

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ



Анализа проблема апстрактног резоновања
у неуронским мрежама
на примеру Рејвенових матрица

Дипломски рад

Ментор
доц др. Марко Мишић

Студент
Алекса Рачић, 2019/0728

Београд, септембар 2023

Садржај

1	Увод	2
2	О проблему	4
2.1	Формулација проблема	4
2.2	Машинско учење	5
2.3	Скуп података	5
2.4	Неуронске мреже	7
2.4.1	Потпуно повезане неуронске мреже	8
2.4.2	Конволуционе неуронске мреже	8
2.4.3	Рекурентне неуронске мреже	9
2.4.4	Релационе неуронске мреже	11
2.5	Активационе Функције	12
2.5.1	Функција активације исправљача	12
2.5.2	Хиперболички тангенс	12
2.5.3	Сигмоидна функција	13
2.6	Функције грешке	13
2.6.1	Унакрсна ентропија	14
2.7	Оптимизатори модела	14
2.7.1	Стохастички спуст (<i>Stochastic gradient descent - SGD</i>)	14
2.7.2	Адам (<i>Adaptive Moment Estimation - Adam</i>)	15
2.8	Технике регуларизације и убрзавања конвергенције	16
2.8.1	Изостављање неурона (<i>Dropout</i>)	16
2.8.2	Нормализација гомиле (<i>Batch Normalization</i>)	16
2.9	Додатне функције и слојеви	16
3	Коришћене технологије	18
3.1	Python3	18
3.2	Torch	18
3.3	Matplotlib	19
4	Опис решења	20
4.1	Архитектуре неуронских мрежа	20
4.1.1	Конволуциона мрежа са потпуно повезаним слојевима	21
4.1.2	Конволуциона мрежа са ДКМ блоковима	21
4.1.3	Конволуциона мрежа са РНН	22
4.2	Архитектура софтвера	26
4.2.1	Основни (базни) модел	26
4.2.2	Модел конволуционе мреже са потпуно повезаним слојевима	27
4.2.3	Модел конволуционе мреже са ДКМ ћелијама	27

4.2.4	Модел конволуционе мреже са релационим слојевима	27
4.3	Функција губитка, оптимизатор и учитавање података	28
5	Резултати и дискусија	29
5.1	Тест платформа	29
5.2	Методологија тестирања	30
5.3	Обучавање модела	30
5.3.1	Модел конволуционе мреже са потпуно повезаним слојевима	30
5.3.2	Модел конволуционе мреже са КДМ ћелијама	31
5.3.3	Модел конволуционе мреже са РНН	32
5.4	Анализа резултата	33
6	Закључак	34

Увод

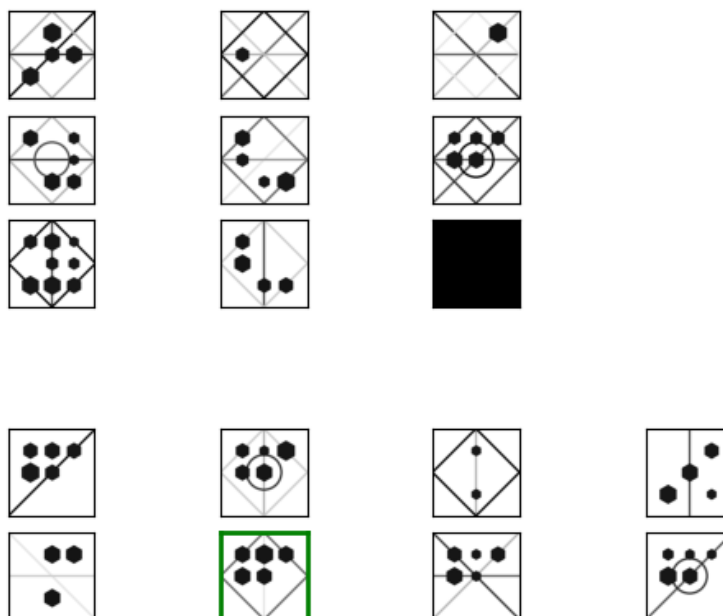
Главни циљ у домену вештачке интелигенције и машинског учења јесте стварање машине која ће имати когнитивне способности које су исте или боље од човека. Ово подразумева да машина мора бити способна да учи, закључује, решава проблеме и да се адаптира на нове ситуације, односно да поседује своју интелигенцију. Једна од фундаменталних карактеристика људске интелигенције је апстрактно закључивање - способност разазнавања шаблона, извођења закључака и решавања проблема у доменима који превазилазе просто меморисање података.

У том контексту, високо цењена Рејвенова серија тестова, коју је представио Џон Рејвен у својем раду из 1938. године [1], представља главни инструмент у процени апстрактног закључивања. Ови тестови се заснивају на употреби апстрактних визуелних стимула у облику матрица, помоћу којих се испитује способност посматрача да идентификује скривене образце и закључи о правилности или тенденцијама. Успешно решавање ових матрица захтева способност апстрактног и логичког закључивања, што га чини изазовним мерилем за анализу и процену когнитивних способности како људи, тако и алгоритама у области вештачке интелигенције.

Најчешћи облик Рејвеновог теста се састоји од 3x3 матрице која садржи 8 познатих композиција и један непознати образац у доњем десном углу. Посматрач треба да одабере један од 8 понуђених одговора који најбоље одговара непознатом обрасцу. Постоји више различитих варијанти Рејвенових матрица, али је њихова основна идеја иста. На слици 1.1 је приказан пример једне од варијанти Рејвенових матрица која ће се користити за анализу у овом раду.

Поставља се питање да ли тестови интелигенције могу дати увид у интелигенцију машине. На крају крајева, машина се учи на конкретном домену задатака, док је људска интелигенција општег карактера. Чак и у случају људи, вежбом се могу пронаћи хеуристике које помажу у решавању таквих текстова као што је доказано у раду где су тренингом успели да повећају резултате испитаника на тестовима интелигенције [2]. Упркос томе, у овом раду се сматра да решавање Рејвенових матрица неуронским мре-

жама може да пружи увид у њихову интелигенцију и моћ апстрактног резоновања.



Слика 1.1: Пример Рејвенове матрице, тачно решење је уоквирено зеленом бојом.

У сврху анализе изабране су три различите архитектуре неуронских мрежа, које су обучаване на примерима Рејвенових тестова како би добили увид у њихову способност апстрактног закључивања. Поред тога, у раду је представљен и софтверски оквир који је коришћен за имплементацију и тренирање неуронских мрежа, као и за тестирање и анализу резултата.

У поглављу 2 овог документа биће дефинисан проблем којим се рад бавио. Циљ овог поглавља јесте осврт на теорију и референтне радове неопходне за разумевање представљеног рада. Технологије које су коришћене приликом израде рада биће описане у поглављу 3. Детаљан опис предложеног решења ће бити изложен у поглављу 4. У поглављу 5 ће бити представљени резултати анализе као и дискусија о добијеним резултатима. На крају, у поглављу 6 ће бити изведени закључци овог рада, као и аспекти проблема који се могу додатно истражити.

О проблему

Главни изазов представља сама детекција облика и линија на слици. Потребно је пројектовати архитектуру неуронске мреже која је у стању да разуме облике са слике као и њихове односе. Такође је потребно да неуронска мрежа донесе одлуку који од понуђених одговора најбоље одговара непознатом обрасцу.

Изабрану архитектуру је потребно моделовати операцијама над скупом података како би рачунар могао да је извршава. Потребно је применити алгоритме учења неуронским мрежама пажећи на њихову ефикасност у извршавању.

На крају је потребан софтверски оквир који ће омогућити тренирање и тестирање неуронских мрежа, као и анализу резултата. Оквир треба да буде једноставан за коришћење и да омогући laku модификацију архитектуре неуронске мреже. Такође, треба да садржи механизме за обучавање неуралне мреже, односно нашег модела. Његово тестирање на различитим скупом података и резултате визуелно прикаже како би били разумљиви човеку.

2.1 Формулација проблема

Проблем којим се овај рад бави је обиман, али се може дефинисати следећим скупом задатака:

- Пројектовање адекватне архитектуре неуронске мреже за решавање Рејенових матрица,
- Моделовање неуронске мреже помоћу софтверског оквира,
- Тренирање неуронске мреже на скупу података,
- Тестирање неуронске мреже на скупу података,
- Анализа резултата и унапређење модела.

2.2 Машинско учење

Машинско учење представља процес учења модела из података са циљем постављања параметара тог модела на оптималне вредности. Циљ је да се модел обучи да даје најбоље резултате на скупу података који му су доступни. Ово се постиже минимизацијом функције губитка (енг. *loss function*). Функција губитка је кључни аспект у машинском учењу и она оцењује колико добро модел класификује или предвиђа резултате на основу улазних података. Што је вредност функције губитка мања, то је модел бољи у свом задатку. Процес учења модела своди се на постављање параметара модела тако да се вредност функције губитка минимизује, односно да модел тачније предвиђа жељене резултате.

