

22. Случайные события

1. а) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3?
б) Сколько среди них нечетных чисел?

2. а) Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5? б) Сколько среди них таких, которые состоят из различных цифр?

3. а) Сколько существует пятизначных чисел? Сколько среди них таких, которые: б) начинаются цифрой 2 и оканчиваются цифрой 4? в) не содержат цифры 5? г) кратны 5?

4. Имеется 6 пар перчаток различных размеров. Сколькими способами можно выбрать из них одну перчатку на правую руку и одну – на левую руку так, чтобы эти перчатки были различных размеров?

5. Сколькими способами можно переставить буквы слова «ТЕОРИЯ»?

6. Сколькими способами можно переставить 8 книг на полке?

7. Сколькими способами можно расставить 5 различных поездов на 8 запасных путях так, чтобы на каждом пути стояло не более одного поезда?

8. Сколькими способами можно смоделировать флаг, состоящий из 3 равных горизонтальных полос различных цветов, если имеется материал 5 различных цветов?

9. Студенты данного курса изучают 12 дисциплин. В расписание занятий каждый день включается по 3 предмета. Сколькими способами может быть составлено расписание занятий на 1-е сентября?

10. Сколько существует способов расстановки 10 спортсменов по 4 различным этапам эстафеты?

11. Сколькими способами можно выбрать 3 дежурных из группы в 25 человек?

12. Экзаменационный билет состоит из 3-х вопросов. Сколько различных билетов можно составить из 20 вопросов? (Порядок вопросов в билете не учитывается.)

13. Сколькими способами можно выбрать из 12 человек команду из 6 человек?

14. а) Из спортивного клуба, насчитывающего 20 членов, надо составить команду из 4 человек для участия в беге на 1000 м. Сколькими способами это можно сделать? б) Сколькими способами можно составить команду из 4 человек этого клуба для участия в эстафете 100+200+400+800 м?

15. Сколько существует способов выбрать 2 парня и 3 девушки из группы, в которой 6 парней и 5 девушек?

16. а) Сколькими способами можно выбрать из слова «ЛОГАРИФМ» три согласных и две гласных буквы? б) Сколько способов сделать такой выбор, если среди выбранных букв есть буква Ф?

17. Сколькими способами можно выставить на игру футбольную команду, состоящую из 3 нападающих, 3 полузащитников, 4 защитников и вратаря, если всего в команде 6 нападающих, 3 полузащитника, 6 защитников и 1 вратарь?

18. Сколько различных буквосочетаний можно образовать из букв слова:
а) «МИСС»? **б) «МИССИС»?**

19. Сколько существует четырехзначных чисел, состоящих из различных цифр?

20. Сколькими способами из 10 различных цветов можно составить букет, содержащий нечетное число цветов?

21. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришел забирать, обнаружил, что забыл код. Чтобы открыть камеру, нужно правильно набрать пятизначный код. Пассажир помнит только, что в коде присутствовали числа 23 и 47. Какое наибольшее число вариантов кода нужно перебрать, чтобы открыть камеру?

22. Брошен правильный игральный кубик. Найти вероятность того, что на верхней грани выпадет: **а) 6 очков;** **б) нечетное число очков;** **в) не менее 3 очков.**

23. В коробке 20 жетонов с номерами от 1 до 20. Какова вероятность того, что наудачу вынутый жетон имеет номер: **а) 15;** **б) 1 или 10 или 20;** **в) 35 или 10?**

24. В урне 10 красных, 15 зеленых, 20 синих и 25 желтых шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что этот шар: **а) зеленый;** **б) зеленый или желтый;** **в) белый;** **г) цветной.**

25. Какова вероятность, что наудачу вырванный листок из нового календаря соответствует первому числу месяца? (Год считается не високосным.)

26. Из 33 карточек с различными буквами русского алфавита наугад взяли одну. Какова вероятность того, что на ней написана гласная буква?

27. Найти вероятность угадать наудачу взятое двузначное число, если известно, что это число не делится на 5.

28. В коробке четыре одинаковые карточки с числами 3, 5, 7, 8. Из коробки последовательно, наугад вынимают две карточки, не возвращая их обратно. Рассмотрим следующие события: $A = \{\text{на обеих карточках нечетные числа}\}$, $B = \{\text{число на первой карточке больше числа на второй}\}$, $C = \{\text{первой вынута карточка с числом 8}\}$, $D = \{\text{сумма чисел – четное число}\}$, $E = \{\text{оба числа четные}\}$. Требуется:

а) составить пространство элементарных событий Ω ;

б) определить элементарные события, благоприятствующие появлению рассматриваемых событий;

в) вычислить вероятности рассматриваемых событий;

г) выяснить, являются ли совместными события A и B ; A и C ; A и D ; A и E ;

д) описать словами и посредством элементарных событий, в чем состоят события \bar{B} , \bar{E} .

29. Наудачу подбросили две правильные игральные кости. Найти вероятности следующих событий: $A = \{\text{число очков на обеих костях}$

совпадает}, $B = \{\text{число очков на первой кости больше, чем на второй}\}$, $C = \{\text{сумма очков больше двух}\}$, $D = \{\text{хотя бы на одной кости появится 5 очков}\}$, $E = \{\text{сумма очков не менее 6}\}$? Записать \overline{C} , \overline{D} , \overline{E} . Являются ли совместными события A и C ; \overline{C} и D ?

