

ЗАДАНИЕ 1

Найти производную функции по определению.

Вариант 1. $y = x^2 - 5x$;

Вариант 16. $y = 3x^2 - 4$;

Вариант 2. $y = 1 - x^2$;

Вариант 17. $y = 2x^2 + 3x$;

Вариант 3. $y = x^2 + 3x + 5$;

Вариант 18. $y = x^2 - 5x + 1$;

Вариант 4. $y = x^2 + 4x - 1$;

Вариант 19. $y = x^2 - 4x + 2$;

Вариант 5. $y = 2x^2 - 6x + 4$;

Вариант 20. $y = 7x + x^2$;

Вариант 6. $y = 4x - x^2 + 1$;

Вариант 21. $y = x^2 + 5$;

Вариант 7. $y = x^2 + 5x + 1$;

Вариант 22. $y = 2 - 2x - x^2$;

Вариант 8. $y = 4x^2 + 3x + 1$;

Вариант 23. $y = 2x^2 + 7$;

Вариант 9. $y = x^2 + 8x - 2$;

Вариант 24. $y = 2x^2 - 4x$;

Вариант 10. $y = 2x - 3 + x^2$;

Вариант 25. $y = x^2 + 11x$;

Вариант 11. $y = x + 5x^2$;

Вариант 26. $y = 2x - x^2$;

Вариант 12. $y = x^2 + 4x - 8$;

Вариант 27. $y = 3 - 2x^2$;

Вариант 13. $y = 3 - 7x + x^2$;

Вариант 28. $y = 2x^2 + 4x - 1$;

Вариант 14. $y = x^2 - 12x$;

Вариант 29. $y = -x^2 - 6x + 7$;

Вариант 15. $y = 2 - 2x - 2x^2$;

Вариант 30. $y = 3x^2 - 3x - 3$;

Вариант 31. $y = 2x^2 - 6x + 4$;

Вариант 32. $y = 7x + x^2$;

ЗАДАНИЕ 2

Найти указанные производные и дифференциалы.

Вариант 1.

1. Найти указанные производные:

а) $y = e^{3x^2} \sin x$;

б) $y = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{2}} + \operatorname{tg} \alpha$;

в) $y = \arcsin \sqrt{1+x^2-x} + 5^{\operatorname{tg} x}$;

г) $y = \sin \frac{\sqrt[4]{x}}{3} + \frac{x^2}{(1+x)^3} - \ln 7$;

д) $y = \operatorname{ctg} (\log_2 \operatorname{arctg} \sqrt{x})$.

2. Найти производные неявно заданных функций:

а) $y = \cos(x+y)$;

б) $\cos(x^2+y^2) - 3x + 2y = 0$.

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

а) $\begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 - t; \\ y = t + \frac{1}{t}; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x = 3 \cos^3 t; \\ y = 2 \sin^3 t. \end{cases}$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

а) $y = (\cos x)^{\sqrt{x}}$;

б) $y = \frac{e^{2x} \sin 3x \sqrt{x}}{\operatorname{arctg} x}$.

5. Найти дифференциалы:

а) $y = e^{-2x} \sin x$;

б) $y = 3^{\frac{1}{x}} + 6^{\sqrt{x}}$.

6. Найти производную второго порядка:

а) $y = \arcsin^2 3x$;

б) $y = \ln^3 x$.

Вариант 2.

1. Найти указанные производные:

а) $y = \frac{1}{\operatorname{arctg} e^{-2x}}$;

б) $y = 2^{\arcsin \frac{3}{x}} + \sqrt{2}$;

в) $y = \sqrt[4]{\sin \frac{x}{9} + \frac{x^2-x}{\cos x}} + \sin 45^\circ$;

г) $y = \operatorname{arctg} e^{x^2+x} + 4^{\operatorname{tg} x} \sqrt[5]{x^3}$;

д) $y = \ln \left(10 + \log_{\frac{1}{3}} \cos \sqrt{\frac{3-x}{5}} \right)$.

2. Найти производные неявно заданных функций:

а) $\ln y + \frac{x}{y} = c$;

б) $(7x-y)^{\frac{3}{5}} + x^2 y = 0$.

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

а) $\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}; \\ y = \arcsin t; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x = \cos^2 t; \\ y = \sin^2 t. \end{cases}$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$a) y = (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{x}};$$

$$б) y = \frac{\sqrt{x+2}(3-x)^4}{(x+5)^5}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$a) y = e^{\sin x};$$

$$б) y = \frac{1}{(x+1)^2}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$a) y = (2x^2 + 1)x;$$

$$б) y = \arcsin \sqrt{x}.$$

Вариант 3.

1. Найти указанные производные:

$$a) y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos x} (3x - x^3)^5;$$

$$б) y = \arccos \frac{1}{\sqrt{x}} + \cos \alpha;$$

$$в) y = \frac{x^2 + 4}{x^3 - x} + \sqrt[3]{(1 + x^5)^7} + 4;$$

$$г) y = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{x^2} + 3^x \cos 2x;$$

$$д) y = \cos \left(\ln \sqrt[3]{\operatorname{tg} e^{2x}} \right).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$a) x^3 + y^3 + \cos(3x + 2y) = 0;$$

$$б) y \ln x - x \ln y = x + y.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$a) \begin{cases} x = e^t \cos t; \\ y = e^t \sin t; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = 3t^3 + t; \\ y = t^4. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$a) y = (\operatorname{ctg} 3x)^{\frac{1}{x}};$$

$$б) y = (\sqrt{x+1})^{\arcsin x}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$a) y = e^{\cos 2x};$$

$$б) y = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2 x}} + \ln \operatorname{tg} x.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$a) y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2});$$

$$б) y = \sin(x + \sqrt{a^2 + x^2}).$$

Вариант 4.

1. Найти указанные производные:

$$a) y = e^{-x^2} \cos^3(2x + 3);$$

$$б) y = \operatorname{tg} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\cos \frac{\pi}{6}};$$

$$в) y = \arcsin \sqrt{1 + \cos \frac{x+3}{4}};$$

$$г) y = \cos \sqrt[4]{2x} + 3^x \lg(x - x^2) + 3^{-5};$$

$$д) y = \operatorname{arctg} x^3 + \sqrt[7]{\left(\frac{x^4}{1-x^2}\right)^8}.$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$a) \sin(2x - 3y) + x^2 - 5y = 6;$$

$$б) xy = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$а) \begin{cases} x = \sqrt[3]{1+2t}; \\ y = t^3 + 6t; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = \cos^3 t + 1; \\ y = \sin^3 t + 2. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$а) y = x^{\lg x};$$

$$б) y = (1 - \sin 5x)^{\sqrt{3x}}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$а) y = \ln^3 x;$$

$$б) y = \sqrt[3]{3x \cos \frac{x}{3}}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$а) y = (3x - 2)5^{-\frac{x}{3}};$$

$$б) y = x^5 \ln x.$$

Вариант 5.

1. Найти указанные производные:

$$а) y = \ln^5 \operatorname{arctg}(2^x + 1);$$

$$б) y = \sqrt[4]{(1 + xe^{\sqrt{x}})^3};$$

$$в) y = \frac{\sin x}{x} - (3 + \sqrt{x})^5 + e^{-2};$$

$$г) y = \ln(\arcsin 2^{x^2+1});$$

$$д) y = 3^{\operatorname{ctg} \sqrt[4]{x}} + \operatorname{tg}(\log_2 x).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$а) x^2 y + \arcsin \frac{x}{y} = 0;$$

$$б) x^3 y + e^{2x+y} = 7;$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$а) \begin{cases} x = t \sin t; \\ y = t \cos t; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = 2t - t^2; \\ y = 3t - t^3. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$а) y = (\cos x)^{\frac{1}{x}};$$

$$б) y = (x^3 + 4)^{\operatorname{tg} x}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$а) y = \sqrt{x-1} \ln(x-1);$$

$$б) y = \arccos 2^{\sqrt[3]{x}}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$а) y = e^{-2x} \cos 3x;$$

$$б) y = e^{x^3}.$$

Вариант 6.

