

## Facultad de Matemática, Astronomía y Física Universidad Nacional de Córdoba



Álgebra / Álgebra II (2015) Recuperatorio primer parcial - 16/06/2015

## Nombre y Apellido:

Carrera:

Justifique todas las respuestas.

1. (30 pts.) Sea 
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 4}.$$

- a) Determinar todas las matrices  $Y \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  tales que el sistema AX = Y tenga solución.
- b) Determinar todas las soluciones reales del sistema homogéneo AX=0.
- 2. (30 pts.) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.
  - a) Si  $A, B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ , entonces  $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$ .
  - b) La matriz  $\begin{pmatrix} z & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$  es inversible, para todo  $z \in \mathbb{C}$ .
  - c) Sea V un espacio vectorial de dimensión n sobre un cuerpo F. Si U y W son subespacios de V tales que  $\dim U + \dim W = \dim V$ , entonces  $V = U \oplus W$ .
- 3. (30 pts.) Sea  $W_1$  el subespacio de  $\mathbb{R}^4$  generado por los vectores

$$(-1, -1, 1, 0), (1, -1, 0, 1), (2, 0, -1, 1),$$

y sea  $W_2$  el subespacio de  $\mathbb{R}^4$  definido por

$$W_2 = \{(x, y, x, t) : x + y + z = 0, x - t = 0\}.$$

- a) Caracterizar con ecuaciones el subespacio  $W_1$  y calcular su dimensión.
- $b)\,$  Dar una base del subespacio  $W_2$  y calcular su dimensión.
- c) Dar una base de  $W_1 + W_2$  y calcular su dimensión.
- 4. (10 pts.) Sea V un espacio vectorial sobre un cuerpo F.
  - a) Dar la definición de subespacio de V.
  - b) Dar la definición de base de V.

Ejercicio	1a	1b	2a	2b	2c	3a	3b	3c	4a	4b	Total
Evaluación											