2. Решить систему по формулам Крамера и сделать проверку:

$$\left.\begin{aligned} x_1 - 2x_2 - x_3 &= -2, \\ 2x_1 - x_2 \qquad &= -1, \\ x_2 \qquad + x_3 &= -2. \end{aligned}\right\}$$

3. Решить систему методом Жордана — Гаусса и сделать проверку:

$$\left.\begin{aligned} x_1 - 4x_2 + 3x_3 &= -22, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 12, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 &= 0. \end{aligned}\right\}$$

1.5. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ К ГЛ. 1

ИДЗ-1.1

1. Для данного определителя Δ найти миноры и алгебраические дополнения элементов a_{i2}, a_{3j}. Вычислить определитель Δ: а) разложив его по элементам i-й строки; б) разложив его по элементам j-го столбца; в) получив предварительно нули в i-й строке.

1.1. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$, $i=4$, $j=1$.

1.2. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$, $i=3$, $j=3$.

1.3. $\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$, $i=4$, $j=1$.

1.4. $\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$, $i=1$, $j=3$.

1.5. $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$, $i=2$, $j=4$.

1.6. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$, $i=1$, $j=2$.

1.7. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$, $i=2$, $j=3$.

1.8. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$, $i=3$, $j=1$.

1.9. $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$, $i=4,\ j=3.$

1.10. $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$, $i=4,\ j=2.$

1.11. $\begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$, $i=3,\ j=4.$

1.12. $\begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$, $i=1,\ j=2.$

1.13. $\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$, $i=1,\ j=4.$

1.14. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$, $i=2,\ j=4.$

1.15. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$, $i=1,\ j=3.$

1.16. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$, $i=3,\ j=2.$

1.17. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$, $i=3,\ j=1.$

1.18. $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$, $i=2,\ j=4.$

1.19. $\begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$, $i=2,\ j=3.$

1.20. $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $i=4,\ j=3.$

1.21. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $i=1,\ j=2.$

1.22. $\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, $i=3,\ j=2.$

1.23. $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$, $i=4,\ j=4.$

1.24. $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$, $i=3,\ j=2.$

1.25. $\begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$, $i=2,\ j=3.$

1.26. $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$, $i=4,\ j=1.$

1.27. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix}$, $i=3,\ j=4.$

1.28. $\begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$, $i=1,\ j=2.$

1.29. $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$, $i=4,\ j=4.$

1.30. $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$, $i=2,\ j=2.$

2. Даны две матрицы A и B. Найти: а) AB; б) BA; в) A^{-1}; г) AA^{-1}; д) $A^{-1}A$.

2.1. $A=\begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

2.2. $A=\begin{bmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}$.

2.3. $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$.

2.4. $A=\begin{bmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$.

2.5. $A=\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}.$

2.6. $A=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$

2.7. $A=\begin{bmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{bmatrix}.$

2.8. $A=\begin{bmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad B=\begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{bmatrix}.$

2.9. $A=\begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$

2.10. $A=\begin{bmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$

2.11. $A=\begin{bmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{bmatrix}, \quad B=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$

2.12. $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{bmatrix}.$

2.13. $A=\begin{bmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{bmatrix}.$

2.14. $A=\begin{bmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$

$$\textbf{2.15.}\ A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 5\\ 3 & 0 & 6\\ 4 & 3 & 4\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 3\\ 1 & -2 & -1\end{bmatrix}.$$

$$\textbf{2.16.}\ A=\begin{bmatrix}5 & 4 & 2\\ 1 & 2 & 4\\ 3 & 0 & 5\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}5 & 4 & -5\\ 3 & -7 & 1\\ 1 & 2 & 2\end{bmatrix}.$$

$$\textbf{2.17.}\ A=\begin{bmatrix}3 & 1 & 0\\ 4 & 3 & 2\\ 2 & 2 & -7\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}2 & 7 & 0\\ 5 & 3 & 1\\ 1 & -6 & 1\end{bmatrix}.$$