1. Найти указанные производные:

$$а) y = \ln \operatorname{tg} \frac{2x+1}{4} + \operatorname{tg} \frac{1}{4};$$

$$б) y = 2^{\operatorname{arctg} x} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \sin^3 \frac{1}{x};$$

$$в) y = \operatorname{arctg} 2^{\frac{1}{x}} + \log_3(\operatorname{tg} 2x);$$

$$г) y = 2 \ln(x^2 - \sqrt{x}) + \frac{x^3}{2x^2 - 4} + \ln 5;$$

$$д) y = \sqrt[4]{\left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x+1}{x}\right)^5}.$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$а) x^2 \sin xy + y^3 \cos x = 2;$$

$$б) x^2 y^3 + (x+y)^4 = 0.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\text{a) } \begin{cases} x = \arccos t; \\ y = \frac{1}{t^2}; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = t - \sin t; \\ y = \cos^2 \frac{t}{2}. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$\text{a) } y = (x^4 + 1)^{\operatorname{ctg} x};$$

$$\text{б) } y = (\arcsin x)^x.$$

5. Найти дифференциалы:

$$\text{a) } y = \ln \sin 2x;$$

$$\text{б) } y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$\text{a) } y = e^{7x^3} \cos 3x;$$

$$\text{б) } y = (\arcsin x)^x.$$

Вариант 7.

1. Найти указанные производные:

$$\text{a) } y = 3^{\operatorname{arctg} x^2} + \operatorname{arctg} 3;$$

$$\text{б) } y = \frac{\sin^2 x}{2 + 3 \ln \cos x};$$

$$\text{в) } y = \arcsin \sqrt{1 + x^2 - x} + 5^{\operatorname{tg} x};$$

$$\text{г) } y = \sin \frac{\sqrt[4]{x}}{3} + \frac{x^2}{(1+x)^3} - \ln 7;$$

$$\text{д) } y = \operatorname{ctg} (\log_2 \operatorname{arctg} \sqrt{x}).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$\text{a) } y^2 x = 2^x;$$

$$\text{б) } \cos(x^2 + y^2) - 3x + 2y = 0.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\text{a) } \begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 - t; \\ y = t + \frac{1}{t}; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \arccos t; \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$\text{a) } y = (\operatorname{ctg} x)^{x-x^2};$$

$$\text{б) } y = (\cos x)^{\sqrt{x}}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$\text{a) } y = \cos^3 2x;$$

$$\text{б) } y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3-x}{x-2}}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$\text{a) } y = (3 - x^2) \ln^2 x;$$

$$\text{б) } y = \ln^3 x.$$

Вариант 8.

1. Найти указанные производные:

$$\text{a) } y = \operatorname{ctg} x \operatorname{tg} \ln(x^3 + x);$$

$$\text{б) } y = \ln \left(x - \arcsin \frac{1}{x} \right);$$

$$\text{в) } y = \ln \left(10 + \log_{\frac{1}{3}} \cos \sqrt{\frac{3+x}{5}} \right);$$

$$\text{г) } y = \sqrt[4]{\sin \frac{x}{9}} + \frac{x^2 - x}{\cos x} + \sin \frac{\pi}{4};$$

$$\text{д) } y = \operatorname{arctg} e^{x^2+x} + 4^{\operatorname{tg} x} \sqrt[5]{x^3}.$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$\text{a) } (y+x)^2 = \operatorname{arctg} x \sqrt{y};$$

$$\text{б) } (7x-y)^{\frac{3}{5}} + x^2 y = 0.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$a) \begin{cases} x = \operatorname{ctg} t; \\ y = \frac{1}{\cos 2t}; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = \cos^2 t; \\ y = \sin^2 t. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$a) y = (\cos 5x)^{e^x};$$

$$б) y = (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{x}}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$a) y = x^4 \ln x;$$

$$б) y = \sqrt[3]{2x^5 + 6x}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$a) y = \arcsin \sqrt{x};$$

$$б) y = (2 + x^3) 2^{4x+3}.$$

Вариант 9.

1. Найти указанные производные:

$$a) y = \ln \left(x + \sqrt{x^2 - 1} \right) - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}};$$

$$б) y = \sqrt[3]{\frac{\sin 5x}{x}} + \sin \frac{\pi}{12};$$

$$в) y = \frac{x^2 + 4}{x^3 - x} + \sqrt[3]{(1 + x^5)^7} + 4;$$

$$г) y = \operatorname{arctg} \left(\frac{1-x}{x^2} \right) + 3^x \cos 2x;$$

$$д) y = \cos \left(\ln \sqrt[3]{\operatorname{tg} e^{2x}} \right).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$a) \frac{x}{y} - \operatorname{arctg} xy = c;$$

$$б) x^3 + y^3 + \cos(3x + 2y) = 0.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$a) \begin{cases} x = \operatorname{tg} t; \\ y = \frac{1}{\sin 2t}; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = 2t^3 + t; \\ y = t^4. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$a) y = \frac{x e^x (1 + 2x)^3}{\sqrt{x-1}};$$

$$б) y = (\sin x)^{x^2}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$a) y = e^{-x} \sin 2x;$$

$$б) y = \arcsin 2^{\sqrt[3]{x}}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$a) y = \frac{\log_2 x}{x^3};$$

$$б) y = \ln \sqrt{1+x^2}.$$

Вариант 10.

1. Найти указанные производные:

$$a) y = \frac{e^{-x^2}}{\operatorname{tg} x} + \sqrt[3]{\operatorname{tg} \frac{x}{3}};$$

$$б) y = 3^{\sqrt{x}} \cos^2 x + 3^{\sqrt{2}};$$

$$в) y = \cos^4 \sqrt{2x} + 3^x \lg(x - x^2) + 3^{-5};$$

$$г) y = \operatorname{arctg} x^3 + 7 \sqrt[7]{\left(\frac{x^4}{1-x^2} \right)^8};$$

$$д) y = \arcsin \sqrt{1 + \cos \frac{x+3}{4}}.$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

а) $\arcsin(x+y) = x^2 y^2$;

б) $\sin(2x-3y) + x^2 - 5y = 6$;

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

а) $\begin{cases} x = \ln \cos t; \\ y = t^3 - t; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x = \cos^3 t + \pi; \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

а) $y = x^{\operatorname{tg} x}$;

б) $y = (x^2 + 5)^{\sqrt{x-1}}$.

5. Найти дифференциалы:

а) $y = (2x-1)e^{-\frac{x}{2}}$;

б) $y = (x^2 + \sqrt{x} - 3)^5$.

6. Найти производную второго порядка:

а) $y = \operatorname{arctg}(\sin x)$;

б) $y = x^5 \ln x$.

Вариант 11.

1. Найти указанные производные:

а) $y = 2^{\arccos \sqrt{x}} + \ln \sin \frac{x}{2}$;

б) $y = \operatorname{arcctg} \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{2}} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{10}$;

в) $y = \frac{\sin x}{x} - (3 + \sqrt{x})^5 + e^{-3}$;

г) $y = 3^{\operatorname{ctg} \sqrt[4]{x}} + \operatorname{tg}^6(\log_2 x)$;

д) $y = \ln^3(\arcsin 2^{x^2+1})$.

2. Найти производные неявно заданных функций:

а) $\arcsin(x+y) - x^2 y = c$;

б) $x^3 y + e^{2x+y} = 7$.

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

а) $\begin{cases} x = t^2 e^t; \\ y = t^3 e^{-t}; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x = 2t - t^2; \\ y = 3t - t^3. \end{cases}$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

а) $y = (\cos x)^{\frac{1}{x}}$;

б) $y = \frac{\sqrt{x+2}(3-x)^4}{(x+1)^5}$.

5. Найти дифференциалы:

а) $y = x \ln(1+x^2)$;

б) $y = 3^{\frac{1}{x}} + 2^{\sqrt{x}}$.

6. Найти производную второго порядка:

а) $y = x e^{-x^3}$;

б) $y = e^{x^3}$.

Вариант 12.

1. Найти указанные производные:

а) $y = \ln^3 \operatorname{arctg} \sqrt{5x}$;

б) $y = 3^{\arccos \frac{1}{x}} + \cos \frac{\pi}{8}$;

в) $y = 2 \ln(x^2 - \sqrt{x}) + \frac{x^3}{2x^2 - 4} + \ln 5$;

г) $y = \operatorname{arctg} 2^{\frac{1}{x}} + \log_3(\operatorname{tg} 2x)$;

д) $y = \sqrt[4]{\left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x+1}{x}\right)^5}$.