30. Брошены наудачу две правильные игральные кости. Какова вероятность того, что произведение выпавших очков не более 6?

31. На одной полке наудачу расставлены 8 книг. Найти вероятность того, что книги стоят в алфавитном порядке.

32. Слово «ПРОЕКТ» составлено из букв разрезной азбуки. Карточки с буквами перемешивают, затем наугад вытаскивают и раскладывают в линию в порядке вынимания. Какова вероятность получения при этом слова «ПРОЕКТ»?

33. Набирая номер телефона, абонент забыл последние 4 цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.

34. Найти вероятность угадать трехзначный код, если известно, что он состоит из различных цифр.

35. В группе из 25 студентов 10 учатся на «отлично», 8 на «хорошо» и 7 на «удовлетворительно». Найти вероятность того, что, выбирая наугад, вызвали 3 отличника.

36. В партии из 50 изделий 5 окрашенных. Из партии выбирают наугад 6 изделий. Определить вероятность того, что среди этих 6 изделий ровно 2 изделия окажутся окрашенными.

37. В урне 5 черных и 3 белых шара. Наугад вынули 3 шара. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров 2 черных.

38. В стройотряде 10 юношей и 5 девушек. Для участия в реставрации замка наудачу набирается бригада из 5 человек. Какова вероятность того, что среди них будет 3 девушки и 2 юноши?

39. В коробке находятся одинаковые кубики, занумерованные от 1 до 9. Наудачу извлекают 4 кубика из коробки. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков нечетные числа.

40. Студент из 30 вопросов 15 знает хорошо и 10 удовлетворительно. Найти вероятность того, что из 3 наудачу взятых вопросов билета 2 он знает хорошо и 1 не знает.

41. В коробке из 25 изделий 15 высшего качества. Наудачу извлекаются 3 изделия. Определить вероятность того, что: **а)** одно из них высшего качества; **б)** все три изделия высшего качества; **в)** хотя бы одно изделие высшего качества.

42. Гардеробщица одновременно выдала номерки пяти лицам, сдавшим в гардероб свои шляпы, и повесила их наугад. Найти вероятность того, что она каждому выдаст его собственную шляпу.

43. Телефонную книгу раскрыли наудачу и выбрали наугад номер телефона. Считая, что телефонные номера состоят из семи цифр, причем все комбинации цифр равновероятны, найти вероятности следующих событий:

$A = \{\text{четыре последние цифры телефонного номера одинаковы}\}$, $B = \{\text{все цифры различные}\}$, $C = \{\text{номер начинается с цифры 7}\}$, $D = \{\text{номер содержит три цифры 5, две цифры 6 и две цифры 1}\}$. Являются ли совместными события A и C ; B и D ?

44. Цифры 1, 2, 3, 4, 5 расставлены случайно. Найти вероятность того, что цифры 2 и 5 расположены рядом в порядке возрастания.

45. Случайным образом раскладывают 7 яблок, 3 апельсина и 5 лимонов в 3 пакета так, чтобы в каждом пакете было одинаковое количество фруктов. Найти вероятность того, что в каждом пакете будет по одному апельсину.

46. Две монеты радиуса r занимают произвольное положение, не пересекаясь, внутри круга радиуса R . В данный круг наугад бросают точку. Определить вероятность того, что эта точка попадает на одну из монет.

47. В отрезке единичной длины наудачу появляется точка. Определить вероятность того, что расстояние от точки до концов отрезка превосходит величину $1/5$.

48. Быстро вращающийся диск разделен на четное число равных секторов, попеременно окрашенных в белый и черный цвет. В диск случайным образом произведен выстрел. Найти вероятность того, что пуля попадет в один из белых секторов, если вероятность попадания пули в плоскую фигуру пропорциональна площади этой фигуры и пуля в диск обязательно попадет.

49. Внутри круга радиуса R наудачу брошена точка. Определить вероятность того, что эта точка окажется внутри вписанного в круг: а) квадрата; б) правильного треугольника. Предполагается, что вероятность попадания точки в часть круга пропорциональна площади этой части и не зависит от ее расположения относительно круга.

50. Два лица условились встретиться в определенном месте между 17 и 18 часами. Пришедший первым ждет второго в течение 15 минут, после чего уходит. Найти вероятность того, что встреча состоится, если каждый наудачу выбирает момент своего прихода.

51. На плоскости проведены параллельные линии, расстояния между которыми попеременно равно 1,5 и 8 см. Найти вероятность того, что наудачу брошенный на эту плоскость круг радиуса 2,5 см не будет пересекать ни одну линию.

52. В первом ящике находятся шары с номерами 1, 3, 4, а во втором – с номерами 1, 6, 8. Из каждого ящика наугад вынули по одному шару. Рассмотрим следующие события: $A = \{\text{сумма номеров вынутых шаров не меньше 7}\}$, $B = \{\text{хотя бы один из номеров вынутых шаров 1}\}$, $C = \{\text{произведение номеров вынутых шаров четное число}\}$, $D = \{\text{вынули шары с номерами не большими 2}\}$. Найти вероятности событий: $A + B$, AB , $A + C$, AC , $A + D$, AD , $B + D$, BD .

