1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c
15	15	12	8	8	10	10	10	10

98 (10)

Calif.

Apellido y Nombre: Achával Bello Tomás
Comisión: 4

Algebra II - 2do Cuatrimestre 2022
Segundo Parcial (24/11/2022)- Tarde

1. (30pts) Sea $\mathbb{R}[t]_2$ el $\mathbb{R}$-espacio vectorial de polinomios de grado menor o igual que 2, y sea $T : \mathbb{R}[t]_2 \to \mathbb{R}[t]_2$ la transformación lineal dada por

$$T(p(x)) = p'(x) + 2p(x).$$

(a) Calcular el núcleo y la imagen de T.

(b) Dadas las bases $\mathcal{B}_1 = \{1+t, t+t^2, -t^2\}$ y $\mathcal{B}_2 = \{1+t, t^2+t+1, t^2+1\}$ de $\mathbb{R}[t]_2$, calcular $[T]_{\mathcal{B}_1,\mathcal{B}_2}$.

2. (20pts) Sea $T : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$ la siguiente transformación lineal:

$$T(x,y,z) = (x-y, -x+2y-z, -y+z), \qquad x,y,z \in \mathbb{C}.$$

(a) Calcular los autovalores de T y sus correspondientes autoespacios.

(b) Decidir si T es diagonalizable. En caso que lo sea, dar una base B de $\mathbb{C}^3$ tal que la matriz de T en dicha base sea diagonal.

3. (20pts) Sea $\mathbb{R}^3$ el espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$. Consideremos la función $\langle\ ,\ \rangle : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$

$$\langle (x_1,y_1,z_1),(x_2,y_2,z_2)\rangle = x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 5y_1y_2 + z_1z_2.$$

(a) Probar que $\langle\ ,\ \rangle$ es un producto interno.

(b) Dado el subespacio W generado por los vectores $\{(1,1,1),(0,1,1)\}$, encontrar una base ortogonal de W.

4. Determinar si cada una de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando en cada caso la respuesta dada.

(a) (10pt) Si una matriz $A \in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$ tiene tres autovalores distintos, entonces es diagonalizable.

(b) (10pt) Existe un isomorfismo entre $(\mathbb{R}^5)^*$ y $M_{2\times 3}(\mathbb{C})$.

(c) (10pt) Una matriz cuadrada A es inversible si y sólo si A^t lo es.

Justificar todas las respuestas