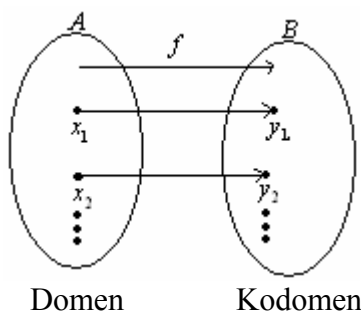


LINEARNA FUNKCIJA I NJEN GRAFIK

Neka su dati skupovi A i B . Ako svaki elemenat $x \in A$ odgovara tačno jedan elemenat $y \in B$, kažemo da se skup A preslikava u skup B . Takvo preslikavanje nazivamo funkcijom. Zapisujemo:

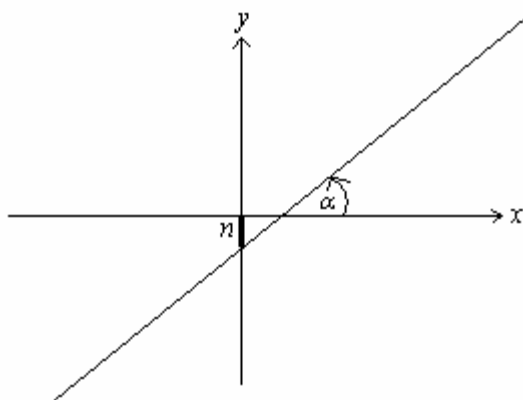
$$f : A \rightarrow B \text{ ili } y = f(x)$$



Najpoznatiji oblik linearne funkcije je: $y = kx + n$ (eksplicitni)

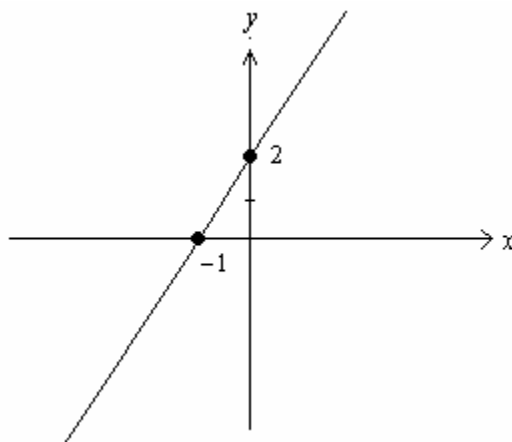
Grafik ove funkcije je prava.

k - je koeficijent pravca, odnosno $k = \tan \alpha$ gde je α - ugao koji prava gradi sa pozitivnim smerom x-ose, n - je odsečak na y-osi



Pošto je prava određena sa dve svoje tačke, grafik ucrtamo tako što u malu tablicu uzmemo 2 proizvoljne vrednosti za x , pa izračunamo y ili još bolje, $x = 0$ i $y = 0$, pa nadujemo nepoznate: $y = 2x + 2$

x	0	-1	:	za $x=0$	$2x + 2 = 0$
y	2	0		$y = 2 \cdot 0 + 2 = 2$	$x = -1$



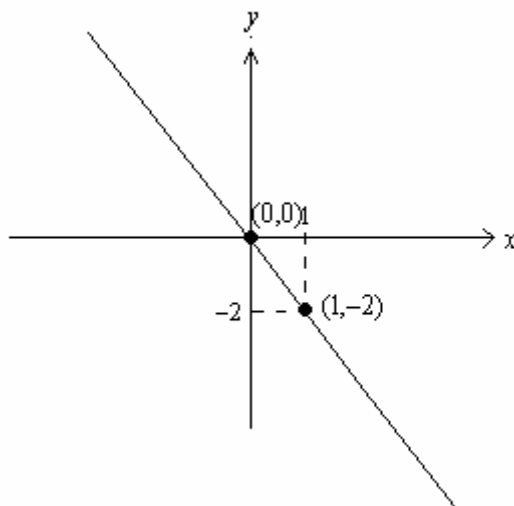
PAZI: Ako je funkcija samo $y = kx$ (bez n) onda grafik prolazi kroz koordinatni početak i moramo uzimati dve različite vrednosti za x .