53. В задаче **28** найти вероятности событий $A+B$, AB , $A+C$, AC , $B+D$, BD , BCD , $AD+E$.

54. В задаче **29** найти вероятности событий $A+B$, AB , $B+D$, BD , $AC+D$.

55. В группе из 27 туристов 17 человек владеют английским языком, 6 – французским, а 2 – обоими языками. Найти вероятность того, что случайно выбранный из группы турист владеет по крайней мере одним из этих языков.

56. В первой урне 6 черных и 4 белых шара, во второй 3 черных и 7 белых шаров. Из каждой урны наудачу извлекают один шар. Какова вероятность того, что вынуты: **а)** 2 белых шара; **б)** хотя бы один черный шар?

57. Правильная монета случайным образом подбрасывается 2 раза. Найти вероятность того, что герб появится: **а)** 2 раза; **б)** только один раз; **в)** хотя бы один раз.

58. В первом ящике 1 белый, 2 красных и 3 синих шара, во втором ящике 2 белых, 6 красных и 4 синих шара. Из каждого ящика наудачу вынули по шару. Какова вероятность, что среди вынутых шаров нет синих?

59. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Произведено два независимых выстрела. Какова вероятность: **а)** двух попаданий; **б)** одного промаха; **в)** хотя бы одного попадания?

60. В двух партиях процент доброкачественных изделий составляет соответственно 97% и 96%. Наудачу выбирают по одному изделию из каждой партии. Какова вероятность обнаружить среди них: **а)** одно доброкачественное и одно бракованное; **б)** два бракованных; **в)** хотя бы одно бракованное?

61. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,7, вторым – 0,5, третьим – 0,4. Каждый выстрелил по одному разу. Найти вероятность того, что хотя бы один стрелок попал в цель.

62. Охотник произвел три независимых выстрела по удаляющейся цели. Вероятность попадания в цель в начале стрельбы равна 0,8 и после каждого выстрела уменьшается на 0,1. Найти вероятность того, что он: **а)** промахнется все три раза; **б)** попадет хотя бы один раз; **в)** попадет ровно два раза.

63. Рабочий обслуживает 3 станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность безотказной работы первого из них равна 0,7, второго – 0,8, третьего – 0,9. Найти вероятность того, что: **а)** откажут два станка; **б)** откажет хотя бы один станок.

64. Нужная сборщику деталь независимым образом может находиться в первом, втором, третьем, четвертом ящиках с вероятностями, которые соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что деталь содержится: **а)** не более чем в трех ящиках; **б)** не менее чем в двух ящиках.

65. Вероятность того, что цель поражена при одном выстреле первым стрелком 0,62, вторым – 0,49. Первый сделал 2 независимых выстрела, а второй 3 независимых выстрела. Определить вероятность того, что цель не поражена.

66. Вероятность того, что при одном измерении некоторой величины будет допущена ошибка, превышающая заданную точность, равна 0,2. Произведено три независимых измерения. Рассмотрим события: $A = \{\text{хотя бы в одном измерении допущенная ошибка превысит заданную точность}\}$, $B = \{\text{не более чем в одном измерении допущенная ошибка превысит заданную точность}\}$, $C = \{\text{ни в одном измерении допущенная ошибка не превысит заданную точность}\}$. Найти вероятности событий $A+B$, AB , BC , $\overline{B} \cdot \overline{C}$.

67. Производится стрельба по удаляющейся цели. При первом выстреле вероятность попадания равна 0,8, при каждом следующем уменьшается в 2 раза. Произведено три независимых выстрела. Рассмотрим события: $A = \{\text{ровно одно попадание в цель}\}$, $B = \{\text{не менее двух попаданий в цель}\}$, $C = \{\text{более двух промахов}\}$. Найти вероятности событий \overline{AB} и $A+\overline{C}$.

68. Три станка работают независимо. Вероятность выхода из строя в течение смены первого станка 0,1; для второго и третьего станков эти вероятности соответственно равны 0,2 и 0,3. Рассмотрим события: $A = \{\text{только два станка выйдут из строя в течение смены}\}$, $B = \{\text{не менее двух станков выйдут из строя в течение смены}\}$, $C = \{\text{хотя бы один станок не выйдет из строя в течение смены}\}$. Найти вероятности событий AB , $A+C$, $\overline{A}+\overline{C}$.

69. В двух урнах находятся шары, отличающиеся только цветом, причем в первой урне 4 красных и 6 белых шаров, а во второй – 3 черных и 7 белых. Из каждой урны наудачу извлекают один шар. Рассмотрим события: $A = \{\text{шары разных цветов}\}$, $B = \{\text{хотя бы один шар белый}\}$, $C = \{\text{оба шара белые}\}$. Найти вероятности событий A , B , AB , $A+B$, $A+C$, $B+C$, BC .

70. На предприятии брак составляет в среднем 1,5% от общего выпуска изделий. Среди годных изделий первый сорт составляет 80%. Какова вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется первого сорта, если оно взято из общей массы изготовленной продукции?

71. В урне 7 белых и 8 черных шаров. Дважды наудачу вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность того, что оба шара черные.

72. Из 20 вопросов, входящих в программу экзамена, студент подготовил 17. Используя теорему умножения вероятностей, найти вероятность того, что студент ответил правильно на экзаменационный билет, состоящий из 3-х наудачу выбранных вопросов.

