en los datos recopilados de la batería de pruebas proporcionadas por el monitor, así como de las instancias diseñadas específicamente para evaluar la escalabilidad y robustez del modelo.

#### CORRECTITUD

Primero que nada, aunque no se incluyó en el informe, se validó la precisión del modelo al replicar el ejemplo base del enunciado. La solución proporcionada por el solver coincidió exactamente con la solución factible que esperábamos, lo que demuestra que el modelo refleja con precisión las dinámicas de transformación de opiniones que deseamos.

Además, también se validó la precisión al implementar una instancia pequeña, similar a la del enunciado del proyecto. La solución que arrojó el solver fue adecuada, logrando reducir el extremismo de 3.8 a 3.4, con un costo total de 4.5 y solo un movimiento, cumpliendo con todas las restricciones impuestas.

Por otro lado, todas las soluciones obtenidas al implementar el modelo en la batería de pruebas respetaron las restricciones, son válidas y consistentes, permitiendo concluir que el modelo es correcto tanto desde el punto de vista lógico como computacional.

#### **OPTIMALIDAD**

Se utilizaron solvers exactos; como COIN-BC; aplicando la estrategia de Branch and Bound. Esto asegura que, al alcanzar una solución óptima, se puede certificar que es la mejor dentro del espacio factible. En las las instancias analizadas, el solver logró declarar la optimalidad de la solución.

Las soluciones resultaron ser altamente competitivas, logrando una reducción significativa del extremismo, lo que indica que la calidad de los resultados se mantiene buena, incluso en condiciones más complejas; tal y como se aprecia en la *Tabla 2*. Este comportamiento evidencia que el modelo cumple eficazmente su propósito, el cuál es minimizar el extremismo de la población bajo restricciones realistas.

#### **COMPLEJIDAD**

Como se mencionó en secciones anteriores, el modelo se implementó en MiniZinc y cuenta con una interfaz en Python que facilita la carga de datos, la ejecución y la visualización de resultados. En términos de rendimiento computacional, el modelo demostró tener tiempos de ejecución bastante bajos para instancias pequeñas y medianas, logrando resultados en cuestión de segundos, incluso con 200 personas y 25 opiniones, como en la Prueba30 de la batería.

El algoritmo Branch and Bound permitió reducir significativamente el número de combinaciones exploradas mediante poda eficiente del árbol de búsqueda.

La siguiente **Tabla 4** se muestra la relación entre número de personas y tiempo de ejecución:

Prueba	n	Tiempo
5	10	182 msec
7	15	222 msec
10	20	214 msec
15	40	493 msec
18	60	139 msec
20	75	175 msec
25	100	164 msec
27	150	151 msec
30	200	252 msec

Tabla 4. Tiempos de ejecución con distintos tamaños de pruebas.

En general los tiempos de ejecución fueron cortos y sus diferencias podrían considerarse despreciables entre sí; sin embargo, estos tiempos pueden variar según el equipo donde se ejecuten y el solver usado. Los tiempos de la *Tabla 4* se obtuvieron usando el solver de COIN-BC, pero al usar otro como Gecode, estos tiempos aumentaron considerablemente desde la *Prueba 15*, con un n=40. Este aumento se presenta a medida que las pruebas aumentan de tamaño, evidenciando una buena escalabilidad para contextos medios y bajos y deja abierto el reto de mejorar el modelo para casos de gran escala.

# **VIDEO PRESENTACIÓN**

Para acceder a la video presentación, haga click sobre el siguiente enlace:



Enlace Video Presentación

Para acceder al repositorio de GitHub, haga click en el siguiente enlace:



Para acceder a la carpeta compartida de Drive, haga click en el siguiente enlace:



**Enlace Carpeta Drive** 

# **CONCLUSIONES**

La habilidad de simplificar fenómenos sociales complejos a través de modelos matemáticos es uno de los aportes más valiosos de las ciencias computacionales en la toma de decisiones. En este trabajo, se analizó el problema del extremismo ideológico en diversas poblaciones como un fenómeno que se puede estudiar desde la optimización. Aunque el extremismo tiene una variedad de causas culturales, psicológicas y contextuales, se puede modelar como un problema de redistribución que opera bajo restricciones de recursos y costos, permitiendo utilizar herramientas de programación matemática para proponer soluciones bien fundamentadas.

El modelo que hemos desarrollado aborda el problema a través de programación entera mixta, identificando con precisión los parámetros que lo componen, las variables de decisión, un conjunto riguroso de restricciones y una función objetivo que busca minimizar el extremismo en la población. Esta abstracción se implementó en MiniZinc y se resolvió utilizando un solver (COIN-BC), aplicando el algoritmo Branch and Bound para asegurar que los resultados sean óptimos.

Las pruebas realizadas demostraron que el modelo tiene la capacidad de encontrar soluciones correctas, factibles y óptimas, incluso en situaciones de diferentes niveles de complejidad. Se notó que, a pesar de enfrentar escenarios con múltiples opiniones y un aumento en la población, el sistema se mantuvo eficiente, resolviendo casos de tamaño medio en menos de un minuto.

El modelo desarrollado cuenta con un diseño robusto y flexible, lo que le permite adaptarse a situaciones reales como la creación de campañas educativas, procesos de reconciliación o el análisis de políticas públicas centradas en la cohesión social. Su estructura facilita la representación de decisiones, estrategias de diálogo entre grupos o programas para una transición ideológica segura. Aunque se han hecho algunas simplificaciones, el modelo proporciona una base sólida para análisis exploratorios y simulaciones de políticas.