Ова оптимизација параметара модела је срж машинског учења и она омогућава моделима да постану способни за различите задатке и анализе на основу доступних података. У овом раду ћемо користити надгледано учење где за сваки улаз имамо јасно дефинисане излазе које очекујемо од нашег модела.

Стога да би се успешно обучила машина потребни су: модел, алгоритам за промену параметара модела (оптимизатор), функција губитка и скуп података.

2.3 Скуп података

У циљу што бољег обучавања неуронске мреже потребно је да се користи што већи скуп података. Даље, потребно је да подаци буду раздвојени у скуп за тренинг, валидацију и тестирање како би се евалуација модела радила на невиђеним подацима. У овом раду је коришћен скуп урађених Рејвенових тестова који је представљен у раду [3]. Метода којом су креирани тестови се састоји из следећих корака.

Прво се дефинише скуп типова релација, типова објеката и типова атрибута који ће се користити у генерисању тестова. Релације представљају однос у којим се облици или линије налазе у једном реду или колони. Облик се односи на то да ли се релација примењује на линије у позадини или облике који се налазе на композицијама, а тип атрибута се односи на то шта се мења у прогресији. У референтном раду су коришћени следећи скупови:

- **Тип релације (P):** прогресија (енг. *progression*), ексклузивно ИЛИ (енг. *XOR*), ИЛИ (енг. *OR*), И (енг. *AND*), козистентна унија, (енг. *consistent union*),
- **Тип објекта (O):** облик (енг. *shape*), линија (енг. *line*),
- **Тип атрибута (A):** величина (енг. *size*), тип (енг. *type*), боја (енг. *colour*), позиција (енг. *position*), број (енг. *number*).

Затим се прави скуп тројки $S = \{[p, o, a] : p \in P, i \in O, a \in A\}$. У референтном раду је величина скупа ограничена на максимално четири тројке. Сваки скуп дефинише један тест пример.

После тога се насумично бирају остали атрибути (A). Током овог процеса је праћено да новододељени насумични атрибути не чине нови скуп тројки. У случају да није могуће изабрати такав атрибут сваки објекат у матрици узима исту вредност датог атрибута. Сlike које нису тачни одговори се генеришу насумично. На основу тројки и атрибута се креирају сlike Рејенових матрица као и потенцијални одговори.

На примеру 1.1 су присутне тројке: ['или', 'облик', 'позиција'], ['или', 'линија', 'тип']. Прва тројка диригује да у једној колони позиције облика у последњем реду морају бити логичко *ИЛИ* позиција у прва два реда. Док се друга тројка односи на то да у једном реду у последњој колони морају да се нађу сви облици линија као у прве две колоне. На основу наведеног је тачан одговор композиција под редним бројем 6.

Аутори референтног рада су представили осам различитих скупова података код којих се разликује заступљеност тројки као и вредности који атрибути могу имати и њихова заступљеност у скупу за тренирање и тестирање.

Скуп података је доступан јавности и у овом раду је коришћен готов скуп података [4]. Изабран је неутрални (енг. *neutral*) скуп података где су све тројке једнако заступљене у скупу за тренирање, валидацију и тестирање.

Скуп садржи 1.42 милиона Рејенових тестова различите тежине подељених у три подскупа. Тренинг скуп садржи 1.2 милина, скуп за тестирање 400 хиљада, а скуп за валидацију 20 хиљада примера. Подаци су у .npr формату. Свака датотека садржи следеће информације:

- **Слика (енг. *image*):** 160x160x16 матрица са вредностима од 0 до 255 која представља 16 црнобелих слика. Првих 8 слика представљају контекст Рејенове матрице, а последњих осам потенцијалне одговоре,
- **Тројке (енг. *meta_target*):** Скуп тројки $\{[p, o, a] : p \in P, i \in O, a \in A\}$ који су присутни у примеру,
- **Тачан одговор (енг. *target*):** Реди број тачног одговора.

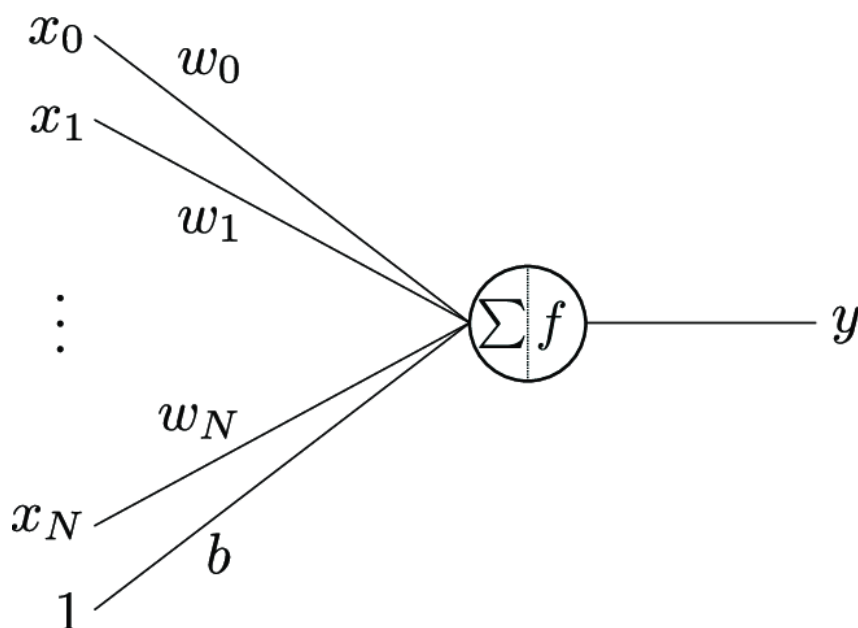
2.4 Неуронске мреже

У контексту неуронских мрежа, неурон представља основну јединицу обраде информација. [5] Он симулира рад људског неурона у мозгу. Графички изглед једног неурона је приказана на слици 2.1. Сваки неурон прима улазне сигнале $x_0, x_1 \dots x_N$, обрађује их, и издаје излазни сигнал y .

Тежине (енг. *weights*) $w_0, w_1 \dots w_N$ представљају параметре који се користе за модификацију улазних података прослеђених неурону. Сваки улаз у неурон је помножен са одговарајућом тежином. Тежине утичу на значајност улазних података и одређују њихову улогу у формирању излаза неурона. Процес учења у neuronskim мрежама, познат као обука, састоји се из ажурирања и промене тежина како би мрежа најбоље моделовала жељени задатак.

Збир улаза помноженим са тежинама сигнала се прослеђује активационој функцији f . Коришћењем активационих функција, неуронске мреже су у могућности да моделирају нетривијалне односе између улазних и излазних података. Овај излазни сигнал затим служи као улаз за следећи слој неурона у мрежи.

Пристрасност (енг. *bias*) је додатни параметар који се користи за прилагођавање излаза неурона. Тежина којом пристрасност утиче на активациону функцију је одређена тежином b .



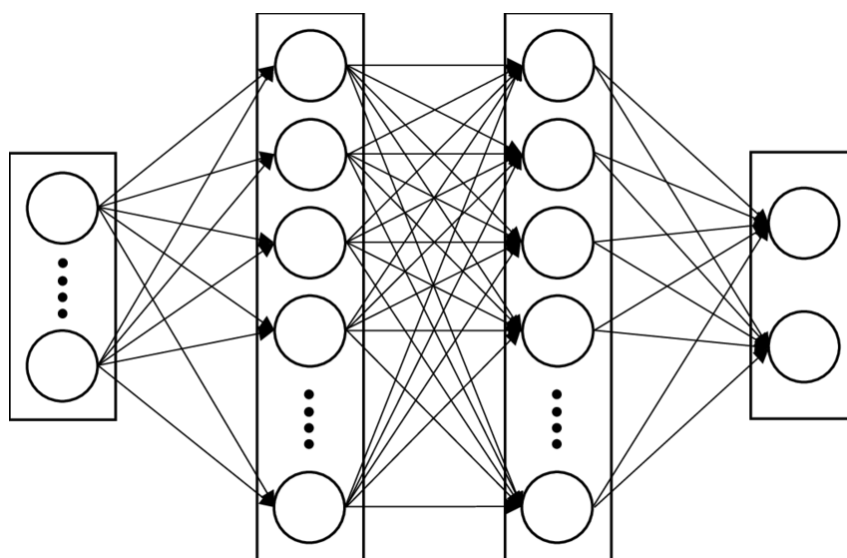
Слика 2.1: Графички приказ једног неурона. [6]

Математички израз како тежине, улази и пристрасност утичу на излазни сигнал је дат једначином 2.1.

$$y = f \left(\sum_{i=1}^n w_i x_i + b \right) \quad (2.1)$$

2.4.1 Потпуно повезане неуронске мреже

Потпуно повезане неуронске мреже (ППНМ) (енг. *Fully Connected Neural Networks*) су скуп повезаних неурона описаних у 2.4. Састоји се од више слојева, први слој се назива улазни слој, а последњи слој се назива излазни слој. Сви остали слојеви се називају скривени слојеви (енг. *hidden layer*). На слици 2.2 је графички приказана неуронска мрежа која има 2 скривена слоја. Сваки слој може да има произвољан број неурона, а неуронска мрежа може да има произвољан број скривених слојева. Мењајући архитектуру, односно број неурона у једном слоју и број слојева се мења моћ мреже и комплексност задатка који мрежа може да решава.



