LABORATORIO 4
PROBABILIDADES

Equipo:

Una tabla de madera con bordes y 100 arandelas

El objetivo de esta práctica es aprender a hallar la ecuación matemática de una ley física mediante los métodos gráficos. En distintas áreas de física, en particular en física estadística muchas leyes se describen con las ecuaciones exponenciales tipo:

$$y = Ae^{Bx}$$

Por ejemplo, las funciones de distribución

de Fermi-Dirac es $f = \dfrac{1}{1+e^{-\left[\frac{E-F}{KT}\right]}}$

de Maxwell-Boltzman es $f = ce^{-\left[\frac{E}{KT}\right]}$

de Bose-Einstein es $f = \dfrac{1}{1-e^{-\left[\frac{E-F}{KT}\right]}}$

Estas ecuaciones son exponenciales, que determinan la probabilidad de distribución de las partículas por las energías como función de la temperatura. Por ejemplo, la concentración de electrones libres n en un sólido depende de la temperatura T como $n = N_0 e^{-\left[E_g/KT\right]}$, es una ley exponencial, donde N_0 ,E_g y K son constantes.

En esta práctica del laboratorio buscamos experimentalmente la distribución de unas arandelas sobre dos líneas fijas y su dependencia del número total de arandelas disponibles en la tabla. La ecuación buscada es tipo exponencial y la tarea es hallar esta ecuación por medio del método gráfico. Utilizamos dos distintos métodos gráficos, para hallar la misma ecuación.

EXPERIMENTO

Sobre una tabla de madera se encuentran 100 arandelas y están dibujadas dos líneas paralelas. Se hace un movimiento vibratorio de la tabla con arandelas meciéndolas muy bien. El experimento consiste en contar el número de arandelas n, que tocan al azar las dos líneas de la tabla, con respecto al número total N de arandelas que se encuentran en la tabla. Disminuyendo el número total de arandelas N se disminuye el número de arandelas n que se acomodan en las líneas marcadas. Se puede decir que la probabilidad de tocar las líneas depende del número total de arandelas N. La ecuación se describe como una ley exponencial

$$N = N_0 e^{-Kt} \quad (1)$$

donde K lleva el nombre de probabilidad, t es el número del experimento y N_0 = 100 es el número total de arandelas.

Con esta misma ley $N = N_0 e^{-Kt}$ se describe la desintegración de átomos donde N es el número de átomos desintegrados, N_0 el número total de átomos, t es el tiempo y K es la probabilidad de desintegración.

Los pasos a seguir en la práctica son los siguientes: primero se calcula el número total de arandelas que deben ser 100. El primer experimento corresponde al número cero con t = 0. Se agita la tabla en forma muy amplia y se cuenta el número n de arandelas que tocan las dos líneas dibujadas. Con el mismo numero total de arandelas N_0 = 100 hay que repetir el experimento número cero, t = 0, quince veces y contar cada vez, el número de arandelas n que tocan las líneas. Después hay que calcular el valor promedio de $\bar{n}_0$; para el experimento número 0 tenemos:

$$\overline{n_0} = \frac{n_1 + n_2 + ... + n_{15}}{15}$$

Entonces el experimento numero 0, corresponde a $t = 0$, $N_0 = 100$ y al número promedio de arandelas $\overline{n_0}$ que tocaron las dos líneas marcadas.

En el siguiente paso hay que disminuir el número total de arandelas que se encuentran en la tabla hasta N_1, donde

$$N_1 = N_0 - \overline{n_0}$$

El experimento que sigue corresponde $t = 1$ y el número total de arandelas es N_1. Agitamos 15 veces la tabla y buscamos el valor promedio $\overline{n_1}$ de arandelas que tocan las líneas marcadas en la tabla como

$$\overline{n_1} = \frac{n_1 + n_2 + ... + n_{15}}{15}$$

El número promedio de arandelas que tocarán las dos líneas es $\overline{n_1}$, cuando $t = 1$ y $N = N_1$.

El siguiente experimento $t = 2$ se hace con el número total de arandelas que se calculan como

$$N_2 = N_1 - \overline{n_1}$$

y así sucesivamente hasta que se quedan diez arandelas en la tabla. Los datos experimentales se colocan en la siguiente tabla 1, ampliándola hasta el número total de experimentos, hasta que se quedan solo 10 arandelas.

Tabla 1

t	n_1	n_2		n_{15}	$\overline{n_1}$	N_i
0						100
1						

PROCEDIMIENTO

1. Con el fin de hallar la dependencia del número de arandelas en la tabla N_i con respecto al número del experimento t construimos una gráfica en el

papel milimetrado $N = f(t)$, graficando los datos experimentales de la tabla obtenida.

Si en el papel milimetrado resulta una línea curva, como se sabe, es necesario dibujar $N = f(t)$ en otra clase de papel. ¿Cuál?. ¿ Qué clase de ecuación es? La tarea de esta práctica es hallar esta ecuación $N = f(t)$ gráficamente utilizando los conocimientos obtenidos en la práctica "Construcción de gráficas".

2. La segunda tarea de la práctica es hallar la misma ecuación $N = f(t)$ pero con el otro método gráfico. Para buscar esta ecuación $N = f(t)$ realizamos los siguientes pasos:

a) En la gráfica de papel milimetrado $N = f(t)$ se indican 8 puntos cualesquiera en ordenada N_i y se buscan las pendientes de la curva en estos puntos. Para eso se toma un pequeño intervalo de la curva el cual se aproxima a una línea papel milimetrado $N = f(t)$, graficando los datos experimentales de la tabla obtenida.

Si en el papel milimetrado resulta una línea curva, como se sabe, es necesario dibujar $N = f(t)$ en otra clase de papel. ¿Cuál?. ¿ Qué clase de ecuación es? La tarea de esta práctica es hallar esta ecuación $N = f(t)$ gráficamente utilizando los conocimientos obtenidos en la práctica "Construcción de gráficas".

2. La segunda tarea de la práctica es hallar la misma ecuación $N = f(t)$ pero con el otro método gráfico. Para buscar esta ecuación $N = f(t)$ realizamos los siguientes pasos:

a) En la gráfica de papel milimetrado $N = f(t)$ se indican 8 puntos cualesquiera en ordenada N_i y se buscan las pendientes de la curva en estos puntos. Para eso se toma un pequeño intervalo de la curva el cual se aproxima a una línea recta alrededor del punto escogido N_i (se puede ver esquemáticamente en la Fig.1). La pendiente de la curva alrededor de un punto se puede hallar como la pendiente de una recta aproximada a la curva en ese punto:

$$\alpha = \frac{\Delta N}{\Delta t} \tag{2}$$

Se buscan ocho pendientes α_i en diferentes puntos de la curva, y los datos se anotan en otra tabla 2, presentando N_i y α.

b) En un papel milimetrado se grafica la pendiente α_i versus la magnitud N_i que se muestra esquemáticamente en la Fig.2. El resultado será una línea recta, por esta razón es posible hallar su pendiente K. La ecuación de una línea recta dibujada en coordenadas α vs. N con la pendiente K, es la siguiente:

$$\frac{dN}{dt} = -KN \tag{3}$$