$$\textbf{2.18.}\ A=\begin{bmatrix}8 & -1 & -1\\ 5 & -5 & -1\\ 10 & 3 & 2\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}3 & 2 & 5\\ 3 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 2\end{bmatrix}.$$

$$\textbf{2.19.}\ A=\begin{bmatrix}3 & -7 & 2\\ 1 & -8 & 3\\ 4 & -2 & 3\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}0 & 5 & -3\\ 2 & 4 & 1\\ 2 & 1 & -5\end{bmatrix}.$$

$$\textbf{2.20.}\ A=\begin{bmatrix}3 & -1 & 0\\ 3 & 5 & 1\\ 4 & -7 & 5\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 2\\ 1 & -8 & 5\\ 3 & 0 & 2\end{bmatrix}.$$

$$\textbf{2.21.}\ A=\begin{bmatrix}2 & -1 & -4\\ 4 & -9 & 3\\ 2 & -7 & -1\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0 & 0 & -4\\ 5 & -6 & 4\\ 7 & -4 & 1\end{bmatrix}.$$

$$\textbf{2.22.}\ A=\begin{bmatrix}8 & 5 & -1\\ 1 & 5 & 3\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}4 & -7 & -6\\ 3 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}.$$

$$\textbf{2.23.}\ A=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & -4 & 1\\ 4 & -3 & 1\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1 & 0 & -4\\ 2 & 5 & -3\\ 4 & -3 & 2\end{bmatrix}.$$

$$\textbf{2.24.}\ A=\begin{bmatrix}5 & -8 & -4\\ 7 & 0 & -5\\ 4 & 1 & 0\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1 & 5 & 5\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & -1 & -3\end{bmatrix}.$$

$$\textbf{2.25.}\ A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 4\\ 3 & -5 & 3\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}7 & 5 & 1\\ 5 & 3 & -1\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix}.$$

2.26. $A=\begin{bmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

2.27. $A=\begin{bmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

2.28. $A=\begin{bmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.

2.29. $A=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$.

2.30. $A=\begin{bmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.

Решение типового варианта

1. Для данного определителя

$$\Delta_4=\begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

найти миноры и алгебраические дополнения элементов a_{12}, a_{32}. Вычислить определитель Δ_4: а) разложив его по элементам первой строки; б) разложив его по элементам второго столбца; в) получив предварительно нули в первой строке.

▶ Находим:

$$M_{12}=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix}=-8-16+6+12+$$
$$+4-16=-18,$$

$$M_{32}=\begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix}=-12+12-12-8=-20.$$

Алгебраические дополнения элементов a_{12} и a_{32} соответственно равны:

$$A_{12}=(-1)^{1+2}M_{12}=-(-18)=18,$$
$$A_{32}=(-1)^{3+2}M_{32}=-(-20)=20.$$

а) Вычислим

$$\Delta_4=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+a_{13}A_{13}+a_{14}A_{14}=$$

$$=-3\begin{vmatrix}-2 & 1 & 4\\ 0 & -1 & 2\\ 1 & -1 & 4\end{vmatrix}-2\begin{vmatrix}2 & 1 & 4\\ 4 & -1 & 2\\ 3 & -1 & 4\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}2 & -2 & 4\\ 4 & 0 & 2\\ 3 & 1 & 4\end{vmatrix}=$$

$$=-3(8+2+4-4)-2(-8-16+6+12+4-16)+$$
$$+(16-12-4+32)=38;$$

б) Разложим определитель по элементам второго столбца:

$$\Delta_4=-2\begin{vmatrix}2 & 1 & 4\\ 4 & -1 & 2\\ 3 & -1 & 4\end{vmatrix}-2\begin{vmatrix}-3 & 1 & 0\\ 4 & -1 & 2\\ 3 & -1 & 4\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}-3 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 4\\ 4 & -1 & 2\end{vmatrix}=$$