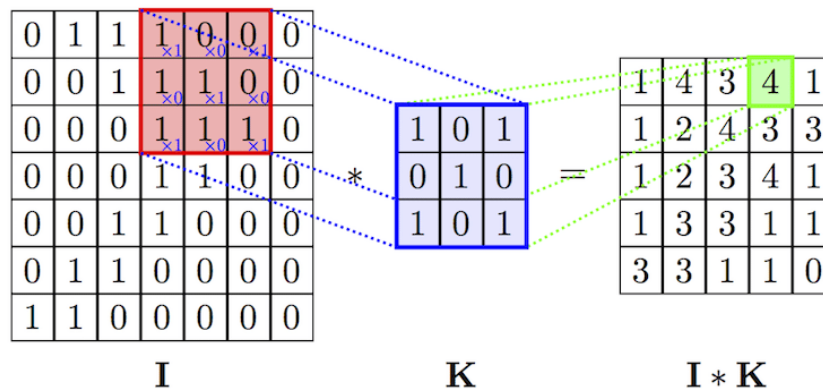
Слика 2.2: Графички приказ потпуно повезане неуралне мреже. [7]

ППНМ прима само децималне бројеве као улаз и битно је да приликом тренирања и предикције да исти вредности атрибута улазних података улазе у потпуно повезану мрежу на исти улаз. Овакав тип мреже се најбоље показао на проблемима класификације [8].

2.4.2 Конволуционе неуронске мреже

Конволуциона неуронска мрежа (КНМ) (енгл. *Convolutional Neural Network - CNN*) представља подврсту дубоких неуронских мрежа која је развијена за обраду и анализу по-

датака, као што су слике и видео записи. Главна одлика ове врсте неуронске мреже јесу конволуциони слојеви који примењују велик број филтара на улазну слику. На графичком приказу 2.3 операције конволуције I представља улаз, а K филтар, који се помера кроз улаз и множи са суседним вредностима улазне слике. Током процеса тренирања филтри мењају своје вредности и понашају се као тежине. Могуће је на истој слици примењивати већи број филтера и то се означава као број канала. Поред тога конволуционе слојеве дефинише померај који говори за који број пиксела се филтар помера приликом конволуције.



Слика 2.3: Графички приказ конволуције. [9]

Математички приказ 2.2 конволуције где M и N представљају висину и ширину филтера.

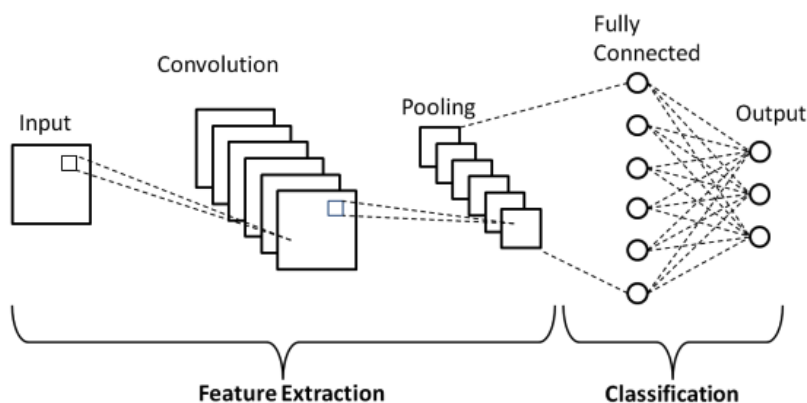
$$(I * K)[i, j] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} I[m, n] \cdot I[i - m, j - n] \quad (2.2)$$

Конволуциони слојеви се не могу сами тренирати и обично су праћени слојевима неуралне мреже који раде класификацију. Стога се архитектура Конволуционе неуралне мреже 2.4 се састоји од низа конволуционих слојева праћеним неким другим типом неуралне мреже, обично је то потпуно повезана мрежа из 2.4.2 .

Класификациони слој служи да се декодује апстрактни запис слике из латентног вектора и квантификује излаз конволуционих слојева како би функција губитка могла оценити грешку мреже приликом тренирања.

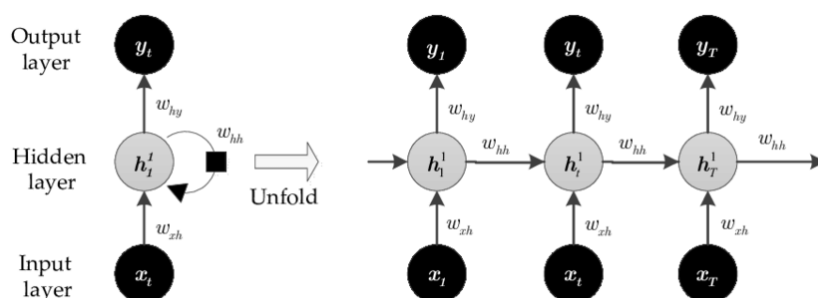
2.4.3 Рекурентне неуронске мреже

Рекурентне неуронске мреже (PHM) (енг. *Recurrent Neural Networks - RNN*) представљају тип неуронских мрежа које су дизајниране за обраду и анализу серијских, узајамно зависних података, као што су текст, временске серије и генетички подаци. На слици 2.5 је приказан изглед једног неурона у рекурентној неуронској мрежи. На левој страни слике је приказан графички изглед неурона h_1^1 . Излаз неурона се враћа на улаз са одре-



Слика 2.4: Графички приказ архитектуре конволуционе неуронске мреже. [9]

ђеном тежином. Ово значи да следећи излаз неурона зависи од претходног излаза. Ако развојемо неурон кроз време (слика 2.5 десно), приметимо да ће на излаз y_T утицати улази x_1, x_t, x_T .



Слика 2.5: Графички приказ једног неурона РНМ. [10]

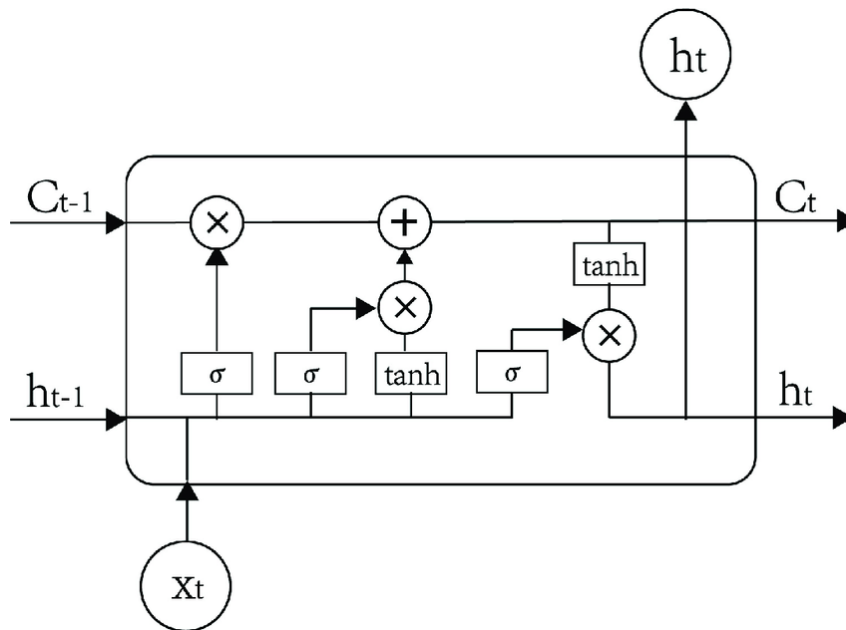
Неуронске мреже са краткорочном и дугорочном меморијом

Неуронске мреже са краткорочном и дугорочном меморијом (КДМ) (енг. *Long Short Term Memory - LSTM*) је специфичан тип рекурентне невралне мреже (РНМ). Она је дизајнирана да реши проблем нестанка градијента¹ (енг. *vanishing gradient*) и експлодирајућих градијената (енг. *exploding gradient*)² који се често јавља код стандардних РНМ-ова. Ови проблеми доводе до нестабилности мреже и прекорачења рачунарског ограничења за величине градијената.