Primer:

$$y = -2x$$

$$x = 0 \text{ pa je } y = 0$$

$$x = 1 \text{ pa je } y = -2$$



Kako nacrtati grafike $x = 2$ ili $y = -3$?

Važno je zapamtiti:

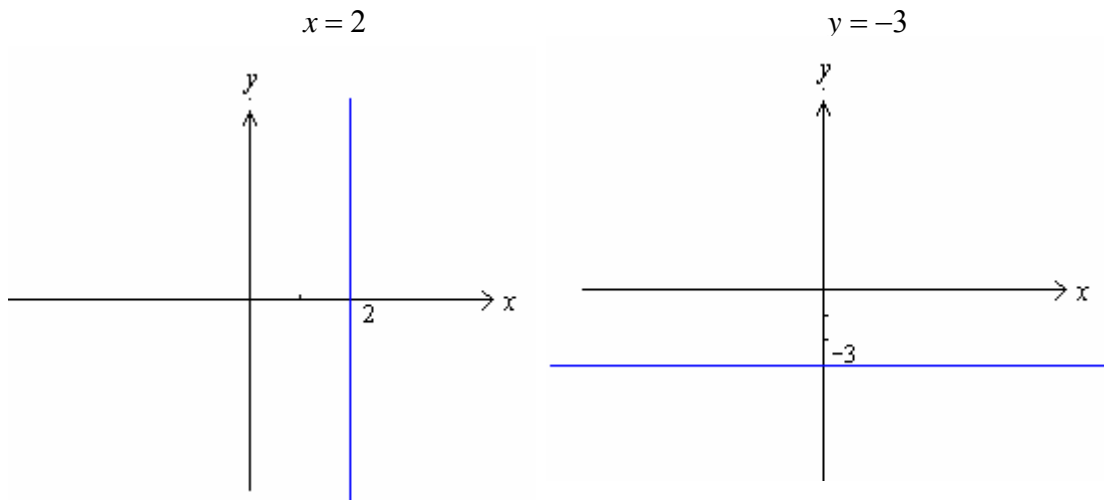
→ $y = 0$ je x -osa

→ $x = 0$ je y -osa

→ $x = a$, grafik je paralelan sa y -osom i prolazi kroz a

→ $y = b$, grafik je paralelan sa x -osom i prolazi kroz b

Dakle:

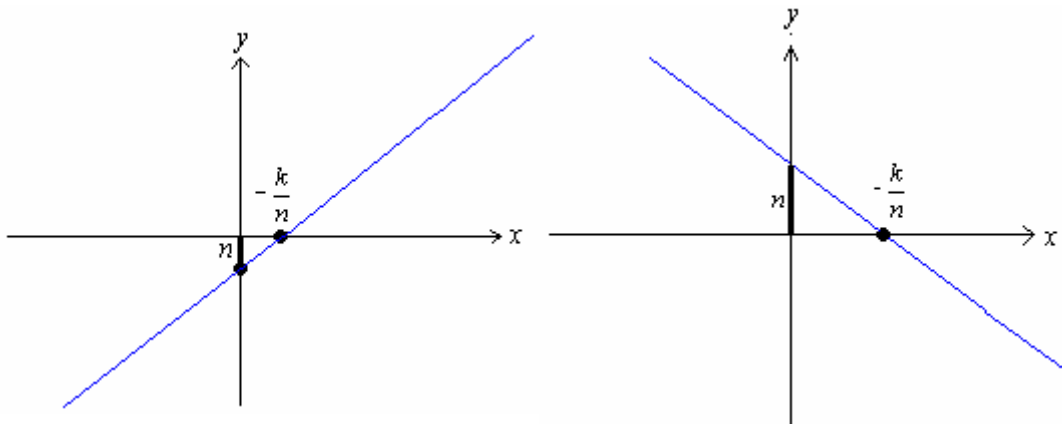


Nula Funkcije: je mesto gde grafik seče x-osu a dobija se kad stavimo $y = 0$ pa izračunamo koliko je x . $\left(x = -\frac{n}{k}\right)$ Funkcija može biti rastuća ili opadajuća. Ako je $k > 0$ funkcija je rastuća i sa pozitivnim smerom x-ose gradi oštar ugao, a ako je $k < 0$ funkcija je opadajuća i sa pozitivnim smerom x-ose gradi tup ugao.