$$=-2(-8+6-16+12+4-16)-2(12+6-$$
$$-6-16)+(-6+16-12-4)=38;$$

в) Вычислим Δ_4, получив предварительно нули в первой строке. Используем свойство 10 определителей (см. § 1.1). Умножим третий столбец определителя на 3 и прибавим к первому, затем умножим на -2 и прибавим ко второму. Тогда в первой строке все элементы, кроме одного, будут нулями. Разложим полученный таким образом определитель по элементам первой строки и вычислим его:

$$\Delta_4=\begin{vmatrix}-3 & 2 & 1 & 0\\ 2 & -2 & 1 & 4\\ 4 & 0 & -1 & 2\\ 3 & 1 & -1 & 4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 5 & -4 & 1 & 4\\ 1 & 2 & -1 & 2\\ 0 & 3 & -1 & 4\end{vmatrix}=$$

$$=\begin{vmatrix}5 & -4 & 4\\ 1 & 2 & 2\\ 0 & 3 & 4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0 & -14 & -6\\ 1 & 2 & 2\\ 0 & 3 & 4\end{vmatrix}=$$

$$=-(-56+18)=38.$$

В определителе третьего порядка получили нули в первом столбце по свойству 10 определителей. ◀

2. Даны две матрицы:

$$A=\begin{bmatrix}-4 & 0 & 1\\ 2 & -1 & 3\\ 3 & 2 & 2\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1 & 2 & -3\\ 2 & 0 & 1\\ -2 & 1 & 3\end{bmatrix}.$$

Найти: а) AB; б) BA; в) A^{-1}; г) AA^{-1}; д) $A^{-1}A$.

▶ а) Произведение AB имеет смысл, так как число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B. Находим матрицу $C=AB$, элементы которой $c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+a_{i3}b_{3j}+\dots+a_{in}b_{nj}$. Имеем:

$$C=AB=\begin{bmatrix}-4 & 0 & 1\\ 2 & -1 & 3\\ 3 & 2 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2 & -3\\ 2 & 0 & 1\\ -2 & 1 & 3\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}-4+0-2 & -8+0+1 & 12+0+3\\ 2-2-6 & 4+0+3 & -6-1+9\\ 3+4-4 & 6+0+2 & -9+2+6\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}-6 & -7 & 15\\ -6 & 7 & 2\\ 3 & 8 & -1\end{bmatrix};$$

б) Вычислим

$$BA=\begin{bmatrix}1 & 2 & -3\\ 2 & 0 & 1\\ -2 & 1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4 & 0 & 1\\ 2 & -1 & 3\\ 3 & 2 & 2\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}-4+4-9 & 0-2-6 & 1+6-6\\ -8+0+3 & 0+0+2 & 2+0+2\\ 8+2+9 & 0-1+6 & -2+3+6\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}-9 & -8 & 1\\ -5 & 2 & 4\\ 19 & 5 & 7\end{bmatrix}.$$

Очевидно, что $AB\neq BA$;

в) Обратная матрица A^{-1} матрицы A имеет вид (см. формулу (1.11))

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix},$$

где

$$\det A = \begin{vmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 8 + 4 + 3 + 24 = 39 \neq 0,$$

т. е. матрица A — невырожденная, и, значит, существует матрица A^{-1}. Находим:

$$A_{11} = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -8, \quad A_{21} = -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 2,$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1,$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 5, \quad A_{22} = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -11,$$

$$A_{32} = -\begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 14,$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 7, \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8,$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 4.$$

Тогда

$$A^{-1} = \frac{1}{39}\begin{bmatrix} -8 & 2 & 1 \\ 5 & -11 & 14 \\ 7 & 8 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{8}{39} & -\frac{2}{39} & \frac{1}{39} \\ -\frac{5}{39} & -\frac{11}{39} & \frac{14}{39} \\ \frac{7}{39} & \frac{8}{39} & \frac{4}{39} \end{bmatrix};$$

г) Имеем:

$$AA^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\frac{8}{39} & \frac{2}{39} & \frac{1}{39} \\ \frac{5}{39} & -\frac{11}{39} & \frac{14}{39} \\ \frac{7}{39} & \frac{8}{39} & \frac{4}{39} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = E;$$