На слици 2.6 је приказан изглед једног КДМ блока. Блок има три улаза. Улаз за сигнал дугорочне меморије (C_{t-1}), краткорочне меморије (h_{t-1}) и улаз новог сигнала (X_t).

¹Проблем нестанка градијента је случај када, током обучавања мреже, се градијенти значајно смањују при сваком обрадном слоју.

²Проблем експлодирајућих градијента је случај када, током обучавања мреже, се градијенти значајно повећају при сваком обрадном слоју.



Слика 2.6: Графички приказ једног КДМ блока. [11]

Такође има два излаза који представљају нову информацију краткорочне и дугорочне меморије. Блокови се серијски повезују како би се радила предикција серија. КДМ блок садржи 3 капије, пратећи са лева на десно са слике 2.6:

- **Капија за заборављање (енг. *Forget Gate*):** Ова капија одређује који део дугорочне меморије ће да се заборави.
- **Капија за ажурирање (енг. *Update Gate*):** Ова капија одређује колико ће дугорочну меморију да ажурира новим информацијама.
- **Капија за излаз (енг. *Output Gate*):** Ова капија одређује који део интерне меморије треба да буде излаз.

Блок садржи више активационих функција које регулишу сваку капију. Активациона функција хиперболичког тангенса (*tanh*) и сигмоидна функција (σ) ће бити детаљније описане у секцији о активационим функцијама 2.5.

2.4.4 Релационе неуронске мреже

Релациона неуронска мрежа (РНН) (енг. *Relational Neural Network - RNN*) су дизајниране да обраде информације које се односе на релације између објеката у систему. За неки сет улаза могу да одреде у каквој су улази релацији. То се постиже тако што два различита улаза пропустимо кроз посебне неуронске мреже, излазе спојимо, а затим опет пропустимо кроз следећу неуралну мрежу.

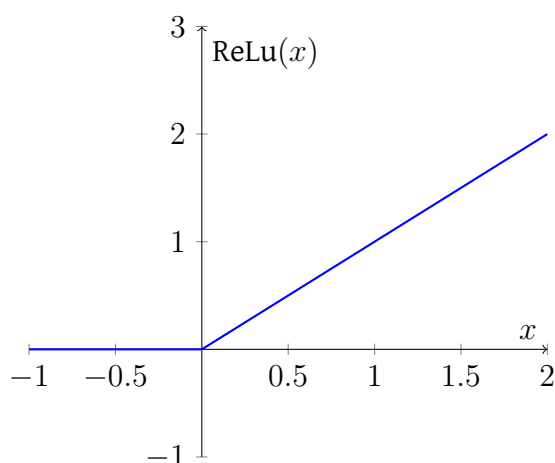
2.5 Активационе Функције

Активационе функције су математичке функције које се користе у неуронским мрежама да би се одређивала активација (излаз) неурона на основу његових улаза. Активационе функције доприносе нелинеарности у моделима, што је битно за то да мрежа може да апроксимира комплексне функције.

2.5.1 Функција активације исправљача

Функција активације исправљача (енг. *ReLU - Rectified Linear Unit*) активациона функција дефинисана као позитиван део свог аргумента. Све вредности које су мање од нуле постају нула, а веће се не мењају. Функција у математичком облику је дата изразом 2.3, а њен графички изглед је приказан на слици 2.7.

$$f(x) = \max(0, x) \quad (2.3)$$



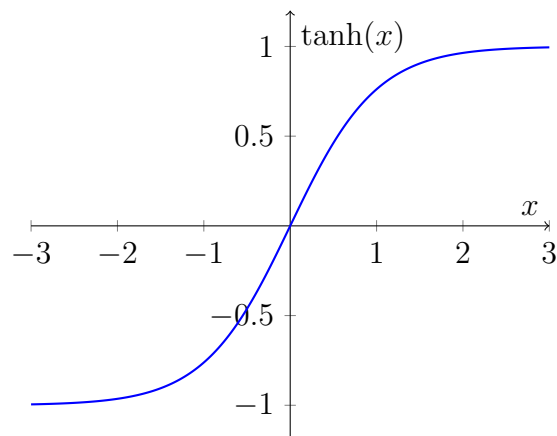
Слика 2.7: Графички приказ функције активације исправљача

Ова функција има проблем са мртвим неуронима, што су неурони који се никада не активирају за одређене улазне вредности. Ово може довести до тога да ти неурони не допринесу тренингу и остану неактивни.

2.5.2 Хиперболички тангенс

Хиперболички тангенс, обично означен као \tanh , је активациона функција која све излазне вредности скупља у опсег $[-1, 1]$. Функција у математичком облику је дата изразом 2.4, а њен графички изглед је приказан на слици 2.8.

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (2.4)$$

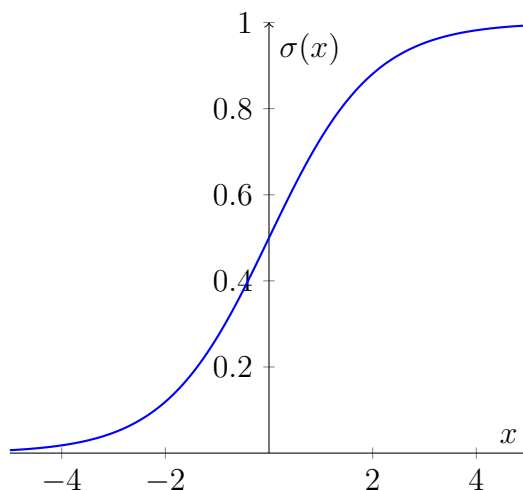


Слика 2.8: Графички приказ функције активације хиперболичког тангенса

2.5.3 Сигмоидна функција

сигмоидна функција активације је математичка функција која има карактеристичну криву у облику латиничног слова „S” или сигмоидну криву. Означава се грчким словом сигма σ . По облику је слична хиперболичном тангенсу, али се разликује у томе што скупља вредности у опсег $[0, 1]$ и центрирана је око вредности 0.5. Функција у математичком облику је дата изразом 2.5, а њен графички изглед је приказан на слици 2.9.

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (2.5)$$



Слика 2.9: Графички приказ функције активације сигмоидне функције

2.6 Функције грешке

Функција грешке (енг. *loss function* или *error function*) оцењује колико су предвиђени резултати (излази) различити од стварних резултата (циљне вредности) и представља

вредност коју алгоритам оптимизације покушава да минимизује током тренинга модела.

2.6.1 Унакрсна ентропија

Унакрсна ентропија (енг. *Cross-Entropy Loss*) је функција грешке која се често користи у задацима класификације. Ова функција се користи за мерење разлике између стварних и предвиђених вероватноћа класификације.

Нека имамо C класа у проблему класификације, где свака класа има своју стварну вероватноћу p_i и предвиђену вероватноћу q_i (где i означава индекс класе).

Унакрсна ентропија између стварних и предвиђених вероватноћа се израчунава помоћу израза 2.6.

$$H(p, q) = - \sum_{i=1}^C p_i \log(q_i) \quad (2.6)$$

2.7 Оптимизатори модела

Оптимизатори представљају алгоритме и методе који се користе за ажурирање параметара модела са циљем минимизовања функције грешке. Први корак представља израчунавање градијента сваког неурона. Градијент се рачуна по следећем алгоритму:

1. Улаз се пропусти кроз неуралну мрежу (енг. *Forward Pass*),
2. Израчуна се грешка модела у односу на очекивани излаз,
3. За сваки неурон се рачуна градијент функције грешке у односу на излаз тог слоја применом ланчаног правила извода (енг. *Backpropagation*).

2.7.1 Стохастички спуст (*Stochastic gradient descent - SGD*)

Алгоритам стохастичког спуста низ градијенте (енг. *Stochastic gradient descent - SGD*) је алгоритам који на основу израчунатих градијената мења вредности тежина у смеру смањења функције грешке. Понашање алгоритма је условљено параметром стопе учења (енг. *learning rate*) који одређује за који проценат градијента желимо да променимо тежине модела. Алгоритма је приказан у псеудокоду 1.

Стохастички спуст низ градијенте може бити нестабилан током оптимизације. Градијенти се израчунавају за сваки мини-батч, ажурирања тежина су стохастичка и често

Псеудо код 1: Главна петља са SGD оптимизатором

```
1 for  $epoch \leftarrow 1$  to  $N$  do  
2   for  $batch \leftarrow 1$  to  $num\_batches$  do  
3      $gradient = compute\_gradient(data, model)$   
4      $model\_parameters = model\_parameters - learning\_rate \cdot gradient$   
5   end for  
6 end for
```

се манифестују као шум у конвергенцији. Ово може резултовати осцилацијама или спорим конвергенцијама.