2. Найти производные неявно заданных функций:

а) $(y^2 - x^2)^3 + x^4 y - y^2 = c$;

б) $x^2 y^3 + (x + y)^4 = 0$.

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

а)
$$\begin{cases} x = t - \sin t; \\ y = \cos^2 \frac{t}{2}; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x = \ln(t - 2); \\ y = \sqrt{t - 2}. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

а) $y = \frac{\sqrt[3]{x-1} e^{-x}}{x^4 (2x+3)^2}$;

б) $y = (\arcsin x)^x$.

5. Найти дифференциалы:

а) $y = e^{\sin 2x}$;

б) $y = \frac{1}{(\operatorname{ctg}^2 x + 1)^2}$.

6. Найти производную второго порядка:

а) $y = (3x^2 - 1) \operatorname{ctg} x$;

б) $y = e^{-x} (x^2 + 4)$.

Вариант 13.

1. Найти указанные производные:

а) $y = e^{3x} \sqrt{4 - x^2} + \frac{10}{\operatorname{arctg}(\sin x)}$;

б) $y = \sqrt[3]{x} \arccos \frac{1}{x} + \sqrt{\pi}$;

в) $y = \sin \frac{\sqrt[4]{x}}{3} + \frac{x^2}{(1+x)^3} - \ln 7$;

г) $y = \arcsin \sqrt{1 - x^2} - x + 5^{\operatorname{tg} x}$;

д) $y = \operatorname{ctg}(\log_2 \operatorname{arctg} \sqrt{x})$.

2. Найти производные неявно заданных функций:

а) $\cos(y^2 + x^2)^3 - 3x + 2y = 0$;

б) $\operatorname{arcctg} \frac{y}{x} = x + y^2$.

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

а)
$$\begin{cases} x = \ln(1+t); \\ y = \sqrt{1+t}; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 - t; \\ y = t + \frac{1}{t}. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

а) $y = x^{\sin x^3}$;

б) $y = (\cos x)^{\sqrt{x}}$.

5. Найти дифференциалы:

а) $y = \ln \cos \frac{x}{7}$;

б) $y = \ln(x + \sqrt{1 + 3x^2})$.

6. Найти производную второго порядка:

а) $y = (e^{1-2x} + 2^x)x$;

б) $y = \ln^3 x$.

Вариант 14.

1. Найти указанные производные:

а) $y = \sqrt{x-1} \log_2(1 - \sqrt{x-1})$;

б) $y = \sqrt[5]{3^{\operatorname{tg} x} + 3x^3}$;

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad y &= \sqrt[4]{\sin \frac{x}{9}} + \frac{x^2 - x}{\cos x} + \sin 45^\circ; & \text{г)} \quad y &= \operatorname{arctg} e^{x^2+x} + 4^{\operatorname{tg} x} \sqrt[5]{x^3}; \\ \text{д)} \quad y &= \ln \left(10 + \log_{1/3} \cos \sqrt{\frac{3+x}{5}} \right). \end{aligned}$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$\text{а)} \quad (-y + 7x)^{\frac{3}{5}} + x^2 y = 0; \quad \text{б)} \quad e^{x+y^2} = \sin \frac{y}{x} + c.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \begin{cases} x = e^{t+t^2}; \\ y = \ln(1+2t)^3; \end{cases} & \quad \text{б)} \quad \begin{cases} x = 2 \cos^2 t; \\ y = \sin^2 t. \end{cases} \end{aligned}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$\text{а)} \quad y = (\operatorname{ctg} 6x)^{\frac{1}{6x}}; \quad \text{б)} \quad y = (\operatorname{arctg} x)^{\frac{1}{x+4}}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$\text{а)} \quad y = x \ln(1-x^2); \quad \text{б)} \quad y = \operatorname{tg}^3 \frac{x}{3}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$\text{а)} \quad y = x \arcsin 2x; \quad \text{б)} \quad y = \arcsin \sqrt{x}.$$

Вариант 15.

1. Найти указанные производные:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad y &= \operatorname{tg} \sqrt{\cos \frac{1}{x} + \frac{1}{3}}; & \text{б)} \quad y &= \log_3(e^{2x} + 1) - \operatorname{arctg} x; \\ \text{в)} \quad y &= \frac{x^2 + 4}{x^3 - x} + \sqrt[3]{(1+x^5)^7} + 4; & \text{г)} \quad y &= \operatorname{arctg} \frac{1-x}{x^2} + 3^x \cos 2x; \\ \text{д)} \quad y &= \cos \left(\ln \sqrt[3]{\operatorname{tg} e^{2x}} \right). \end{aligned}$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$\text{а)} \quad y^3 + x^3 + \cos(3x + 2y) = 0; \quad \text{б)} \quad e^{x^2} \cos y - e^{-y} \sin x^3 = 0.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \begin{cases} x = \sin t; \\ y = \ln \cos t; \end{cases} & \quad \text{б)} \quad \begin{cases} x = 2t^3 + t; \\ y = t^4. \end{cases} \end{aligned}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$\text{а)} \quad y = (\sin x^3)^{\sqrt{x}}; \quad \text{б)} \quad y = (\sin x)^{x^2}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$\text{а)} \quad y = \ln^2 x; \quad \text{б)} \quad y = 3^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{2^{2x}}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$\text{а)} \quad y = \ln(\sqrt{1+x^2}); \quad \text{б)} \quad y = \arcsin \sqrt{x}.$$

Вариант 16.

1. Найти указанные производные:

$$\text{a)} \quad y = \log_2 \sin 2\pi x + \sqrt{2};$$

$$\text{б)} \quad y = e^{\frac{2}{x-1}} \cos \frac{x}{2} + \cos \frac{\pi}{5};$$

$$\text{в)} \quad y = \cos \sqrt[4]{2x} + 3^x \lg(x - x^2) + 3^{-6};$$

$$\text{г)} \quad y = \operatorname{arctg} x^3 + \sqrt[7]{\left(\frac{x^4}{1-x^2}\right)^8};$$

$$\text{д)} \quad y = \arcsin \sqrt{1 + \cos \frac{x+3}{4}}.$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$\text{а)} \quad \operatorname{arctg}(xy) = x^2 + 3y^2;$$

$$\text{б)} \quad x^2 y^3 + (x+y)^4 = 0.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\text{а)} \quad \begin{cases} x = \ln(1-t^2); \\ y = t^3 + t^2; \end{cases}$$

$$\text{б)} \quad \begin{cases} x = 7 \cos^3 t; \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$\text{а)} \quad y = (\sqrt{x})^{\operatorname{tg}^2 x};$$

$$\text{б)} \quad y = x^{\operatorname{tg} x}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$\text{а)} \quad y = e^x \cos 2x;$$

$$\text{б)} \quad y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 + x + 1}}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$\text{а)} \quad y = \arcsin \frac{1}{\sqrt{x}} + \sin^2 x;$$

$$\text{б)} \quad y = x^5 \ln x.$$

Вариант 17.

1. Найти указанные производные:

$$\text{а)} \quad y = \sqrt[7]{\frac{2-x^3}{3^x}} + \sqrt[7]{3+\sqrt{2}};$$

$$\text{б)} \quad y = \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \frac{1}{2};$$

$$\text{в)} \quad y = \frac{\sin x}{x} - (3 + \sqrt{x})^5 + e^{-2};$$

$$\text{г)} \quad y = 3^{\operatorname{ctg} \sqrt[4]{x}} + \operatorname{tg}^6(\log_2 x);$$

$$\text{д)} \quad y = \ln^3(\arcsin 2^{x^2+1}).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$\text{а)} \quad \operatorname{arctg}(xy) = x^2 y^3;$$

$$\text{б)} \quad x^3 y + e^{2x+y} = 7.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\text{а)} \quad \begin{cases} x = \operatorname{ctg} 2t; \\ y = \frac{1}{\cos 2t}; \end{cases}$$

$$\text{б)} \quad \begin{cases} x = 2t - t^2; \\ y = 3t - t^3. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$\text{а)} \quad y = (\operatorname{tg} 2x)^{\frac{1}{x}};$$

$$\text{б)} \quad y = (\cos x)^{\frac{1}{x}}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$\text{а)} \quad y = x \arcsin x;$$

$$\text{б)} \quad y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 2}}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$\text{а)} \quad y = e^{3x}(\sin 2x - 3 \cos 2x);$$

$$\text{б)} \quad y = e^{x^3}.$$

Вариант 18.