73. Из 6 букв разрезной азбуки составлено слово «АНАНАС». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал в случайном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово «АНАНАС».

74. На 11 отдельных карточках написаны цифры 0, 0, 0, 1, 1, 3, 5, 6, 6, 8, 9. Все карточки перемешивают, после чего наугад берут 7 карточек и

раскладывают их в ряд. Определить вероятность того, что будет получено число 1603051.

75. Имеется 11 карточек с буквами В, Е, Н, О, О, Р, С, Т, Т, Ь, Я. Карточки перемешивают, после чего выбирают наугад по одной и раскладывают в ряд в порядке вынимания. Найти вероятность того, что: **а)** получится слово ЯВЬ, если выложены в ряд три карточки; **б)** получится слово СОН, если выложены в ряд три карточки; **в)** получится слово ВЕРОЯТНОСТЬ, если выложены в ряд в порядке вынимания все карточки.

76. Имеется 11 карточек с буквами В, Е, Е, И, И, Н, Р, С, Т, Т, У. Карточки перемешивают, после чего выбирают наугад по одной и раскладывают в ряд в порядке вынимания. Найти вероятность того, что: **а)** получится слово ТУР, если выложены в ряд три карточки; **б)** получится слово СЕВЕР, если выложено в ряд пять карточек; **в)** получится слово УНИВЕРСИТЕТ, если выложены в ряд в порядке вынимания все карточки.

77. Несколько раз независимым образом бросают игральную кость. Какова вероятность того, что одно очко появится впервые при третьем бросании?

78. Для поражения цели достаточно попадания хотя бы одного снаряда. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна 0,46, из второго – 0,6. Найти вероятность поражения цели, если из каждого орудия независимо выстрелили по одному разу.

79. Достаточным условием сдачи коллоквиума является ответ на один из двух вопросов, наудачу предлагаемых преподавателем студенту. Студент не знает ответов на 8 вопросов из тех 40, которые могут быть предложены. Какова вероятность сдать коллоквиум?

80. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает ее наудачу. Определить вероятность того, что ему придется звонить не более чем в четыре места. *(Предложить два способа решения задачи.)*

81. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. По мишени стреляют одиночными выстрелами до первого попадания, после чего стрельба прекращается. Найти вероятность того, что будет произведено не более трех выстрелов. *(Предложить два способа решения задачи.)*

82. Из коробки, в которой 6 красных и 4 черных карандаша, наудачу извлекают по одному карандашу до появления черного. Найти вероятность того, что придется производить четвертое извлечение, если выборка производится: **а)** с возвращением; **б)** без возвращения.

83. Наудачу бросают три игральные кости. Какова вероятность того, что: **а)** на всех костях выпадет нечетное число очков; **б)** на всех костях выпадет одинаковое число очков; **в)** хотя бы на одной из них появится 5 очков?

84. Из сосуда, содержащего 2 белых и 4 черных шара, двое поочередно наудачу извлекают шары (не возвращая обратно). Выигрывает тот, кто первым извлечет белый шар. Вычислить вероятность выигрыша для каждого из участников.

85. Две фирмы поставляют в магазин ученические тетради. Поставки первой фирмы составляют 40%, а второй – 60% от общего количества. Вероятность брака среди продукции первого поставщика равна 0,01, второго – 0,02. Найти вероятность того, что взятая наугад тетрадь не содержит брака.

86. Два предприятия выпускают однотипные изделия. Причем второе выпускает 55% изделий обоих предприятий. Вероятность выпуска стандартного изделия первым предприятием 0,9, вторым 0,85. Определить вероятность того, что взятое наудачу изделие окажется нестандартным.

87. Семена для посева в хозяйство поступают из трех семеноводческих хозяйств. Причем первое и второе хозяйства присылают по 40 % всех семян. Всхожесть семян из первого хозяйства 90%, второго 85%, третьего 95%. Определить вероятность того, что наудачу взятое семя не взойдет.

88. Перед посевом 95% семян обрабатываются специальным раствором. Всхожесть семян после обработки 99%, необработанных – 85%. Какова вероятность того, что случайно взятое семя взойдет?

89. Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность второго автомата в 3 раза больше производительности первого. Вероятность изготовления стандартной детали первым автоматом равна 0,8, а вторым 0,95. Найти вероятность того, что взятая наугад деталь будет стандартной.

90. Два датчика посылают сигналы в общий канал связи, причем первый из них посылает вдвое больше сигналов, чем второй. Вероятность получить искаженный сигнал от первого датчика 0,01, от второго – 0,04. Каков процент искаженных сигналов в общем канале связи?

91. В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков в количественном отношении 1 : 4 : 5. Практика показала, что телевизоры, поступающие от 1-го, 2-го и 3-го поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока в 98%, 88% и 92% случаев. Найти вероятность того, что приобретенный в этой фирме телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока.

92. На сборку поступило 50 деталей от первого станка, 100 от второго и 150 от третьего. Первый станок дает 2%, второй 1% и третий 2% брака. Найти вероятность того, что взятая наугад деталь окажется не бракованной.

93. Из 1000 ламп 250 принадлежат первой партии, 300 – второй, остальные третьей. В первой партии 6%, во второй 5%, в третьей 4% бракованных ламп. Наудачу выбирается одна лампа. Определите вероятность того, что она бракованная.