Такође је подложен заглављивању у локалним минимумима функције грешке. Ако је стопа учења превелика, алгоритам може скакати преко минимума, док ће са премалом стопом учења конвергенција бити спора или уопште не конвергирати.

2.7.2 Адам (*Adaptive Moment Estimation - Adam*)

Аутори рада [12] су представили модификацију на стохастички спуст - АДАМ (енг. *Adaptive Moment Estimation - ADAM*). Адам адаптивно регулише стопу учења за сваки параметар модела. Ово значи да се стопа учења аутоматски прилагођава за сваки параметар на основу историје градијената. Он користи механизам моментума како би убрзао и стабилизовао процес оптимизације. Моментум омогућава алгоритму да пређе платое и избегне локалне минимуме. Алгоритам, поред параметра стопе учења, уводи и следеће параметре:

- β_1 - у којој мери први моментум утиче на стопу учења,
- β_2 - У којој мери други моментум утиче на стопу учења,
- ϵ - Мала вредност која спречава дељење са нулом.

Алгоритам за Адам је приказан у псеудокоду 2 .

Псеудо код 2: Главна петља са Adam оптимизатором

```
1 for  $epoch \leftarrow 1$  to  $N$  do
2   for  $batch \leftarrow 1$  to  $num\_batches$  do
3      $gradient = compute\_gradient(data, model)$ 
4      $m \leftarrow \beta_1 \cdot m + (1 - \beta_1) \cdot gradient$ 
5      $v \leftarrow \beta_2 \cdot v + (1 - \beta_2) \cdot (gradient \cdot gradient)$ 
6      $m_{corrected} \leftarrow \frac{m}{1 - \beta_1^t}$ 
7      $v_{corrected} \leftarrow \frac{v}{1 - \beta_2^t}$ 
8      $model\_parameters = model\_parameters - \frac{learning\_rate \cdot m_{corrected}}{\sqrt{v_{corrected}} + \epsilon}$ 
9   end for
10 end for
```

2.8 Технике регуларизације и убрзавања конвергенције

Технике регуларизације служе како би умањили ефекат преобучавања³. Са друге стране подаци који се користе за обучавање могу да имају аутлајере који негативно утичу на конвергенцију тренинга.

2.8.1 Изостављање неурона (*Dropout*)

Дропоут (енг. *Dropout*) слој се користи како би у процесу тренирања прескочили ажурирање тежина одређеног процента неурона у слоју где користимо ову технику. Он делује као регуларизација јер спречава да се било који појединачни неурон или група неурона превише ослања на одређене карактеристике у скупу за тренирање. Ово резултује у смањењу преобучавања и доприноси бољој генерализацији.

2.8.2 Нормализација гомиле (*Batch Normalization*)

Нормализација гомиле (енг. *Batch Normalization*) је техника која се користи да би се побољшала стабилност тренирања и убрзао процес конвергенције у дубоким неуронским мрежама. Током тренирања, ова техника нормализује активације сваког слоја тако да имају стандардну средњу вредност и варијансу у оквиру сваке гомиле. На овај начин се уањује утицај екстремних вредности и доприноси стабилности учења.

2.9 Додатне функције и слојеви

Додатне функције служе како би се преобликовао излаз неуронске мреже тако да буде разумљивији људима.

³Појава када се модел превише прилагоди скупу података за тренирање

Софтмакс (*softmax*)

Софтмакс функција се често користи у неуралним мрежама за решавање задатака класификације, као и за генерисање расподеле вероватноћа излаза из мреже. Она трансформише излаз тако да све вредности излаза леже у интервалу између 0 и 1 и да се сума свих вредности излаза једнака 1. Формално, софтмакс функција је дефинисана у изразу 2.7 за вектор излаза Z :

$$\text{softmax}(z)_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_{j=1}^N e^{z_j}} \quad (2.7)$$

Где:

- z је вектор излаза модела за сваку од N класа.
- e представља експоненцијалну функцију (елемент по елемент).
- i је индекс класе за коју рачунамо вероватноћу.

Функција највећег аргумента (*argmax*)

Функција највећег аргумента враћа позицију највећег елемента из вектора вредности. Ова функција је значајна у проблемима класификације, где је потребан један коначан одговор којој класи излаз припада. На основу вероватноћа сваке класе се помоћу ове функције одређује индекс класе којој улаз припада.

Коришћене технологије

За потребе овог пројекта потребни су софтверски алати који подржавају:

- Моделовање неуралних мрежа, њихово тренирање и тестирање и
- Цртање графика и визуелизација резултата и слика

Додатно је пожељно да се користи један софтверски алат који испуњава горе наведене услове ради лакшег трансфера резултата тестирања на модул за цртање графика и визуелизацију. Алат који је изабран у овом раду јесте *Python3* [13].

3.1 Python3

Python3 је интерпретерски програмски језик који подржава широки спектар библиотека. Његова одлика је да се написани код не компајлира него се интерпретира линију по линију што омогућава лакше тестирање исправности рада и могућност извршавања кода део по део. Ово га чини доста спорим у извршавању, међутим већина библиотека је оптимизована и позива се компајлиране делове кода како би се убрзало извршавање.

3.2 Torch

Torch [14] је библиотека намењена за креирање модела и њихово тестирање. Доступна је за *Python3* под називом *PyTorch*. Оптимизована је да ради на великом спектру хардвеских акцелератора што ће значајно да умањи време обучавања неуронских мрежа.

Додатно, садржи већ готове модуле које ће убрзати развој софтверског решења:

- Модул за потпуно повезану неуронску мрежу
- Модул за конволуције
- Модул за краткорочно-дугорочне меморијске блокове
- Имплементирани функције губитка
- Модул за ефикасно учитавање података

- Имплементирану логику ажурирања тежина у неуронској мрежи

Поред овога, потребно је имплементирати модул за релацину неуронску мрежу и спојити дате модуле како би добили жељену архитектуру неуронске мреже.

На крају, ова библиотека је уско интегрисана са библиотеком *torchvision* која пружа готове функције манипулисања са сликама као и библиотеком *tqdm* која олакшава праћење напретка тренирања неуралних мрежа.

3.3 Matplotlib

Matplotlib је библиотека за *Python3* која пружа једноставан интерфејс за ртање графика и слика. У овом раду ће косири за приказ Рејвенових тестова и плотовање тачности мреже током тренинга неуронске мреже.

Опис решења

Решење проблема формулисаног у секцији 2 укључује израду софтвера и избор погодних модела који ће да решавају Рејвенове тестове. Такође је потребно поставити одређени праг изнад којег се може рећи да модел поседује одређени ниво апстрактног резоновања. Једноставан модел који насумично бира одговоре има тачност од 12.5 посто. То је јер имамо 8 понуђених одговора. Сматраћемо да је успех ако мрежа пређе овај постављени праг. Поставља се питање да ли ће модел научити шаблон по којима су бирали тачни одговори или ће на основу контекста стварно изабрати најбољи одговор. Због тога је потребно да се у свакој епохи тренирања мења редослед тестова. Такође, увођењем валидационог и скупа за тест можемо тврдити да мрежа није научила шаблоне ”на памет”.

Оптимизација хипер параметара је још један битан аспект решења овог проблема. Потребно је одредити оптималан број филтара у КНМ, број и величину слојева у ППНМ. Ово се ради провером перформанси скупа архитектура са различитим хипер параметрима, међутим због хардверског и временског ограничења овај рад се ослонио на резултате других радова и хеуристику у одабиру хипер параметара.

У насавку је описан начин избора модела који ће да решавају тестове, као и пратећи софтвер који омогућава ефикасно тренирање и тестирање модела.

4.1 Архитектуре неуронских мрежа

Као база за архитектуру неуронске мреже је узета конволуциона неуронска мрежа описана у одељку 2.4.2 јер је погодна за рад са сликама. У могућности је да енкодује одлике слике у латентни простор на основу којег се даље ради класификација резултата. Оно што представља велику препреку јесте чињеница да ми не радимо класификацију или детекцију над једном сликом, него треба да одредимо да ли неке слике прате шаблоне.

У раду [15] су аутори показали да конволуционе неуралне мреже имају моћ да препознају ротације, боје, величине и шаблоне у облицима. На основу тога ће се у овом раду користити иста архитектура конволуционе мреже за детектовање таквих одлика

са улазних слика.