1. Найти указанные производные:

а) $y = \arcsin e^{-x} + \sqrt{\cos \frac{1}{2}}$;

б) $y = 2^{\frac{x^3}{7}} \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{arctg} \frac{x^2 - 1}{x}$;

в) $y = 2 \ln(x^2 - \sqrt{x}) + \frac{x^3}{2x^2 - 4} + \ln 5$;

г) $y = \operatorname{arctg} 2^{\frac{1}{x}} + \log_3(\operatorname{tg} 2x)$;

д) $y = \sqrt[4]{\left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x+1}{x}\right)^5}$.

2. Найти производные неявно заданных функций:

а) $x^3 + y^3 + 3axy = 0$;

б) $x^2 y^3 + (x + y)^4 = c$.

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

а) $\begin{cases} x = \frac{1}{t}; \\ y = \frac{1}{t^2 + 1}; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x = t - \sin t; \\ y = \cos^2 \frac{t}{2}. \end{cases}$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

а) $y = (x^2 + 3)^{\arccos \frac{1}{x}}$;

б) $y = (\arcsin x)^x$.

5. Найти дифференциалы:

а) $y = (x^2 - 1)e^{-2x}$;

б) $y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} x} - \frac{1}{3} \sqrt{\operatorname{tg}^3 x}$.

6. Найти производную второго порядка:

а) $y = 8x \log_2 \sin \frac{x}{4}$;

б) $y = e^{-x}(x^2 + 4)$.

Вариант 19.

1. Найти указанные производные:

а) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\operatorname{tg} x} \sqrt{2 - x^3} + \frac{12}{2 - x^3}$;

б) $y = \frac{2 \cos^2 3x}{\sin \frac{x}{3}}$;

в) $y = \sin \frac{\sqrt[4]{x}}{3} + \frac{x^2}{(1+x)^3} + \ln 7$;

г) $y = \arcsin \sqrt{1 - x + x^2} + 5^{\operatorname{tg} x}$;

д) $y = \operatorname{ctg}(\log_2 \operatorname{arctg} \sqrt{x})$.

2. Найти производные неявно заданных функций:

а) $\arcsin \frac{1}{y} = 5\sqrt{x}y$;

б) $\cos(x^2 + y^2) - 4x + 2y = 0$.

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

а) $\begin{cases} x = \sqrt{1 - t^2}; \\ y = \frac{1}{t}; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 - t; \\ y = t + \frac{1}{t}. \end{cases}$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

а) $y = (\operatorname{arctg} 3x)^{\frac{1}{2x-5}}$;

б) $y = (\cos x)^{\sqrt{x}}$.

5. Найти дифференциалы:

$$а) y = (10x + 11) \sin \frac{x}{2};$$

$$б) y = \ln \operatorname{ctg} \frac{1}{x} + \operatorname{ctg} 2.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$а) y = \ln(x + e^{-x}) + e^{-2};$$

$$б) y = \ln^3 x.$$

Вариант 20.

1. Найти указанные производные:

$$а) y = 2^{\sqrt[3]{x+1}} \arcsin \frac{1}{x^2};$$

$$б) y = e^{-\frac{x^2}{3}} \cos^3 x + \sin \sqrt{3};$$

$$в) y = \sqrt[4]{\sin \frac{x}{9}} + \frac{x^2 - x}{\cos x} + \sin \frac{\pi}{4};$$

$$г) y = \operatorname{arctg} e^{x^2+x} + 4^{\operatorname{tg} x} \sqrt[5]{x^3};$$

$$д) y = \ln \left(10 + \log_{\frac{1}{3}} \cos \sqrt{\frac{3+x}{5}} \right).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$а) x \sin y - y \cos x = y^2;$$

$$б) (7x - y)^{\frac{3}{5}} + x^2 y = 0.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$а) \begin{cases} x = \sqrt{t^3 - 1}; \\ y = \ln t; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = \cos^2 t; \\ y = 5 \sin^2 t. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$а) y = (x^2 + 1)^{\operatorname{tg} x};$$

$$б) y = (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{x}}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$а) y = (5x - 1) \sin \frac{x}{3};$$

$$б) y = \arccos \frac{x^2 - 1}{x^2 \sqrt{2}}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$а) y = (4x^2 + 1) \operatorname{arctg} 2x;$$

$$б) y = \arcsin \sqrt{x}.$$

Вариант 21.

1. Найти указанные производные:

$$а) y = \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{2}}{1-x^2};$$

$$б) y = \sqrt[3]{1+x\sqrt{x+4}} + \sqrt{3};$$

$$в) y = \frac{x^2 + 4}{x^3 - x} + \sqrt[3]{(1+x^5)^7} + 4;$$

$$г) y = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{x^2} + 3^x \cos 2x;$$

$$д) y = \cos \left(\ln \sqrt[3]{\operatorname{tg} e^{2x}} \right).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$а) x^3 - 2y^3 + \cos(x+y) = 0;$$

$$б) 4 \sin(x+y) = \frac{x}{y}.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$а) \begin{cases} x = 2 \cos 2t; \\ y = \frac{2}{\cos^2 t}; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = 2t^3 + t; \\ y = t^4. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$a) y = (\sin 2x)^{x^2};$$

$$б) y = (\sin x)^{3^x}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$a) y = (x^2 - 4)e^{-\frac{x}{2}};$$

$$б) y = x \ln \frac{3+x}{3-x}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$a) y = \ln(x - \cos x);$$

$$б) y = \ln \sqrt{1+x^2}.$$

Вариант 22.

1. Найти указанные производные:

$$a) y = (3^{\sin 2x} - \cos^2 2x)^3;$$

$$б) y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2} + \ln \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$в) y = \cos^4 \sqrt{2x} + 3^x \lg(x - x^2) + 3^{-5};$$

$$г) y = \operatorname{arctg} x^3 + \sqrt[7]{\left(\frac{x^4}{1-x^2}\right)^8};$$

$$д) y = \arcsin \sqrt{1 + \cos \frac{x+3}{4}}.$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$a) \sin(2x - 3y) + x^2 - 5y = 6;$$

$$б) e^{-x} \sin y = e^x \cos^2 y.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$a) \begin{cases} x = 3 \arccos 2t; \\ y = \sqrt{1-4t^2}; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = \cos^3 t; \\ y = 2 \sin^3 t. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$a) y = x^{\operatorname{tg} x};$$

$$б) y = x^{\arcsin \sqrt{x}}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$a) y = \operatorname{tg}^2 3x;$$

$$б) y = 5^{\ln \operatorname{tg} 4x}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$a) y = \log_4 \sqrt[5]{x^2 + 6x};$$

$$б) y = x^5 \ln x + 5.$$

Вариант 23.

1. Найти указанные производные:

$$a) y = (1 + \ln \sin 2x)^2 + \frac{\sqrt{1-3x}}{x+5};$$

$$б) y = \frac{\sin^2 \frac{x}{4}}{1 + \cos^2 \frac{x}{4}};$$

$$в) y = \frac{\sin x}{x} - (3 + \sqrt{x})^5 + e;$$

$$г) y = 3^{\operatorname{ctg} \sqrt[4]{x}} + \operatorname{tg}^6(\log_2 x);$$

$$д) y = \ln^3(\arcsin 2^{x^2+1}).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$a) x^3 y = 7 + e^{x+2y};$$

$$б) x^2 + 2x\sqrt{y} - y^2 = 2\sqrt{x}.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$a) \begin{cases} x = 2t - t^2; \\ y = 3t - t^3; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = \sqrt[3]{(1+4t)^4}; \\ y = \ln(1+4t). \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$a) y = \left(\frac{x}{x-7} \right)^{\frac{1}{x}};$$

$$б) y = (\cos x)^{\frac{1}{x}}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$a) y = (x^2 + 5x)e^{-2x};$$

$$б) y = \sqrt[3]{\frac{2-x}{2+x}}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$a) y = \ln(x - \sqrt{1+x^2});$$

$$б) y = e^{x^3}.$$

Вариант 24.