94. Из 5 винтовок, из которых 3 снайперские, наудачу выбирается одна и из неё производится выстрел. Найти вероятность попадания в цель, если вероятность попадания из снайперской винтовки – 0,95, а из обычной – 0,7.

95. В группе спортсменов 10 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму для лыжников составляет

0,8, для велосипедистов – 0,7, для бегунов – 0,9. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наудачу, выполнит квалификационную норму.

96. В первом ящике содержится 20 деталей, из них 10 стандартных, во втором 30 деталей, из них 25 стандартных, в третьем 10 деталей, из них 8 стандартных. Из случайно выбранного ящика наудачу взята одна деталь. Какова вероятность того, что она оказалась стандартной?

97. В первой урне 2 белых и 1 черный шар; во второй – 3 белых и 1 черный; в третьей – 2 белых и 2 черных шара. Из наугад выбранной урны вынимают шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.

98. На рисунке 1 изображена схема дорог.

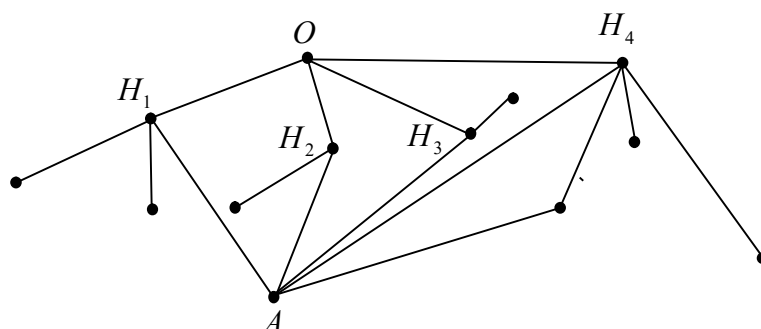


Рис. 1. Схема дорог

Туристы вышли из пункта O , выбирая наугад одну из дорог. Какова вероятность того, что они попадут в пункт A ?

99. В магазине продается 4 прибора. Вероятность того, что они выдержат гарантийный срок, соответственно, равны 0,91; 0,9; 0,95; 0,94. Найти вероятность того, что взятый наудачу прибор выдержит гарантийный срок.

100. Мышь может выбрать наугад один из 5 лабиринтов. Известно, что вероятности её выхода из разных лабиринтов за три минуты равны соответственно 0,5; 0,6; 0,2; 0,1; 0,1. Какова вероятность того, что мышь выберется из лабиринта через три минуты.

101. Из трамвайного парка в случайном порядке выходят 4 трамвая маршрута №1 и 8 трамваев маршрута №2. Найти вероятность того, что второй из вышедших на линию трамваев будет иметь №1.

102. В урне 10 шаров, из них 8 белых. Наудачу вынули один шар, а затем еще один. Какова вероятность того, что второй раз вынули белый шар?

103. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белые; во второй урне 20 шаров, из них 4 белые. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взят один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

104. В каждой из трех урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в третью урну.

Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из третьей урны, окажется белым.

105. В урну, содержащую 3 шара, опустили белый шар, после чего наудачу извлекли 2 шара. Найти вероятность того, что извлеченные шары окажутся белыми. (Любые предположения о первоначальном числе белых шаров в урне равновозможны.)

106. 15 экзаменационных билетов содержат по 2 вопроса, которые не повторяются. Экзаменуемый может ответить только на 25 вопросов. Определить вероятность того, что экзамен будет сдан, если для этого достаточно ответить на 2 вопроса из одного билета или на один вопрос из первого билета и на указанный вопрос из другого билета, если билеты на экзамене предлагаются случайным образом и не повторяются.

107. По цели производится 3 независимых выстрела. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0,1, при втором – 0,2, при третьем – 0,3. Для поражения цели достаточно двух попаданий. При одном попадании цель поражается с вероятностью 0,6. Найти вероятность поражения цели.

108. В группе из 20 человек имеются 4 отличных, 10 хороших и 6 посредственных стрелков. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для отличного стрелка равна 0,9, для хорошего – 0,7, для посредственного – 0,5. На линию огня вызываются наугад два стрелка. Они производят по одному выстрелу. Найти вероятность того, что оба стрелка попадут в цель.

109. В пирамиде установлено 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,8. Стрелок, выстрелив из наудачу взятой винтовки, поразил мишень. Что вероятнее: выстрел произведен из винтовки с оптическим прицелом или без него?

110. На фабрике, изготавливающей болты, первая машина производит 25%, вторая – 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5, 4 и 2%. Случайно выбранный болт оказался дефектным. Какова вероятность того, что он был произведен третьей машиной?

111. Потоки грузовых и легковых машин, проезжающих по шоссе, на котором расположена автозаправка, относятся как 3 : 2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. На автозаправку заехала машина. Какова вероятность того, что эта машина грузовая?

112. Имеется две урны. В первой урне 3 белых и 4 черных шара, во второй – 2 белых и 3 черных шара. Из первой урны наудачу перекладывают во вторую два шара, а затем из второй урны наугад вынимают один шар. Он оказался белым. Какой состав переложенных шаров является наиболее вероятным?