За класификациони део мреже су у обзир узете три различите мреже: потпуно повезана неуронска мрежа, неуронска мрежа са ДКМ блоковима и рекурентна неуронска мрежа. У наставку су описане архитектуре сваке од три наведене неуралне мреже.

4.1.1 Конволуциона мрежа са потпуно повезаним слојевима

Прва, наивна, архитектура неуралне мреже која ће се анализирати у овом раду јесте конволуциона мрежа са потпуно повезаним слојем на излазу 4.1.1. Цео контекст Рејвеновог теста и могући одговори представљају појединачне канале улазне слике, а претпоставка је да ће неурална мрежа бити довољно комплексна да препозна релације међу улазним шаблонима.

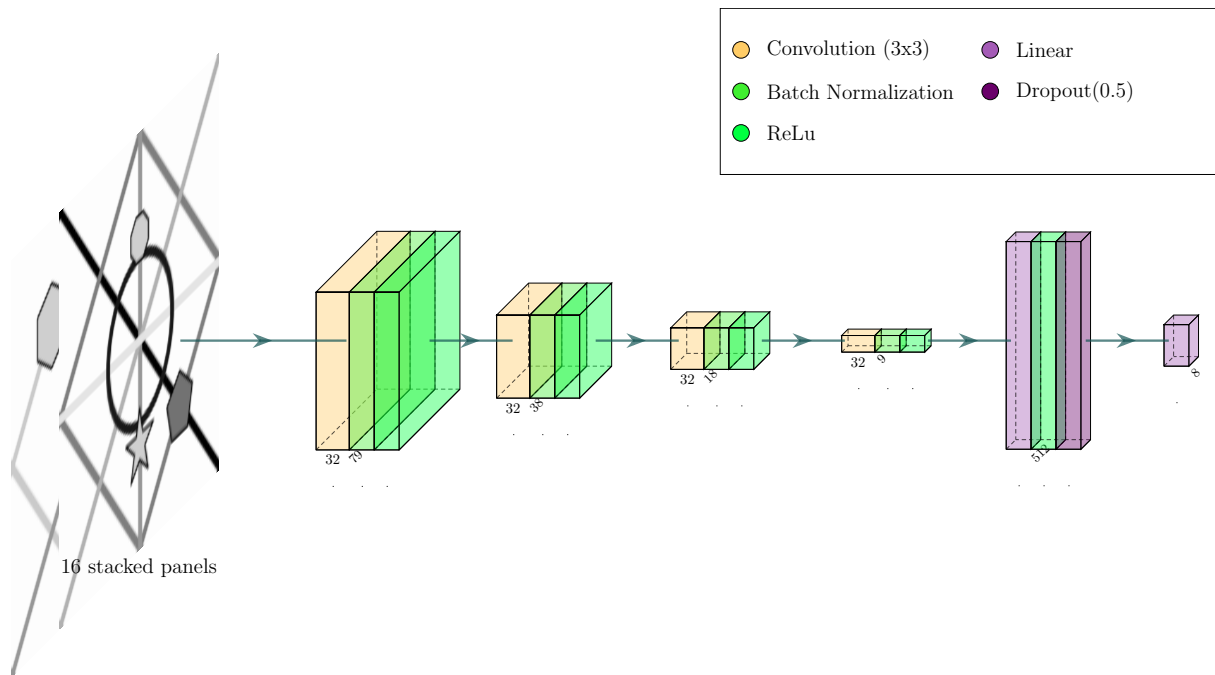
Архитектура конволуционе неуралне мреже са потпуно повезаним слојевима је инспирисана радом [3]. Због хардверских ограничења број филтара је смањен са 64 на 32. Такође је умањена величина потпуно повезаног слоја са 1500 неурона на 512. Излаз ове мреже је вектор са 8 елемената од којих сваки представља вероватноћу уклапања понуђеног одговора. Табеларни приказ архитектуре је приказан на табели 4.1, а графички приказ на слици 4.1.

Назив хипер-параметра	Вредност
КНН - број филтара	[32, 32, 32, 32]
КНН - померај филтра	2
КНН - величина филтра	3x3
ППНМ	[512, 8]
Рроценат изостављања	0.5

Табела 4.1: Табеларни приказ хипер-параметара мреже

4.1.2 Конволуциона мрежа са ДКМ блоковима

Шаблони у Рејвеновим тестовима прате одређени образац, а решење представља наставак серије шаблона. У 2.4.3 је описано како неурална мрежа са КДМ блоковима има моћ праћења серије. Због тога је потребно размотрити неуралне мреже са КДМ блоковима. Међутим, у овом случају је проблем што имамо серију од 16 слика: 8 које представљају контекст, а 8 које представљају потенцијална решења, потребно је развити механизам како сигнализирати неуралној мрежи о којем се шаблону из контекста ради, као и да ли одређена слика представља одговор. У раду [3] су то урадили додавањем одређене ознаке на латентни вектор.



Слика 4.1: Графички приказ конволуционе мреже са потпуно повезаним слојевима

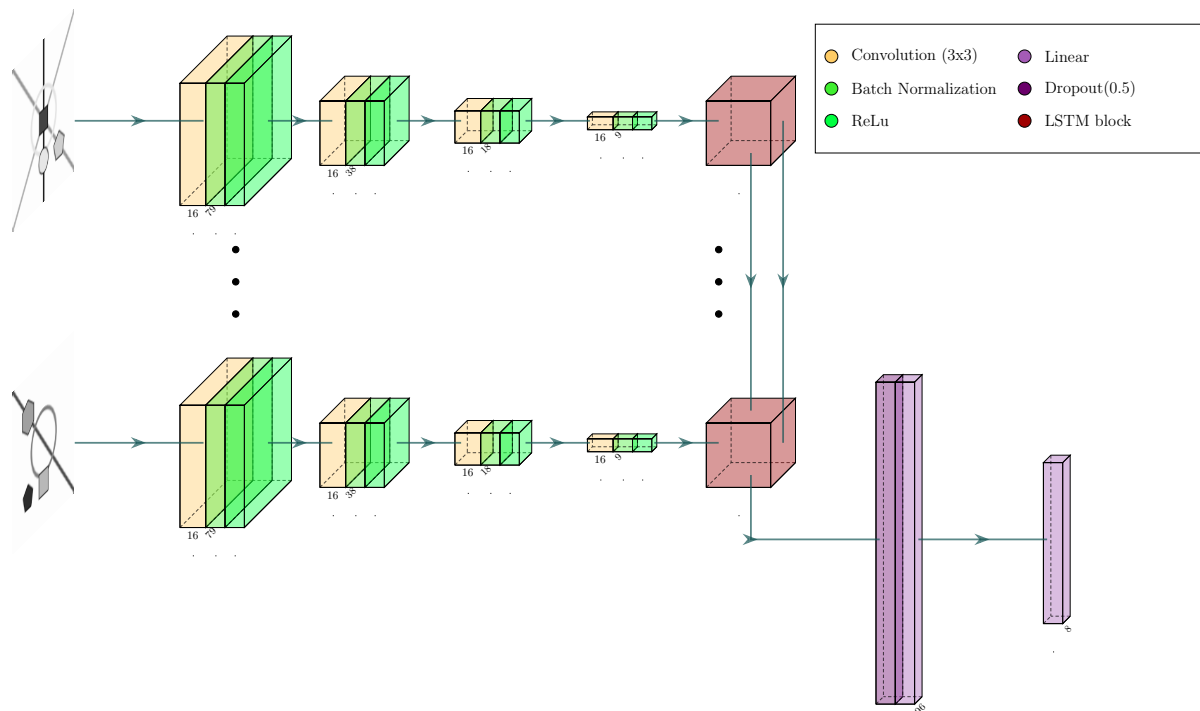
Архитектура конволуционе неуралне мреже са ДКМ блоковима је преузета из рада [3]. Број филтара је 8 из разлога што се у овом случају конволуција примењује на сваку слику посебно и самим тим је потребана мања величина латентног вектора. Остали параметри КНН су непромењени у односу на претходну архитектуру. Величина скривеног слоја, односно величина сигнала за краткорочну и сигнала за дугорочну меморију је је 96. Табеларни приказ архитектуре је приказан на табели 4.2 , а графички приказ на слици 4.2.