1. Найти указанные производные:

$$a) y = \lg^3 \operatorname{tg} \frac{x}{7} \cdot 4^{\frac{1}{\sqrt{\arcsin x}}};$$

$$б) y = \operatorname{arctg} \frac{x}{1 + \sqrt{1-t^2}} + \sqrt{2};$$

$$в) y = 2 \ln(x^2 - \sqrt{x}) + \frac{x^3}{2x^2 - 4};$$

$$г) y = \operatorname{arctg} 2^{\frac{1}{x}} + \log_3(\operatorname{tg} 2x);$$

$$д) y = \sqrt[4]{\left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x+1}{x}\right)^5}.$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$a) (y+x)^4 + x^2 y^3 = 0;$$

$$б) \sqrt[3]{x^2} - \frac{2}{\sqrt{y}} = 3x^2 y^2.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$a) \begin{cases} x = t - \sin t; \\ y = \cos^2 \frac{t}{2}; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = \ln t + t^2; \\ y = t^2 + 1. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$a) y = (\arcsin x)^{x^2};$$

$$б) y = \left(\sqrt[5]{\sin \frac{2-x}{4}} \right)^{\frac{1}{x}}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$a) y = (x^2 - 5x + 7)e^{-x};$$

$$б) y = e^{-16 \sin \frac{3x}{8}}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$a) y = \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$б) y = e^{-x}(x^2 + 4).$$

Вариант 25.

1. Найти указанные производные:

$$a) y = 2^{x-x^2} \sqrt[4]{9} + \operatorname{ctg}^3(3-8x);$$

$$б) y = \lg \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3};$$

$$в) y = \sin \frac{\sqrt[4]{x}}{3} + \frac{x^2}{(1+x)^3} - \ln 2;$$

$$г) y = \arcsin \sqrt{1+x^2} - x + 5^{\operatorname{tg} x};$$

$$д) y = \operatorname{ctg}(\log_2 \operatorname{arctg} \sqrt{x}).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$a) y \sin x + \cos(x-y) = \cos y;$$

$$б) \cos(x^2 + y^2) - x + y = 1.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$a) \begin{cases} x = \frac{2}{3}t^3 - t; \\ y = t + \frac{1}{t}; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = \operatorname{ctg} 3t; \\ y = \frac{1}{\cos^2 3t}. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$a) y = (x^2 + 3x)^{\arcsin x};$$

$$б) y = (\cos x)^{\sqrt{x}}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$a) y = xe^{\frac{1}{x}};$$

$$б) y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$a) y = \ln(x^2 + \sqrt{x^4 + 1});$$

$$б) y = \ln^3 3x.$$

Вариант 26.

1. Найти указанные производные:

$$a) y = 2^{\sin^3 x} + \sqrt{1-x^2} \arccos x;$$

$$б) y = \frac{1}{\log_3(2-3x^3)};$$

$$в) y = 4\sqrt{\sin \frac{x}{9}} + \frac{x^2 - x}{\cos x} + \sin 45^\circ;$$

$$г) y = \operatorname{arctg} e^{x^2+x} + 4^{\operatorname{tg} x} \sqrt[5]{x^3};$$

$$д) y = \ln \left(10 + \log_{\frac{1}{3}} \cos \sqrt{\frac{3+x}{5}} \right).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$a) (7x - y)^{\frac{3}{5}} + x^2 y = 0;$$

$$б) e^x + e^y - 2^{xy} = 5.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$a) \begin{cases} x = \cos^2 t; \\ y = 7 \sin^2 t + 7; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = 3^{t^2}; \\ y = 6t^3 + 2t^2. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$a) y = (2 \operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{x}};$$

$$б) y = (x + x^2)^{\operatorname{ctg} x}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$a) y = \ln \cos 3x;$$

$$б) y = \arcsin(2 \operatorname{tg} x).$$

6. Найти производную второго порядка:

$$a) y = (1 + x^2)^2 \operatorname{arctg} x;$$

$$б) y = \arcsin \sqrt{x}.$$

Вариант 27.

1. Найти указанные производные:

$$a) y = \sqrt[5]{5} + \sqrt{\ln \sin \frac{x}{3}} + \sqrt{2};$$

$$б) y = \sqrt[7]{\frac{2}{3+x}} + \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\operatorname{ctg}^3 8x};$$

$$в) y = \frac{x^2 + 4}{x^3 - x} + \sqrt[3]{(1 + x^5)^7} + 4;$$

$$г) y = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{x^2} + 3^x \cos 2x;$$

$$д) y = \cos \left(\ln \sqrt[3]{\operatorname{tg} e^{2x}} \right).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

а) $x^3 + y^3 + \cos(x + y) = 3$;

б) $2x - y + e^x \operatorname{arctg} y = 0$.

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

а) $\begin{cases} x = 2t^3 + t; \\ y = t^4; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x = 3(t - \sin t); \\ y = 4 \cos^2 \frac{t}{2}. \end{cases}$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

а) $y = (\sin x)^{2x^2}$;

б) $y = (\log_3 x)^{\sqrt{x}}$.

5. Найти дифференциалы:

а) $y = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x}$;

б) $y = e^{\sin^2 x^2} \operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

6. Найти производную второго порядка:

а) $y = \ln(\sqrt{1+x^2})$;

б) $y = x^2 \arcsin \frac{2}{x}$.

Вариант 28.

1. Найти указанные производные:

а) $y = \frac{1}{\sqrt[5]{(x-7x^2)^2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{6}}$;

б) $y = \operatorname{tg} e^{-x^5} - \log_2 \cos \frac{x}{3} + \frac{3x}{\sin x}$;

в) $y = \cos \frac{\sqrt[4]{x}}{3} - \frac{x^2}{(1-x)^3}$;

г) $y = \arccos \sqrt{1+x+x^2} - 5^{\operatorname{ctg} x}$;

д) $y = \operatorname{tg}(\log_2 \operatorname{arctg} \sqrt{x})$.

2. Найти производные неявно заданных функций:

а) $\sin(x^2 + y) - 2x + y = 0$;

б) $e^{x-y} = \sin \frac{y}{x} + c$.

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

а) $\begin{cases} x = t + \frac{1}{2} \sin 2t; \\ y = \cos^3 t; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x = t^3 - \frac{1}{3}t; \\ y = t - \frac{1}{t}. \end{cases}$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

а) $y = (\cos \sqrt{x})^{x^2}$;

б) $y = (x^2 + 1)^{\arcsin \sqrt{x}}$.

5. Найти дифференциалы:

а) $y = \ln^4 2x$;

б) $y = \ln \operatorname{arctg} \frac{\pi x}{2}$.

6. Найти производную второго порядка:

а) $y = 3^{\frac{1+x}{1-x}} + 3^{\frac{1}{4}}$;

б) $y = \ln^3 3x$.

Вариант 29.

1. Найти указанные производные:

а) $y = \sqrt{\frac{x^2-1}{x^3+3}} + \frac{\operatorname{arctg} 2x}{x^3}$;

б) $y = \log_{\frac{1}{2}}(\ln x) - \ln \frac{x}{\sqrt{1-3x^2}}$;

$$в) y = \sqrt[4]{\cos \frac{x}{9} + \frac{x-1}{\sin x}};$$

$$г) y = \operatorname{arccctg} e^{x+1} + 4^{\operatorname{tg} x} + 4;$$

$$д) y = \lg \left(10 + \ln \sqrt{\frac{1}{x+1}} \right).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$а) \arcsin \frac{y}{x} - x^2 y^2 = \log_2 7;$$

$$б) 3x^2 y^3 + (3x + 2y)^3 = 0.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$а) \begin{cases} x = \cos^3 t + 1; \\ y = \sin^3 t; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = t + 2t^2; \\ y = 4t^3. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$а) y = (x^3 + 1)^{\arccos \frac{1}{x}};$$

$$б) y = (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{1+x}}.$$

5. Найти дифференциалы

$$а) y = (x^2 + 4x + 1)e^{-3x};$$

$$б) y = (x - 3x^2)5^{\operatorname{tg} x}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$а) y = x \arcsin \frac{1}{x};$$

$$б) y = \arccos \sqrt[3]{x}.$$

Вариант 30.