Znak funkcije:

Funkcija je pozitivna za $y > 0$ tj. $kx + n > 0$ i grafik je iznad x-ose.

Funkcija je negativna za $y < 0$ tj. $kx + n < 0$ i grafik je ispod x-ose



Rastuća

Opadajuća

$$\begin{aligned}
 y = 0 & \text{ za } x = -\frac{k}{n} \\
 y > 0 & \text{ za } x \in \left(-\frac{k}{n}, \infty\right) \\
 y < 0 & \text{ za } x \in \left(-\infty, -\frac{k}{n}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y = 0 & \text{ za } x = -\frac{k}{n} \\
 y > 0 & \text{ za } x \in \left(-\infty, -\frac{k}{n}\right) \\
 y < 0 & \text{ za } x \in \left(-\frac{k}{n}, \infty\right)
 \end{aligned}$$

Ako se u zadatku kaže da grafik prolazi kroz neku tačku (x_0, y_0) onda koordinate te tačke smemo da zamenimo umesto x i y u datoj jednačini $y = kx + n$

Dakle: $y_0 = kx_0 + n$

Dva grafika $y = kx_1 + n_1$ i $y = kx_2 + n_2$ će biti paralelna ako je $k_1 = k_2$, a normalna ako je $k_1 \cdot k_2 = -1$.

Dakle: - uslov paralelnosti je $k_1 = k_2$
 - uslov normalnosti je $k_1 \cdot k_2 = -1$

Da nas ne zbuni: Prava može biti zadata i u drugim oblicima:

$$ax + by + c = 0 \quad \text{ili} \quad \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1$$

Mi ovde izrazimo y (ipsilon) i "pročitamo" k i n :

$$ax + by + c = 0$$

$$by = -ax - c$$

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

pa je: $k = -\frac{a}{b}, n = -\frac{c}{b}$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 / \cdot ab$$

$$bx + ay = ab$$

$$ay = -bx + ab / : a$$

$$y = -\frac{b}{a}x + b$$

pa je: $k = -\frac{a}{b}, n = b$

1) Proučiti promene i grafički prikazi funkcije:

a) $y = \frac{1}{2}x - 1$

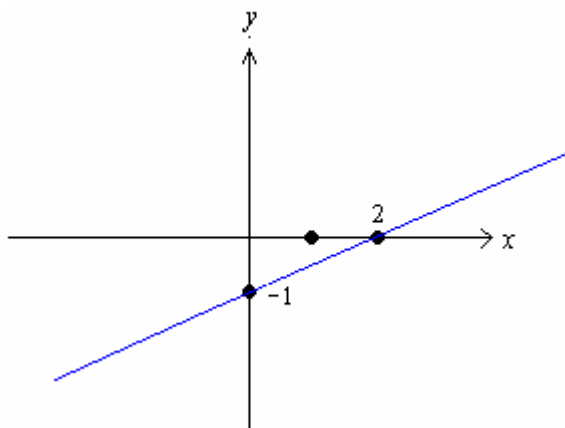
b) $y = -2x + 4$

a) $y = \frac{1}{2}x - 1$

za $x = 0 \Rightarrow y = 0 - 1 = -1$

za $y = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x - 1 = 0 \Rightarrow x = 2$

x	0	2
y	-1	0



1. Oblast definisanosti: $x \in \mathbb{R}$

2. Nula finkcija: $x = 2$

3. Znak: $y > 0$ za $x \in (2, \infty)$
 $y < 0$ za $x \in (-\infty, 2)$

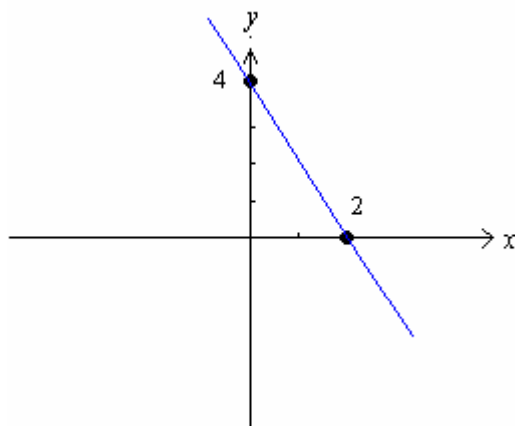
4. Monotonost: Funkcija je rastuća jer je $k = \frac{1}{2} > 0$

b) $y = -2x + 4$

za $x = 0 \Rightarrow y = 0 + 4 = 4$

za $y = 0 \Rightarrow -2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$

x	0	2
y	4	0



1. Oblast definisanosti: $x \in \mathbb{R}$
2. Nula funkcije: $x = 2$
3. Znak: $y > 0$ za $x \in (-\infty, 2)$
 $y < 0$ za $x \in (2, \infty)$
4. Monotonost: funkcija je opadajuća jer $k = -2 < 0$