Назив хипер-параметра	Вредност
КНН - број филтара	[8, 8, 8, 8]
КНН - померај филтра	2
КНН - величина филтра	3x3
КДМ - скривени слој	96
Проценат изостављања	0.5

Табела 4.2: Табеларни приказ хипер-параметара мреже

4.1.3 Конволуциона мрежа са РНН

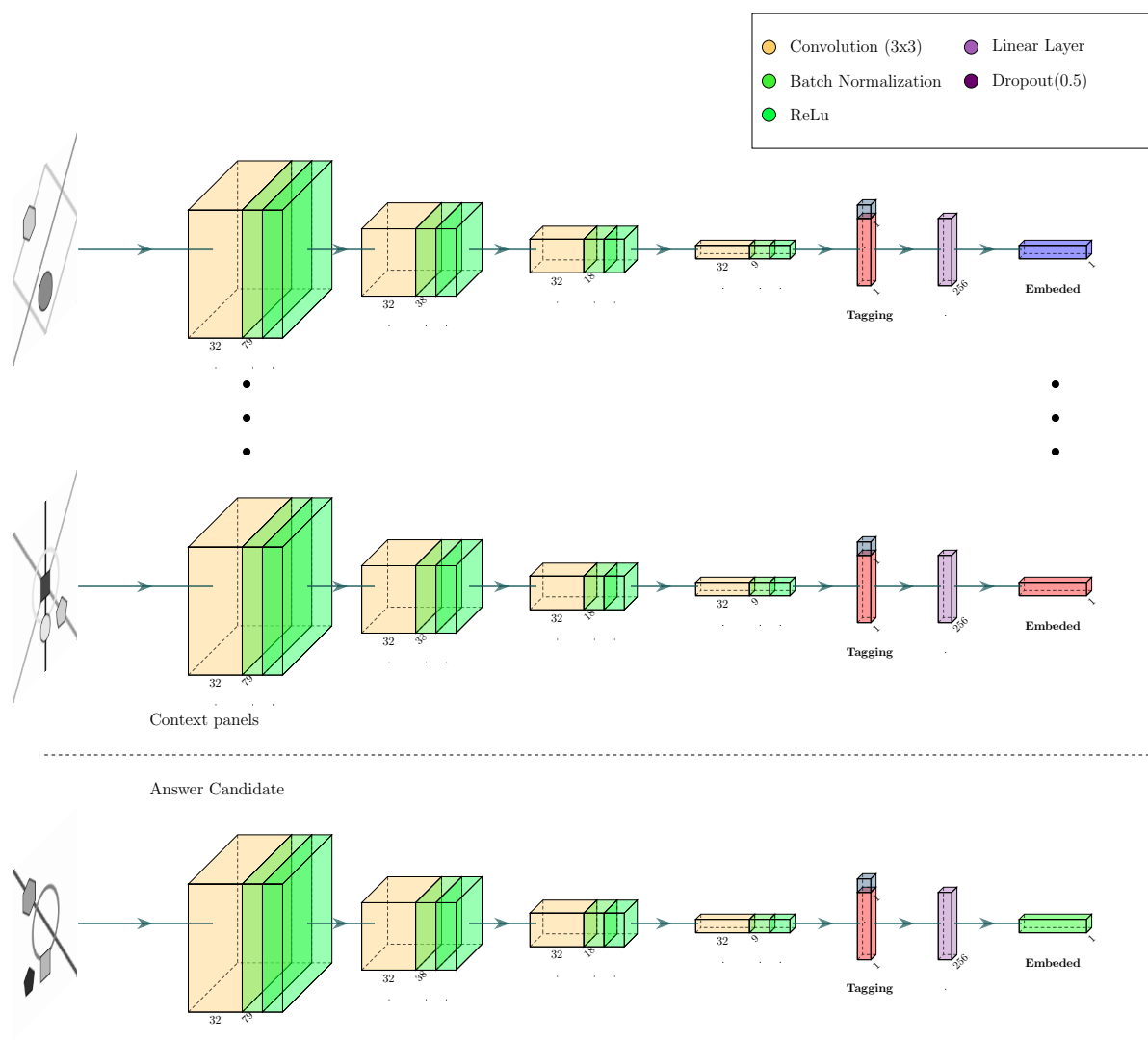
Као и у претходним случајевима конволуциони слојеви неуралне мреже ће да енкодују слике у латентни простор, затим ће се помоћу рекурентне неуралне мреже одредити образац који се најбоље уклапа у представљени контекст. Овај приступ се показао као најбољи у раду [3].



Слика 4.2: Графички приказ конволуционе мреже КДМ блоковима

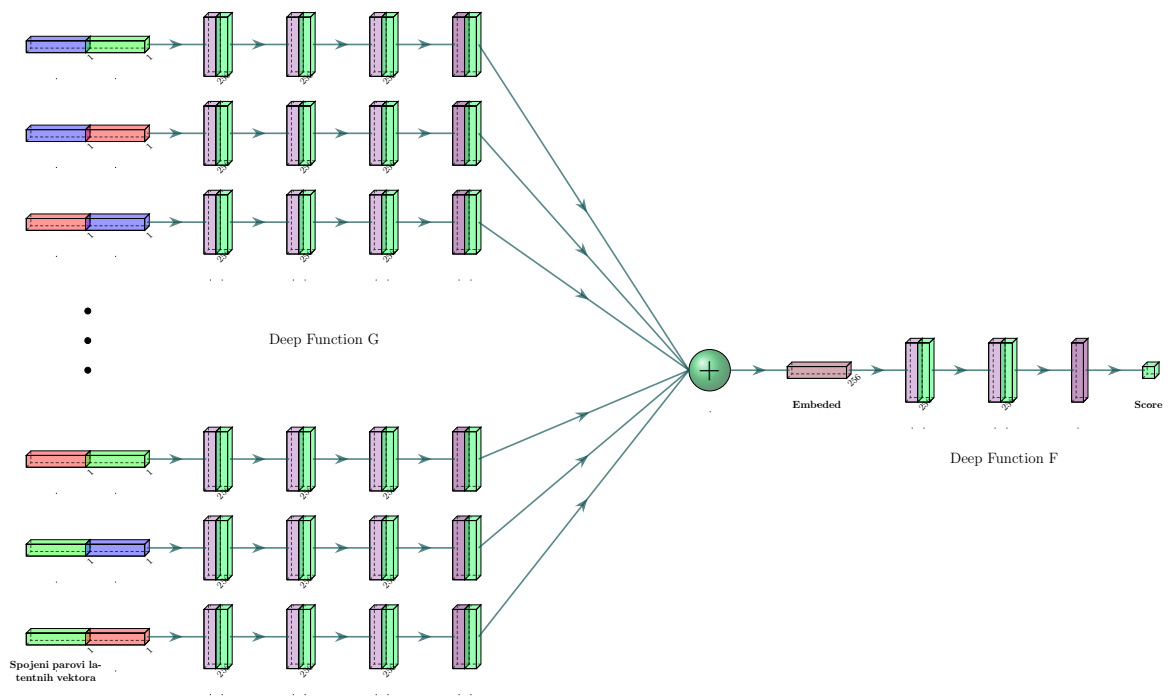
Главни допринос рада [3] јесте увођење нове архитектуре за решавање Рејенових матрица. Они су представили нову архитектуру рекурентних неуралних мрежа за решавање Рејенових тестова (Wild Relation Neural Network - WREN) по презимену једног од аутора (Wild). За потребе овог рада је прузета њихова архитектура, са изменама у слоју Φ . У референтном раду су користили додатне информације у виду мета матрица како би побољшали перформансе модела. Пошто се у овом раду бавимо само простом класификацијом, уместо 13 излаза, наша архитектура има само 1 који представља резултат колико се потенцијални одговор уклапа у контекст.

Први део архитектуре чини конволуциони слој који се примењује на све слике из теста појединачно 4.3, а затим се на латентни вектор додаје ознака која је слика у питању. За потребе означавања се додаје *one hot* вектор на латентни вектор сваке од слика. На крају се означени вектор пропушта кроз потпуно повезани слој са једним слојем како би векторска представа слике била одређене величине.