1. Найти указанные производные:

$$а) y = 2^{-\operatorname{tg}^3 x} - \frac{1}{\sqrt[4]{(x^2 - 3x)^3}};$$

$$б) y = \log_3 (\operatorname{arctg} x^2);$$

$$в) y = 6 + \sqrt{(1 + 5x)^3} + \frac{x-4}{x^3};$$

$$г) y = 2^x \sin 3x + \operatorname{arccctg} \frac{1-x}{x};$$

$$д) y = \sin \left(\ln \sqrt[3]{\operatorname{tg} e^x} \right).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$а) (y^2 - x^3)^2 + x^4 y - y^2 = 6;$$

$$б) e^{x+2y} = \cos \frac{y}{x}.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$а) \begin{cases} x = t^3 + t^2 + t; \\ y = t^4; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = \ln \cos 2t; \\ y = \sin^2 2t. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$а) y = (\sin 2x)^{x^2};$$

$$б) y = (\operatorname{ctg} 2x)^{\sqrt[3]{x}}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$а) y = \ln^4 2x;$$

$$б) y = \cos 2x \sin^2 x.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$а) y = (\arcsin 3x)^2;$$

$$б) y = \ln \left(\sqrt[3]{1 + x^3} \right).$$

Вариант 31.

1. Найти указанные производные:

$$\text{a) } y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos x} (3x - x^3)^5;$$

$$\text{б) } y = \arccos \frac{1}{\sqrt{x}} + \cos \alpha;$$

$$\text{в) } y = \frac{x^2 + 4}{x^3 - x} + \sqrt[3]{(1 + x^5)^7} + 4;$$

$$\text{г) } y = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{x^2} + 3^x \cos 2x;$$

$$\text{д) } y = \cos \left(\ln \sqrt[3]{\operatorname{tg} e^{2x}} \right).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$\text{a) } x^3 + y^3 + \cos(3x + 2y) = 0;$$

$$\text{б) } y \ln x - x \ln y = x + y.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\text{a) } \begin{cases} x = e^t \cos t; \\ y = e^t \sin t; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = 3t^3 + t; \\ y = t^4. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$\text{a) } y = (\operatorname{ctg} 3x)^{\frac{1}{x}};$$

$$\text{б) } y = (\sqrt{x+1})^{\arcsin x}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$\text{a) } y = e^{\cos 2x};$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2 x}} + \ln \operatorname{tg} x.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$\text{a) } y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2});$$

$$\text{б) } y = \sin(x + \sqrt{a^2 + x^2}).$$

Вариант 32.

1. Найти указанные производные:

$$\text{a) } y = \operatorname{tg} \sqrt{\cos \frac{1}{x} + \frac{1}{3}};$$

$$\text{б) } y = \log_3(e^{2x} + 1) - \operatorname{arctg} x;$$

$$\text{в) } y = \frac{x^2 + 4}{x^3 - x} + \sqrt[3]{(1 + x^5)^7} + 4;$$

$$\text{г) } y = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{x^2} + 3^x \cos 2x;$$

$$\text{д) } y = \cos \left(\ln \sqrt[3]{\operatorname{tg} e^{2x}} \right).$$

2. Найти производные неявно заданных функций:

$$\text{a) } y^3 + x^3 + \cos(3x + 2y) = 0;$$

$$\text{б) } e^{x^2} \cos y - e^{-y} \sin x^3 = 0.$$

3. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\text{a) } \begin{cases} x = \sin t; \\ y = \ln \cos t; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = 2t^3 + t; \\ y = t^4. \end{cases}$$

4. Логарифмическое дифференцирование. Вычислить производные dy/dx :

$$\text{a) } y = (\sin x^3)^{\sqrt{x}};$$

$$\text{б) } y = (\sin x)^{x^2}.$$

5. Найти дифференциалы:

$$\text{a) } y = \ln^2 x;$$

$$\text{б) } y = 3^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{2^{2x}}.$$

6. Найти производную второго порядка:

$$\text{a) } y = \ln(\sqrt{1 + x^2});$$

$$\text{б) } y = \arcsin \sqrt{x}.$$

ЗАДАНИЕ 3

Написать уравнение касательной и нормали к кривой в точке с абсциссой x_0 . Построить схематический график в окрестности точки $M(x_0, y_0)$.

Вариант 1. $y = 2x + \frac{1}{x}, x_0 = 1.$

Вариант 2. $y = 2\sqrt{2} \cos x, x_0 = \frac{\pi}{4}.$

Вариант 3. $y = 2\sqrt{2} \sin x, x_0 = \frac{\pi}{4}.$

Вариант 4. $y = x^2 - 3x + 5, x_0 = 2.$

Вариант 5. $y = \sqrt{4 - x^2}, x_0 = \sqrt{3}.$

Вариант 6. $y = 2 - \sqrt{x}, x_0 = 1.$

Вариант 7. $y = \sqrt{2} \cos \frac{x}{2}, x_0 = \frac{\pi}{2}.$

Вариант 8. $y = e^{x-2} + 3, x_0 = 2.$

Вариант 9. $y = \ln(x + 2), x_0 = -1.$

Вариант 10. $y = e^{x+1} - 2, x_0 = -1.$

Вариант 11. $y = \frac{x+4}{x+2}, x_0 = 0.$

Вариант 12. $y = \frac{x-3}{x+1}, x_0 = 1.$

Вариант 13. $y = \operatorname{tg} 2x, x_0 = 0.$

Вариант 14. $y = -\sqrt{2} \sin x, x_0 = \frac{\pi}{4}.$

Вариант 15. $y = 2\sqrt{2} \cos \frac{x}{2}, x_0 = \frac{\pi}{2}.$

Вариант 16. $y = \sqrt{2x^3}, x_0 = 2.$

Вариант 17. $y = \frac{x+4}{x+2}, x_0 = 0$

Вариант 18. $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{2}, x_0 = 0.$

Вариант 19. $y = \operatorname{arctg} 2x, x_0 = 0.$

Вариант 20. $y = \sqrt{9 - x^2}, x_0 = \sqrt{8}.$

Вариант 21. $y = \frac{2x-1}{2x+1}, x_0 = 0.$

Вариант 22. $y = \log_2(1+x), x_0 = 3.$

Вариант 23. $y = \frac{x-5}{x-1}, x_0 = 2.$

Вариант 24. $y = \frac{x^3+1}{3}, x_0 = -1.$

Вариант 25. $y = 3^{x-2} + 4, x_0 = 2.$

Вариант 26. $y = \frac{x+6}{x-2}, x_0 = 0.$

Вариант 27. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+3), x_0 = 1.$

Вариант 28. $y = \frac{2x-4}{x+1}, x_0 = 0.$

Вариант 29. $y = \frac{x^2}{x^3-4}, x_0 = 2.$

Вариант 30. $y = x - \ln(1+x^2), x_0 = 0.$

Вариант 31. $y = \sin 3x - 5, x_0 = \frac{\pi}{2}.$

Вариант 32. $y = \frac{x-3}{x+1}, x_0 = 1.$

ЗАДАНИЕ 4

Найти наименьшее и наибольшее значение функции на отрезке $[\alpha; \beta]$.

Вариант 1. $y = \sqrt[3]{(x^2 - 2x)^2}, [0; 3]$.

Вариант 2. $y = 8x + \frac{1}{x^2} - 15, [0; 5; 2]$.

Вариант 3. $y = \frac{1 - x - x^2}{1 + x - x^2}, [0; 1]$.

Вариант 4. $y = \sqrt{9 - x^2}, [-3; 3]$.

Вариант 5. $y = \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)}, [-1; 5]$.

Вариант 6. $y = 2x - \frac{x^2}{2} + \frac{8}{x-2} + 5, [-2; 1]$.

Вариант 7. $y = x^2 - 2x + \frac{16}{x-1} - 13, [2; 5]$.

Вариант 8. $y = \sin 2x - x, \left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

Вариант 9. $y = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x}, [0; 1]$.

Вариант 10. $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}, [-1; 2]$.

Вариант 11. $y = \sqrt[3]{2x^2 + 1}, [-2; 1]$.

Вариант 12. $y = \sqrt{x(10-x)}, [0; 10]$.

Вариант 13. $y = \sqrt[3]{2(x-1)^2}, [0; 3]$.

Вариант 14. $y = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^2}, [-1; 2]$.

Вариант 15. $y = \frac{4x}{4+x^2}, [-4; 2]$.

Вариант 16. $y = x^2 \ln x, [1; 2]$.

Вариант 17. $y = \sqrt[3]{2x^2} + 1, [1; 2]$.

Вариант 18. $y = \sqrt[3]{2x^2(x-6)}, [-2; 4]$.