5) U skupu funkcija $y = (a-4)x - (3a-10)$. (a realan parametar), odrediti parametar **a** tako da tačka $M(1,2)$ pripada grafiku funkcije. Za nadjenu vrednost parametra **a** ispitati funkciju i skicirati njen grafik.

$$y = (a-4)x - (3a-10)$$

$$2 = (a-4) \cdot 1 - (3a-10)$$

$$2 = a - 4 - 3a + 10$$

$$2 = -2a + 6$$

$$2a = 6 - 2$$

$$2a = 4$$

$$a = 2$$

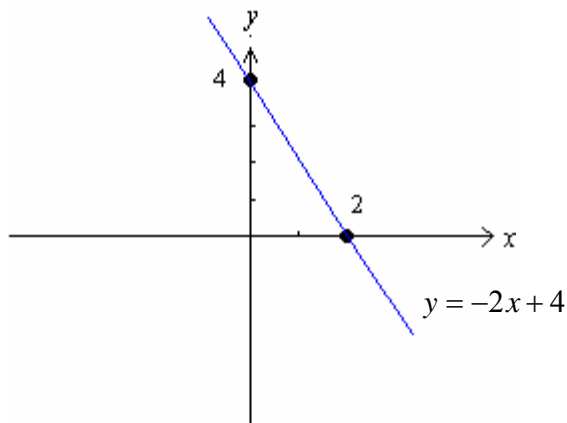
$$y = (2-4)x - (3 \cdot 2 - 10)$$

$$y = -2x - (-4)$$

$$y = -2x + 4$$

$M(1,2)$ tačka pripada grafiku pa njene koordinate

Stavljamo umesto x i y . $x = 1$ i $y = 2$



x	0	2
y	4	0

6) U skupu funkcija $f(x) = (a-2)x - 2a + 3$, odrediti parameter **a** tako da grafik funkcije odseca na y-osi odsečak dužine 5.

$$f(x) = (a-2)x - 2a + 3$$
$$y = kx + n$$

Pošto je n -odsečak na y-osi, a ovde je $n = -2a + 3$, to mora biti:

$$-2a + 3 = 5$$
$$-2a = 5 - 3$$
$$-2a = 2$$
$$a = -1$$

7) Date su familije funkcija $y = (2m-5)x + 7$ i $y = (10-m)x - 3$ Za koje su vrednosti parametra **m** grafici ovih funkcija paralelni?

$$y = (2m-5)x + 7 \Rightarrow k = 2m-5$$
$$y = (10-m)x - 3 \Rightarrow k = 10-m$$

uslov paralelnosti je da imaju iste **k**. Dakle:

