Algoritmos y Estructuras de Datos I - Año 2018 - 2do Cuatrimestre Examen Final - 27 de febrero de 2019

1. a) Derivar una definición recursiva para la función especificada por:

$$f.xs = \langle \forall as, bs : xs = as + bs : prod.as > sum.bs \rangle$$

- b) Dar una lista de 3 elementos xs que cumpla f.xs = True. Justificar.
- c) Dar otra lista de 3 elementos xs que cumpla f.xs = False. Justificar.
- 2. Considere el problema de, dado un arreglo de **números enteros**, calcular la cantidad de pares de elementos cuyo producto da 1, especificado de la siguiente manera:

```
Const N:Int, A:array[0,N) of Int; Var r:Int; \{P:N\geq 0\} S \{Q:r=\langle N\,p,q\,:0\leq p< q< N:\,A.p*A.q=1\,\rangle\}
```

- a) Calcular el resultado para A = [-1, 2, 1, -1, 1]. Justificar, enumerando todos los elementos del rango.
- b) Derivar un programa imperativo que resuelva este problema. El programa **debe recorrer una** sola vez el arreglo (sin ciclos anidados).

```
Ayuda: a * b = 1 sí y sólo sí (a = 1 \land b = 1) \lor (a = -1 \land b = -1).
```

- 3. Especificar con pre y post condición los siguientes problemas. Declarar constantes y variables. No derivar.
 - a) Dados dos arreglos A y B, ambos de $N \ge 0$ números, calcular la suma de los elementos de B que son mayores a todos los de A.
 - b) Dado un arreglo A de $N \ge 0$ números, calcular si se cumple que en todas las posiciones pares hay elementos pares y en todas las posiciones impares hay elementos impares.
- 4. (Ejercicio para libres:) Derivar un programa imperativo que satisfaga la siguiente especificación.

```
\begin{aligned} & \mathsf{Const} \ \ N : Int, A : array[0, N) \ of \ Int; \\ & \mathsf{Var} \ \ r : Bool; \\ & \{P : N \geq 0\} \\ & \mathsf{S} \\ & \{Q : r = \langle \, \forall \, i \, : 0 \leq i < N : \ A.i = i! \, \rangle \} \end{aligned}
```