113. Вероятности попадания при каждом выстреле для трех стрелков равны соответственно 0,2; 0,4; 0,6. При одновременном выстреле всех трех стрелков имелось только одно попадание. Определить вероятность того, что попал первый стрелок.

114. В группе из 20 студентов, пришедших на экзамен, восемь подготовлены отлично, шесть – хорошо, четыре – посредственно и два – плохо. В экзаменационных билетах содержится 40 вопросов. Студент, подготовленный отлично, может ответить на все вопросы, хорошо – на 35, посредственно – на 25, плохо – на 10 вопросов. Вызванный наугад студент ответил на три произвольно заданных вопроса. Найти вероятность того, что этот студент подготовлен: **а)** хорошо; **б)** плохо.

115. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,3. По мишени производится семь независимых выстрелов. Найти вероятность того, что в мишень попали: **а)** ровно четыре раза; **б)** не менее пяти раз; **в)** хотя бы один раз.

116. При приеме сообщений каждый символ независимо от других искажается с вероятностью 0,01. Какова вероятность того, что слово из 5 букв будет передано правильно?

117. Игральную кость независимым образом подбрасывают 5 раз. Найти вероятность того, что ровно 3 раза появится четное число очков.

118. В урне 20 белых и 10 черных шаров. Случайным образом вынули подряд 6 шаров, возвращая каждый раз вынутый шар в урну. Какова вероятность того, что среди 6 вынутых шаров окажется ровно 2 черных?

119. Правильную монету независимым образом подбрасывают 5 раз. Найти вероятность того, что цифра выпадет менее 4 раз.

120. Вероятность выигрыша по лотерейному билету равна 0,1. Какова вероятность того, что из 4 наудачу купленных билетов выиграет: **а)** один билет; **б)** хотя бы один билет?

121. В среднем 20% пакетов акций на независимых аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 6 пакетов акций в результате торгов по первоначальной цене будет продано не более 4 пакетов.

122. Доля плодов, пораженных болезнью, составляет 25%. Случайным образом выбирается 8 плодов. Определить вероятность того, что в выборке окажется не менее двух пораженных болезнью плодов.

123. Устройство состоит из 8 независимо работающих элементов. Вероятности отказа каждого элемента за время t одинаковы и равны 0,2. Найти вероятность отказа этого устройства за время t , если для этого достаточно, чтобы отказали не менее чем два элемента.

124. Что вероятнее – выиграть у равносильного противника в игре, в которой нет ничейных исходов, не менее четырех партий из пяти или не менее пяти партий из восьми?

125. Вероятность того, что стрелок попадет хотя бы один раз при трех независимых выстрелах, равна 0,992. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле, предполагая ее постоянной при каждом выстреле.

126. Завод изготавливает изделия, каждое из которых с вероятностью 0,01 может иметь дефект. При каком объеме случайной выборки вероятность того, что в выборке будет хотя бы одно дефектное изделие, превышает 0,95?

127. Найти вероятность того, что после облучения из 500 бактерий выживет: **а)** ровно 3 бактерии; **б)** не менее 3 бактерий; **в)** более 3 бактерий; **г)** хотя бы одна бактерия, если вероятность выживания равна 0,004.

128. Вероятность брака при изготовлении некоторого изделия равна 0,002. Найти вероятность того, что среди 500 независимым образом произведенных изделий: **а)** не окажется бракованных; **б)** хотя бы одно бракованное; **в)** не более 2 бракованных.

129. Вероятность сбоя в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,005. Поступило 1000 независимых вызовов. Определить вероятность ровно 5 сбоев.

130. В партии из 1000 изделий имеется 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых из этой партии 50 изделий ровно 5 окажутся дефектными.

131. Вероятность того, что любой абонент позвонит на коммутатор в течение часа, равна 0,005. Коммутатор учреждения обслуживает 600 абонентов. Какова вероятность, что в течение часа позвонят менее 5 абонентов?

132. Прядильщица обслуживает 1000 независимо работающих веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение 1 минуты равна 0,004. Найти вероятность того, что в течение 1 минуты обрыв произойдет не менее чем на 5 веретенах.

133. Правильная монета подброшена независимым образом 1000 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет: **а)** ровно 450 раз; **б)** не менее 400 раз и не более 550 раз; **в)** более 520 раз.

134. При массовом производстве полупроводниковых диодов вероятность брака при формовке равна 0,1. Какова вероятность того, что из 400 наугад взятых диодов: **а)** будет ровно 30 бракованных; **б)** число бракованных диодов будет находиться между 20 и 50; **в)** будет более 55 бракованных?

135. Вероятность выхода из строя за некоторое время T одного конденсатора равна 0,2. Определить вероятность того, что из 100 независимо работающих конденсаторов в течение времени T выйдет из строя: **а)** ровно 10 конденсаторов; **б)** не менее 30, но менее 60 конденсаторов; **в)** не более 20 конденсаторов; **г)** более 20 конденсаторов.

136. Определить вероятность того, что в серии из 1000 независимых опытов число удачных опытов будет равно 450, если вероятность того, что опыт удачен, постоянна и равна 0,5.

137. При установившемся технологическом процессе 60% всех изготавливаемых заводом изделий выпускается высшим сортом. Приемщик наугад берет 200 шт. изделий. Чему равна вероятность того, что среди них изделий высшего сорта окажется от 120 до 150 шт.?