Вариант 19. $y = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x}, [0; 1]$.

Вариант 20. $y = \frac{4}{x^2} - 8x - 15, \left[-2; -\frac{1}{2}\right]$.

Вариант 21. $y = \sin 2x - x, \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Вариант 22. $y = \frac{x}{1+x^2}, [-2; 0]$.

Вариант 23. $y = 2 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^2 x, \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$.

Вариант 24. $y = x - 2 \ln x, [1; e]$.

Вариант 25. $y = \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}, [0; 1]$.

Вариант 26. $y = \sqrt{100 - x^2}, [-6; 8]$.

Вариант 27. $y = x^3 - 3x^2 + 6x - 2, [-1; 2]$.

Вариант 28. $y = \frac{x^2}{x-1}, [-2; 0; 5]$.

Вариант 29. $y = x^4 - 2x^2 + 5, [-2; 2]$.

Вариант 30. $y = \sqrt{16 - x^2}, [-4; 4]$.

Вариант 31. $y = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x}, [0; 1]$.

Вариант 32. $y = 8x + \frac{1}{x^2} - 15, [0; 5; 2]$.

ЗАДАНИЕ 5

Найти пределы по правилу Лопиталя.

Вариант 1. а) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^m - a^m}{x^n - a^n};$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\ln^3(1+x)};$

Вариант 2. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin 9x}{\operatorname{ctg}^3 x};$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} ((x-3) \cdot (e^{\frac{1}{x-3}} - 1));$

Вариант 3. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 \cdot (e^{\frac{1}{x^2}} - 1));$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\arcsin 3x};$

Вариант 4. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x} + 3x^2 - 5}{x^4 + 2x + 1};$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right);$

Вариант 5. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - x}{\operatorname{tg} 2x - x^2};$

б) $\lim_{x \rightarrow 1-0} (\ln x \cdot \ln(1-x));$

Вариант 6. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{ctg} x - 1}{\sin 4x};$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4x}{e^x};$

Вариант 7. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2};$

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\left(\frac{\pi}{2} - x \right) \cdot \operatorname{tg} x \right);$

Вариант 8. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{tg} x}{x^2 - x};$

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln \sin 2x}{\operatorname{ctg}^2 2x};$

Вариант 9. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\arcsin 2x};$

б) $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}}{\ln(2-x)};$

Вариант 10. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 3x}{\ln \cos 6x};$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x - \sqrt{x});$

Вариант 11. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3};$

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right);$

Вариант 12. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 5\pi x}{\sin 3\pi x};$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right);$

Вариант 13. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 3x - 1}{\sin^2 4x};$

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{ctg} \frac{x}{2} - 1}{\sin 2x};$

Вариант 14. а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 + x^2 \cdot e^{-3x});$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - e^x - e^{-x}}{\operatorname{tg} x};$

Вариант 15. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 7x)}{e^{5x} - 1};$

б) $\lim_{x \rightarrow 2} ((x-2) \cdot \operatorname{ctg}(2x-4));$

Вариант 16. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{x^4 - 4x + 3};$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x)^{\frac{1}{\ln x}};$

Вариант 17. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos 2x};$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + x^2)}{\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x\right)};$

Вариант 18. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin x}{\operatorname{ctg}^2 x};$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{e^{\frac{3}{x}} - 1};$

Вариант 19. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos x};$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{x}};$

Вариант 20. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \operatorname{tg} x)}{e^x - 1};$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - x^2};$

Вариант 21. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 4}{3x^2 - 5x + 1};$

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\operatorname{tg} x - \frac{1}{2x - \pi} \right);$

Вариант 22. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right);$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 5x + 4}{x^3 - 3x + 2};$

Вариант 23. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{x^3 - 8};$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{\ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)};$

Вариант 24. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{a\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{\sin 6x}};$

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} - \frac{\ln \cos x}{\operatorname{tg} x};$

Вариант 25. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\cos x}{\sin^2 x} \right);$

б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x - 1}{x^3 - 2x - 1};$

Вариант 26. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{2x^3};$

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(2x \cdot \operatorname{tg} x - \frac{\pi}{\cos x} \right);$

Вариант 27. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg} x} - e^x}{\operatorname{tg} x - x};$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 \cdot (1 - \cos \frac{1}{x}));$

Вариант 28. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{\sin x^2};$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x^2);$

Вариант 29. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\cos x - 1};$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - \ln x);$

Вариант 30. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2};$

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{\ln(x-1)} - \frac{1}{x-2} \right).$

Вариант 31. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - x}{\operatorname{tg} 2x - x^2};$

б) $\lim_{x \rightarrow 1-0} (\ln x \cdot \ln(1-x));$

Вариант 32. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \operatorname{tg} x)}{e^x - 1};$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - x^2};$

ЗАДАНИЕ 6

Найти промежутки монотонности и точки экстремума.

Вариант 1. а) $y = (x-4) \cdot (x+1)^2$;

б) $y = -2e^{-8x^2-4x}$.

Вариант 2. а) $y = -2x \cdot (x+1)^2$;

б) $y = 3e^{\frac{9}{2}x^2-3x}$.

Вариант 3. а) $y = -(x-1) \cdot (x+2)^2$;

б) $y = -3e^{\frac{1}{8}x^2-x}$.

Вариант 4. а) $y = (x-3) \cdot x^2$;

б) $y = 3e^{\frac{9}{2}x^2+2x}$.

Вариант 5. а) $y = (x+3) \cdot x^2$;

б) $y = 2e^{-2x^2+4x}$.

Вариант 6. а) $y = (x-1) \cdot x^2$;

б) $y = 4e^{-2x^2+6x}$.

Вариант 7. а) $y = (x+1) \cdot (x+2)^2$;

б) $y = 2e^{\frac{1}{8}x^2+4x}$.

Вариант 8. а) $y = -x \cdot (x+3)^2$;

б) $y = 4e^{\frac{9}{2}x^2-9x}$.

Вариант 9. а) $y = (x-1) \cdot (x+1)^2$;

б) $y = -e^{\frac{1}{2}x^2+8x}$.

Вариант 10. а) $y = (x-2) \cdot (x+1)^2$;

б) $y = -2e^{\frac{1}{8}x^2-x}$.

Вариант 11. а) $y = 3x \cdot (x-1)^2$;

б) $y = -3e^{-2x^2-4x}$.

Вариант 12. а) $y = (x+1) \cdot (x+2)^2$;

б) $y = -e^{\frac{1}{8}x^2-x}$.

Вариант 13. а) $y = (x+2) \cdot (x-3)^2$;

б) $y = -e^{\frac{9}{2}x^2-4x}$.

Вариант 14. а) $y = (x-5) \cdot (x+1)^2$;

б) $y = e^{\frac{1}{8}x^2+x}$.

Вариант 15. а) $y = (x+1) \cdot (x-1)^2$;

б) $y = 2e^{\frac{9}{2}x^2+6x}$.

Вариант 16. а) $y = (x-3) \cdot (x+1)^2$;

б) $y = -2e^{\frac{1}{2}x^2-4x}$.

Вариант 17. а) $y = (x-2) \cdot x^2$;

б) $y = e^{\frac{9}{2}x^2+4x}$.

Вариант 18. а) $y = -x \cdot (x-1)^2$;

б) $y = -3e^{-2x^2-6x}$.

Вариант 19. а) $y = (4-x)^2 \cdot x$;

б) $y = -3e^{\frac{1}{18}x^2-\frac{1}{6}x}$.

Вариант 20. а) $y = (x-3)^2 \cdot x$;

б) $y = 4e^{\frac{1}{18}x^2 + \frac{1}{3}x}$.

Вариант 21. а) $y = (2-x) \cdot (x-1)^2$;

б) $y = -3e^{\frac{1}{2}x^2 - x}$.

Вариант 22. а) $y = (4-x) \cdot x^2$;

б) $y = -2e^{\frac{1}{2}x^2 + 4x}$.

Вариант 23. а) $y = (4-x) \cdot (x-1)^2$;

б) $y = 2e^{\frac{1}{2}x^2 + 3x}$.

Вариант 24. а) $y = (x-2) \cdot (x-1)^2$;

б) $y = 2e^{\frac{1}{2}x^2 + x}$.

