Turno tarde **Comisión:**

Apellido y Nombre: **Nota Final:**

1. (*15 pts.*) Sea $\mathbb{K}$ un cuerpo y $A \in M_n(\mathbb{K})$. Dar la definición del determinante de A.

2. Sea $a \in \mathbb{R}$ y sea P_1 el plano perpendicular a $(-1, 1, a^2)$ que pasa por $(0, 0, -1)$. Sea P_2 el plano descripto en forma paramétrica por $P_2 = \{t(1, 0, 1) + s(0, 1, a) + (0, 0, -1) : t, s \in \mathbb{R}\}$. Sea P_3 el plano dado en forma implícita por $P_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + ay + (a - 2)z = 2\}$.

   (a) (*10 pts.*) Escribir la ecuación implícita del plano P_1.

   (b) (*10 pts.*) Escribir la ecuación implícita del plano P_2.

   (c) (*5 pts.*) Dar **todos** los valores $a \in \mathbb{R}$ para los cuales la intersección $P_1 \cap P_2 \cap P_3$ tiene exactamente un solo punto.

3. (*15 pts.*) Calcular el determinante de la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Sea $\mathbb{K}$ un cuerpo. Demostrar las siguientes afirmaciones. (Sea prolijo y escriba todo de forma completa)

   (a) (*10 pts.*) Si $A, B, C \in M_{m\times n}(\mathbb{K})$, entonces se cumple que $A + (B + C) = (A + B) + C$.

   (b) (*10 pts.*) Sea $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{K}$ un cuerpo y $\lambda \in \mathbb{K}$. Sea $I_\lambda := \lambda \cdot I_n$ con I_n la matriz identidad de tamaño $n \times n$. Demostrar que la matriz costante I_λ conmuta con todas las matrices de $M_n(\mathbb{K})$, es decir que se cumple que
$$A \cdot I_\lambda = I_\lambda \cdot A \qquad \text{para toda } A \in M_n(\mathbb{K}).$$

   (c) (*5 pts.*) Sea $A \in M_n(\mathbb{Q})$ una matriz cuadrada con coeficientes en el cuerpo de los racionales. Asumamos que existe $0 \neq V \in M_{n\times 1}(\mathbb{C})$ tal que $AV = 0$. Demostrar que existe $0 \neq W \in M_{n\times 1}(\mathbb{Q})$ tal que $AW = 0$.

5. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar su afirmación.

   (a) (*5 pts.*) Se cumple que
$$det \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 10 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 6 & 4 & 1 & -1 & 6 \\ 1 & -2 & 0 & 10 & 1 \\ 7 & 0 & -3 & 1 & 7 \end{bmatrix} = -1$$

   (b) (*5 pts.*) Si $\mathbb{K}$ es un cuerpo y $A, B \in M_n(\mathbb{K})$ son matrices tales que AB es invertible, entonces A es invertible.

   (c) (*10 pts.*) Existe una matriz $A \in M_n(\mathbb{K})$ invertible con 0 como autovalor.

1	2(a) 2(b) 2(c)	3	4(a) 4(b) 4(c)	5(a) 5(b) 5(c)