138. Из большой партии зерна (пшеницы с рожью), в которой доля ржи 0,2, берут для пробы 900 случайных зерен. Какова вероятность, что число зерен ржи в пробе от 180 до 210?

Ответы. 1. а) 27; б) 18. 2. а) 625; б) 600. 3. а) 90 000; б) 1000; в) 52 488; г) 18 000. 4. 30. 5. 720. 6. 40 320. 7. 6720. 8. 60. 9. 1320. 10. 5040. 11. 2300. 12. 1140. 13. 924. 14. а) $C_{20}^4 = 4845$; б) $A_{20}^4 = 116\,280$. 15. 150. 16. а) 30; б) 18.

17. 300. 18. а) $C_4^2 \cdot 2! = \frac{4!}{2!} = 12$; б) $C_6^3 \cdot C_3^2 = \frac{6!}{3!2!} = 60$. 19. $9 \cdot A_9^3 = 4\,536$.

20. $C_{10}^1 + C_{10}^3 + C_{10}^5 + C_{10}^7 + C_{10}^9 = 512$. 21. $3! \cdot 10 = 60$. 22. а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{2}{3}$.

23. а) $\frac{1}{20}$; б) $\frac{3}{20}$; в) $\frac{1}{20}$. 24. а) $\frac{3}{14}$; б) $\frac{4}{7}$; в) 0; г) 1. 25. $\frac{12}{365}$. 26. $\frac{10}{33}$. 27. 0,8.

28. а) $\Omega = \left\{ (3; 5); (3; 7); (3; 8); (5; 3); (5; 7); (5; 8); \right. \\ \left. (7; 3); (7; 5); (7; 8); (8; 3); (8; 5); (8; 7) \right\};$

б) $A = D = \{(3; 5); (3; 7); (5; 3); (5; 7); (7; 3); (7; 5)\};$

$B = \{(5; 3); (7; 3); (7; 5); (8; 3); (8; 5); (8; 7)\}; C = \{(8; 3); (8; 5); (8; 7)\}; E = \emptyset;$

в) $P(A) = P(D) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{1}{2}; P(C) = \frac{1}{4}; P(E) = 0;$ г) A и B совместны; A и C

несовместны; A и D совместны; A и E несовместны;

д) $\bar{B} = \{\text{число на первой карточке не больше, чем число на второй}\} =$

$= \{(3; 5); (3; 7); (3; 8); (5; 7); (5; 8); (7; 8)\}; \bar{E} = \Omega = \{\text{хотя бы одно число}$

нечетное\}. 29. $P(A) = \frac{1}{6}; P(B) = \frac{5}{12}; P(C) = \frac{35}{36}; P(D) = \frac{11}{36}; P(E) = \frac{13}{18};$

$\bar{C} = \{\text{сумма очков не больше двух}\} = \{\text{на обеих костях выпало одно очко}\} = \{(1; 1)\}; \bar{D} = \{\text{ни на одной кости не появится 5 очков}\}; \bar{E} = \{\text{сумма}$

очков менее 6\}; A и C совместны; \bar{C} и D несовместны. 30. $\frac{7}{18}$. 31. $\frac{1}{40\,320}$.

32. $\frac{1}{720}$. 33. $\frac{1}{5040}$. 34. $\frac{1}{720}$. 35. $\frac{6}{115}$. 36. 0,094. 37. $\frac{15}{28}$. 38. $\frac{150}{1001}$. 39. $\frac{5}{126}$.

40. $\frac{15}{116}$. 41. а) $\frac{27}{92}$; б) $\frac{91}{460}$; в) $\frac{109}{115}$. 42. $\frac{1}{5!} = \frac{1}{120}$. 43. $P(A) = \frac{10^4}{10^7} = 0,001;$

$P(B) = \frac{A_{10}^7}{10^7} \approx 0,061;$ $P(C) = \frac{10^6}{10^7} = 0,1;$ $P(D) = \frac{C_7^3 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{10^7} = 2,1 \cdot 10^{-5};$ A и C