Вариант 25. а) $y = (2-x) \cdot (x+1)^2$;

б) $y = -3e^{\frac{1}{2}x^2 + 4x}$.

Вариант 26. а) $y = (x-3) \cdot (x-1)^2$;

б) $y = 2e^{\frac{1}{8}x^2 + x}$.

Вариант 27. а) $y = (x+3) \cdot (x-1)^2$;

б) $y = e^{-8x^2 + 4x}$.

Вариант 28. а) $y = (3-x) \cdot (x+1)^2$;

б) $y = e^{-\frac{1}{18}x^2 + \frac{1}{6}x}$.

Вариант 29. а) $y = x \cdot (x+1)^2$;

б) $y = -e^{\frac{1}{18}x^2 - \frac{1}{3}x}$.

Вариант 30. а) $y = x^2 \cdot (x+1)$;

б) $y = -2e^{\frac{1}{5}x^2 - 4x}$.

Вариант 31. а) $y = (x-2) \cdot (x-1)^2$;

б) $y = 2e^{\frac{1}{2}x^2 + x}$.

Вариант 32. а) $y = (x-2) \cdot (x+1)^2$;

б) $y = -2e^{\frac{1}{8}x^2 - x}$.

ЗАДАНИЕ 7

Найти асимптоты графиков функции.

Вариант 1. а) $y = \frac{1}{x^2 + 6x + 5}$;

б) $y = \frac{x-3}{x^2 - 4x}$.

Вариант 2. а) $y = \frac{3}{x^2 + 4x}$;

б) $y = \frac{2x}{x^2 + x - 2}$.

Вариант 3. а) $y = \frac{4}{x^2 - 5x}$;

б) $y = \frac{-x}{x^2 - x - 6}$.

Вариант 4. а) $y = \frac{2}{2 + x - x^2}$;

б) $y = \frac{x - \frac{1}{2}}{x^2 - x}$.

Вариант 5. а) $y = \frac{2}{x^2 - 7x + 6}$;

б) $y = \frac{4x-1}{x^2 - x}$.

Вариант 6. а) $y = \frac{2}{x^2 + 2x - 24}$;

б) $y = \frac{2x-5}{x^2 - 3x}$.

Вариант 7. а) $y = \frac{1}{4 + 3x - x^2}$;

б) $y = \frac{3x+4}{x^2 + 2x}$.

Вариант 8. а) $y = \frac{3}{3x - x^2}$;

б) $y = \frac{2x+5}{x^2 + 3x}$.

Вариант 9. а) $y = \frac{3}{2 - x - x^2}$;

б) $y = \frac{3x+1}{x^2 + 2x}$.

Вариант 10. а) $y = \frac{2}{2 + x - x^2}$;

б) $y = \frac{x+3}{x^2 + 4x}$.

Вариант 11. а) $y = \frac{-1}{x^2 + x}$;

б) $y = \frac{3x-5}{x^2 - 2x}$.

Вариант 12. а) $y = \frac{3}{x^2 - 2x}$;

б) $y = \frac{3x-2}{x^2 - 3x}$.

Вариант 13. а) $y = -\frac{3}{2 - x - x^2}$;

б) $y = \frac{2x-1}{x \cdot (x-4)}$.

Вариант 14. а) $y = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$;

б) $y = \frac{1-2x}{x-x^2}$.

Вариант 15. а) $y = \frac{4}{2 + x - x^2}$;

б) $y = \frac{2x+3}{x \cdot (x+2)}$.

Вариант 16. а) $y = \frac{2}{x^2 - 4x - 5}$;

б) $y = \frac{x}{x^2 - x - 2}$.

Вариант 17. а) $y = \frac{2}{x^2 + 5x}$;

б) $y = \frac{3x+1}{x^2 + 3x}$.

Вариант 18. а) $y = \frac{1}{x-x^2}$;

б) $y = \frac{1+2x}{x^2+x}$.

Вариант 19. а) $y = \frac{-4}{x^2+3x}$;

б) $y = \frac{4x-3}{x^2-2x}$.

Вариант 20. а) $y = \frac{3}{x^2+3x+2}$;

б) $y = \frac{4x-1}{x^2-6x}$.

Вариант 21. а) $y = \frac{-2}{x^2+4x-5}$;

б) $y = \frac{3x-1}{x^2-x}$.

Вариант 22. а) $y = \frac{2}{x^2+4x+3}$;

б) $y = \frac{2x-3}{x^2-2x}$.

Вариант 23. а) $y = \frac{-2}{x^2-1}$;

б) $y = \frac{3x-1}{x^2-2x}$.

Вариант 24. а) $y = \frac{-2}{x^2-4x}$;

б) $y = \frac{x-1}{x^2-2x}$.

Вариант 25. а) $y = \frac{3}{x^2+2x}$;

б) $y = \frac{x+\frac{1}{2}}{x^2+x}$.

Вариант 26. а) $y = \frac{-3}{x^2-7x+10}$;

б) $y = \frac{2x-1}{x \cdot (x-1)}$.

Вариант 27. а) $y = \frac{-3}{x^2+x-2}$;

б) $y = \frac{1-2x}{x^2-x}$.

Вариант 28. а) $y = \frac{4}{x^2-3x+2}$;

б) $y = \frac{2x+5}{x^2+3x}$.

Вариант 29. а) $y = \frac{3}{3-4x+x^2}$;

б) $y = \frac{3x-1}{x \cdot (x-3)}$.

Вариант 30. а) $y = \frac{2}{x^2-6x+5}$;

б) $y = \frac{x-2}{3x-x^2}$.

Вариант 31. а) $y = \frac{3}{x^2+3x+2}$;

б) $y = \frac{4x-1}{x^2-6x}$.

Вариант 32. а) $y = \frac{-2}{x^2+4x-5}$;

б) $y = \frac{3x-1}{x^2-x}$.

ЗАДАНИЕ 8

Исследовать функции и построить график.

Вариант 1. $y = -\frac{2x^2 + x + 1}{x + 1};$

Вариант 2. $y = \frac{4x^2 + 2x - 4}{x - 2};$

Вариант 3. $y = \frac{x^2 + 3x + 6}{x + 2};$

Вариант 4. $y = \frac{4x^2 - 4x + 2}{x - 1};$

Вариант 5. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1};$

Вариант 6. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1};$

Вариант 7. $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 1};$

Вариант 8. $y = \frac{x^2 - 6x + 6}{x + 1};$

Вариант 9. $y = \frac{3x^2 + 4x + 8}{x + 2};$

Вариант 10. $y = \frac{x^2 - 4x - 8}{x + 2};$

Вариант 11. $y = \frac{x^2 - 6x + 6}{x - 1};$

Вариант 12. $y = \frac{3x^2 - 4x + 4}{x - 1};$

Вариант 13. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1};$

Вариант 14. $y = \frac{x^2 + 6x + 6}{x - 1};$

Вариант 15. $y = -\frac{2x^2 - 6x + 6}{x - 1};$

Вариант 16. $y = \frac{3x^2 - 4x + 4}{x - 1};$

Вариант 17. $y = \frac{4x^2 + 2x + 2}{x + 1};$

Вариант 18. $y = \frac{4x^2 + x + 3}{3 + x};$

Вариант 19. $y = \frac{4x^2 - 2x - 4}{2 + x};$

Вариант 20. $y = \frac{x^2 + 3x + 9}{x + 3};$

Вариант 21. $y = \frac{4x^2 - 6x - 12}{x + 2};$

Вариант 22. $y = \frac{x^2 - 6x + 12}{x - 2};$

Вариант 23. $y = \frac{x^2 + 3x + 6}{x + 2};$

Вариант 24. $y = \frac{x^2 - 3x + 9}{x - 3};$

Вариант 25. $y = \frac{x^2 + 5x + 5}{x + 1};$

Вариант 26. $y = \frac{x^2 - 5x + 5}{x + 1};$

Вариант 27. $y = \frac{x^2 - 3x + 9}{x + 3};$

Вариант 28. $y = \frac{x^2 + 3x - 9}{x - 3};$

Вариант 29. $y = \frac{x^2 - 4x - 4}{x + 1};$

Вариант 30. $y = \frac{x^2 + 4x - 4}{x + 1};$

Вариант 31. $y = \frac{x^2 + 4x + 4}{1 + x};$

Вариант 32. $y = \frac{x^2 + 3x - 9}{x - 3};$