$$2m-5 = 10-m$$
$$2m+m = 10+5$$
$$3m = 15$$
$$m = \frac{15}{3}$$
$$m = 5$$

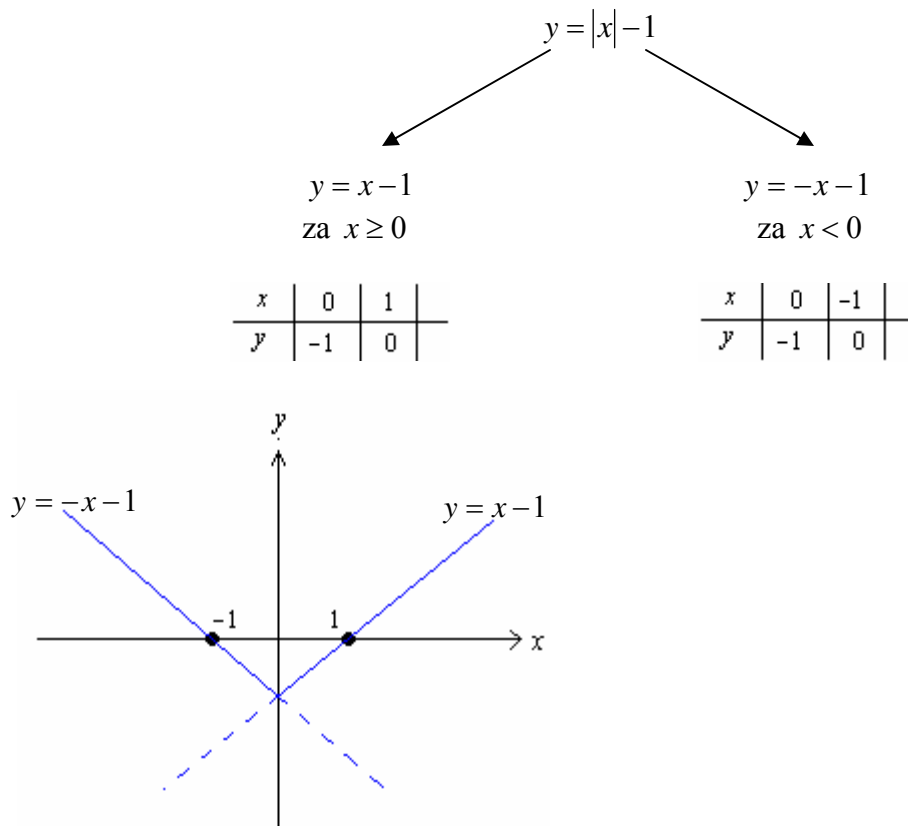
8) Nacrtati grafik funkcije

$$y = |x| - 1$$

Najpre definišemo apsolutnu vrednost:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

Dakle, treba nacrtati dva grafika



Kako grafik $y = x - 1$ važi samo za $x \geq 0$ njegov deo (isprekidano) za $x < 0$ nam ne treba. Kako grafik $y = -x - 1$ važi za $x < 0$ i njegov isprekidani deo nam ne treba.

9) Dat je skup funkcija $y = (4m)x - (3m - 2)$, (m realan broj)

a) Odrediti m tako da funkcija ima nula $x = 2$

b) Za nadjenu vrednost m ispitati promene i konstruisati grafik funkcije.

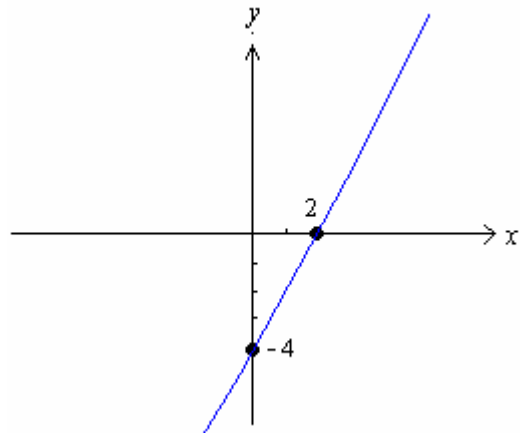
$$y = (4m - 6)x - (3m - 2)$$

$$\begin{aligned} \text{a) } x = 2 \text{ za } y = 0 &\Rightarrow (4m - 6) \cdot 2 - (3m - 2) = 0 \\ &8m - 12 - 3m + 2 = 0 \\ &5m - 10 = 0 \\ &m = 2 \end{aligned}$$

$$y = (4 \cdot 2 - 6)x - (3 \cdot 2 - 2)$$

$$y = 2x - 4$$

x	0	2
y	-4	0



10) Dat je skup funkcija $y = (k - 2)x - (k - 1)$, gde je k realan parametar. Odrediti parametar k tako da njen grafik bude paralelan sa grafikom funkcije $y = 2x - 6$. Za dobijenu vrednost k , ispisati funkciju i konstruisati njen grafik.

$$y = (k - 2)x - (k - 1)$$

$$y = 2x - 6$$

$$k - 2 = 2$$

$$k = 4$$

$$y = (4 - 2)x - (4 - 1)$$

$$y = 2x - 3$$

x	0	$\frac{3}{2}$
y	-3	0