- совместны; B и D несовместны. **44.** $\frac{4!}{5!} = \frac{1}{5}$. **45.** $\frac{C_3^1 C_{12}^4 C_2^1 C_8^4 C_1^1 C_4^4}{C_{15}^5 C_{10}^5 C_5^5} = \frac{25}{91}$. **46.** $\frac{2r^2}{R^2}$.
- 47.** 0,6. **48.** 0,5. **49. а)** $\frac{2}{\pi} \approx 0,637$; **б)** $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi} \approx 0,413$. **50.** Если x – момент прихода первого лица, а y – момент прихода второго лица, то $\Omega = \{(x; y) : 0 \leq x \leq 60, 0 \leq y \leq 60\}$, $A = \{(x; y) : |x - y| \leq 15\}$,
 $P(A) = \frac{S_A}{S_\Omega} = \frac{7}{16} = 0,4375$. **51.** $\frac{8-5}{8+1,5} = \frac{6}{19}$. **52.** $P(A+B) = 1$; $P(AB) = \frac{2}{9}$;
 $P(A+C) = \frac{7}{9}$; $P(AC) = \frac{2}{3}$; $P(A+D) = \frac{7}{9}$; $P(AD) = 0$; $P(B+D) = \frac{5}{9}$;
 $P(BD) = \frac{1}{9}$. **53.** $P(A+B) = \frac{3}{4}$; $P(AB) = \frac{1}{4}$; $P(A+C) = \frac{13}{16}$; $P(AC) = 0$;
 $P(B+D) = \frac{1}{4}$; $P(BD) = 0$; $P(BCD) = 0$; $P(AD+E) = \frac{5}{8}$. **54.** $P(A+B) = \frac{7}{12}$;
 $P(AB) = 0$; $P(B+D) = \frac{5}{9}$; $P(BD) = \frac{1}{9}$; $P(AC+D) = \frac{1}{2}$. **55.** $\frac{7}{9}$. **56. а)** 0,28;
б) 0,72. **57. а)** 0,25; **б)** 0,5; **в)** 0,75. **58.** $\frac{1}{3}$. **59. а)** 0,49; **б)** 0,42; **в)** 0,91.
60. а) 0,0676; **б)** 0,0012; **в)** 0,0688. **61.** 0,91. **62. а)** 0,024; **б)** 0,976; **в)** 0,452.
63. а) 0,092; **б)** 0,496. **64. а)** 0,6976; **б)** 0,9572. **65.** 0,962. **66.** $P(A+B) = 1$;
 $P(AB) = 0,384$; $P(BC) = 0,512$; $P(\overline{B} \cdot \overline{C}) = 0,104$. **67.** $P(\overline{AB}) = 0,472$;
 $P(A+\overline{C}) = 0,904$. **68.** $P(AB) = 0,092$; $P(A+C) = 0,994$; $P(\overline{A}+\overline{C}) = 0,908$.
69. $P(A) = 0,58$; $P(B) = 0,88$; $P(AB) = 0,46$; $P(A+B) = 1$; $P(A+C) = 1$;
 $P(B+C) = 0,88$; $P(BC) = 0,42$. **70.** 0,788. **71.** $\frac{4}{15}$. **72.** $\frac{34}{57}$. **73.** $\frac{1}{60}$. **74.** $\frac{24}{A_{11}^7}$.
75. а) $\frac{1}{990}$; **б)** $\frac{1}{495}$; **в)** $\frac{4}{11!}$. **76. а)** $\frac{1}{495}$; **б)** $\frac{2}{A_{11}^5}$; **в)** $\frac{8}{11!}$. **77.** $\frac{25}{216}$. **78.** 0,784.
79. $\frac{188}{195}$. **80.** 1-й способ: $\frac{1}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8} + \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{7} = 0,4$; 2-й способ:
 $1 - \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{6}{7} = 0,4$. **81.** 1-й способ: $0,6 + 0,4 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 0,936$; 2-й
способ: $1 - 0,4^3 = 0,936$. **82. а)** 0,216; **б)** $\frac{1}{6}$. **83. а)** $\frac{1}{8}$; **б)** $\frac{1}{36}$; **в)** $\frac{91}{216}$.
84. $\frac{2}{6} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} = 0,6$ и $\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = 0,4$. **85.** 0,984.
86. 0,1275. **87.** 0,11. **88.** 0,983. **89.** 0,9125. **90.** 2%. **91.** 0,09. **92.** 0,983. **93.** 0,048.
94. 0,85. **95.** 0,79. **96.** $\frac{32}{45}$. **97.** $\frac{23}{36}$. **98.** $\frac{11}{24}$. **99.** 0,925. **100.** 0,3. **101.** $\frac{1}{3}$. **102.** 0,8.

103. 0,5. 104. 0,4. 105. $\frac{5}{12}$. 106. 0,936. 107. 0,3368. 108. 0,461. 109. Вероятнее, что винтовка без оптического прицела. 110. 0,2319. 111. $\frac{3}{7}$. 112. 1 белый и 1 черный шар. 113. 0,103. 114. а) 0,307; б) 0,002. 115. а) 0,097; б) 0,029; в) 0,918. 116. 0,951. 117. $\frac{5}{16}$. 118. 0,329. 119. 0,8125. 120. а) 0,2916; б) 0,3439. 121. 0,9984. 122. 0,633. 123. 0,799. 124. $P(A) = 0,1875$; $P(B) = 0,3633$. 125. 0,8. 126. 299. 127. а) 0,180; б) 0,323; в) 0,143; г) 0,865. 128. а) 0,368; б) 0,632; в) 0,920. 129. 0,175. 130. 0,00016. 131. 0,815. 132. 0,371. 133. а) 0,00017; б) 0,99931; в) 0,1038. 134. а) 0,0165; б) 0,95216; в) 0,0062. 135. а) 0,0044; б) 0,0062; в) 0,5; г) 0,5. 136. 0,00017. 137. 0,499997. 138. 0,4938.

Минимум для аудиторной работы

Элементы комбинаторики: 1, 2, 6, 10, 11, 15.

Классическое определение вероятности: 22, 24, 25, 28, 30, 32, 34, 35, 37.

Геометрические вероятности: 46, 47, 50.

Теоремы сложения и умножения вероятностей: 52, 59, 62, 70, 72, 73, 74, 78, 81.

Формула полной вероятности: 85, 89, 94, 96, 97, 98, 102, 103.

Повторение испытаний. Схема Бернулли: 115, 117, 121, 124.

Предельные теоремы в схеме Бернулли: 127, 133.