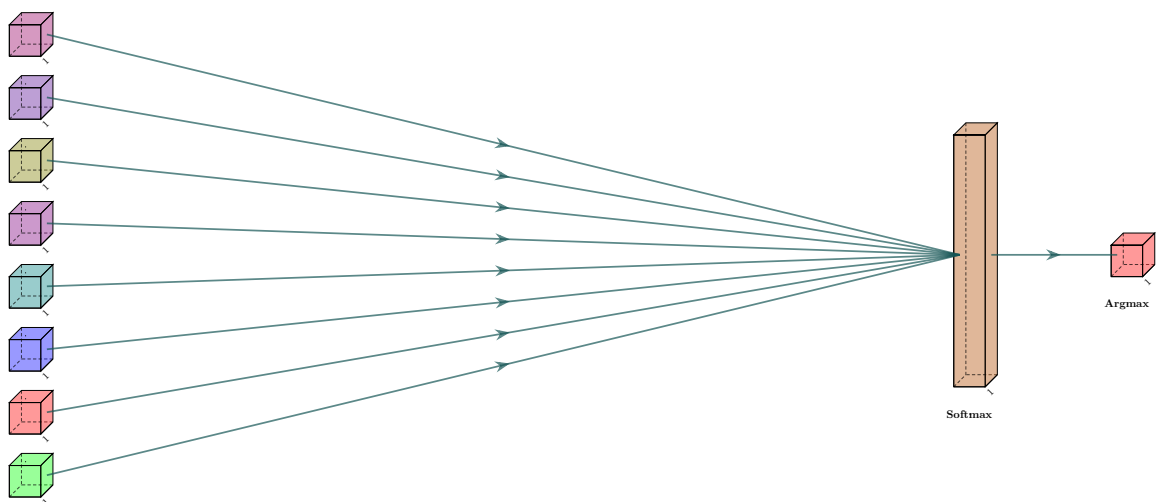
Слика 4.3: Графички приказ првог дела WREN архитектуре

Након што је припремљена векторска репрезетација, подаци се пропуштају кроз РНН - спајају се све могуће варијације вектора контексних панела са једним вектором из потенцијалних одговора. Ово се ради појединачно за сваки потенцијални одговор. Спојени вектори пропуштају кроз потпуно повезану неуралну мрежу Γ 4.4. Након тога се сви резултати за један потенцијални одговор сабирају. Збир се пропушта кроз Потпуно повезани слој Φ . Резултат овог дела архитектуре је једна вредност за сваки потенцијални одговор која представља његов резултат уклапања.



Слика 4.4: Графички приказ другог дела WREN архитектуре

На крају, се резултати спајају у један вектор и примењује софмакс функција. Резултат је вектор који садржи вероватноће да је понуђени одговор прави. Након тога се одређује индекс одговора са највећом вероватноћом што представља коначан излаз мреже - argmax .



Слика 4.5: Графички приказ трећег дела WREN архитектуре

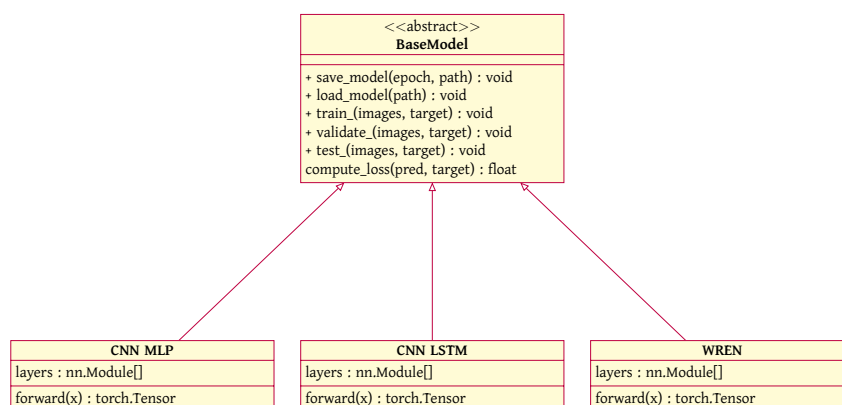
Табеларни приказ хипер-параметара архитектуре је приказан у табели 4.3

Назив хипер-параметра	Вредност
КНМ - број филтара	[32, 32, 32, 32]
КНМ - померај филтра	2
КНМ - величина филтра	3x3
Слој за енковање	256
ППНМ - Γ	[256, 256, 256, 256]
ППНМ - Φ енковање	[256, 256, 1]
Проценат изостављања	0.5

Табела 4.3: Табеларни приказ хипер-параметара мреже

4.2 Архитектура софтвера

Због чињенице да све три описане архитектуре имају исти улаз и исти излаз, могуће је издвојити логику за тренинг и рачунање губитка у апстрактну класу *BaseModel* која поседује апстрактну функцију *forward*. Остале класе које дефинишу различите архитектуре наслеђују све функционалности *BaseModel* класе, графички приказ је приложен на слици 4.6.



Слика 4.6: Графички приказ функције активације исправљача

4.2.1 Основни (базни) модел

Основни базни модел имплементира основну логику тренирања модела. Прво се градијенти поставе на 0, затим се тренинг подаци провуку кроз мрежу након чега се израчуна функција грешке. На основу функције грешке се ажурирају тежине, а функција враћа колика је вредност функције губитка као и колико је примера тачно урађено у тренутној гомили. Алгоритам који је имплементиран за тренинг је приказан у псеудо коду 3.

Алгоритми за валидацију и тестирање не поседују кораке за ажурирање тежине, него само за предикцију и број тачно урађених тестова у итерацији.

Псеудо код 3: Алгоритам једне итерације тренинга

```
1: procedure TRAIN_(input, target)
2:   reset_gradients()
3:   output  $\leftarrow$  forward(input)
4:   loss  $\leftarrow$  compute_loss(output, target)
5:   loss.backward()
6:   update_weights()
7:   pred  $\leftarrow$  argmax(output)
8:   correct  $\leftarrow$  count_matching_elements(pred, target)
9:   return loss, correctsize(target)
10: end procedure
```

4.2.2 Модел конволуционе мреже са потпуно повезаним слојевима

За имплементацију модела конволуционе мреже са потпуно повезаним слојевима су коришћене готове класе библиотеке *Torch: Conv2d* и *Linear*. Оне су иницијализоване са параметрима описаним у табели 4.1.

Додатно после сваке конволуције је примењена нормализација хрпе у конволуционом слоју, ППНМ је имплементирано изостављање у претпоследњем слоју.

4.2.3 Модел конволуционе мреже са ДКМ ћелијама

Поред модула описаних у претходној секцији, у сврху моделирања конволуционе мреже са ДКМ ћелијама је искоришћена класа *LSTM* из истог модула. Сви параметри су презети из табеле 4.2.

4.2.4 Модел конволуционе мреже са релационим слојевима

Модул за РНН је имплементиран помоћу интерфејса за креирање слојева *torch.nn.Module*. Комбиновање латентних вектора је урађено проширивањем димензија оригиналног тензора. Прво се проширила претпоследња димензија чиме је добијен тензор којем се у претпоследњој димензији сваки латентни вектор понавља узастопно N пута, затим је проширивање урађено по трећој димензији са краја чиме смо добили тензор којем се у последњем слоју наизменично понављају вектори N пута. Када спојимо ова два тензора резултат је тензор са свим могућим варијацијама скупа латентних вектора.

Приликом ове операције градијенти се клонирају, а приликом проласка уназад се гледа просек градијената копија при рачунању следећег градијента у ланцу.

4.3 Функција губитка, оптимизатор и учитавање података

За функцију губитка је изабрана унакрсна ентропија из одељка 2.6.1. Она је имплементирана у библиотеци под именом `cross_entropy()`.

Адам је изабран као оптимизатор модела са параметрима приказаним у табели 4.4:

Параметар	Вредност
<i>learning_rate</i>	0.0003
β_1	0.9
β_2	0.999
ϵ	1^{-8}

Табела 4.4: Табеларни приказ апараметара Адам оптимизатора

Резултати и дискусија

У овом поглављу прво ће бити описан хардвер на коме су резултати добијени, затим софтверски стек (енг. *software stack*) који је коришћен при обучавању и тестирању модела како би се отклониле евентуалне системске зависности. Потом, биће представљени и резултати овог рада у виду више решења проблема, свако са својим карактеристикама. Финално, биће дискутоване разике између решења и њихова могућа побољшања.

5.1 Тест платформа

За потребе овога рада је коришћен рачунарски сервер са 64GB RAM-a, Intel i7-11700F процесором са 8 језгара и хардверским акцелератором са ознаком NVIDIA GeForce RTX 3060 и меморијским капацитетом од 12GB. Верзије драјвера и CUDA toolkit-a је приложен у табели 5.1.

Назив	Верзија
Driver	530.30.02
CUDA	12.1

Табела 5.1: Верзије драјвера и toolkit-a

При изради софтверског решења су искоришћене верзије програма и библиотека који се могу видети у табели 5.2:

Назив програма или библиотеке	Верзија
Python3	3.10.12
torch	2.0.1
torchvision	0.15.2
tqdm	4.66.1
matplotlib	3.7.2

Табела 5.2: Верзије софтера и библиотека у ком је израђен софтверски део решења

5.2 Методологија тестирања

Сви модели су обучавани на истом тренинг и валидационом скупу. Параметри оптимизатора су приказани у табели 4.4, са гомилама величине 32 (енг. *batch_size*). Због величине скупа података за тренирање валидација је вршена на сваких 10% обрађених података. У свим случајевима обучавања је имплементиран механизам раног заустављања (енг. *early_stopping*). Критеријум за рано заустављање је да се после треће епохе не повећа тачност на три узастопна валидациона сета на крају епохе.

За метрику је изабрана тачност која предстаља проценат тачно одговорених питања на скупу Рејенових тестова.

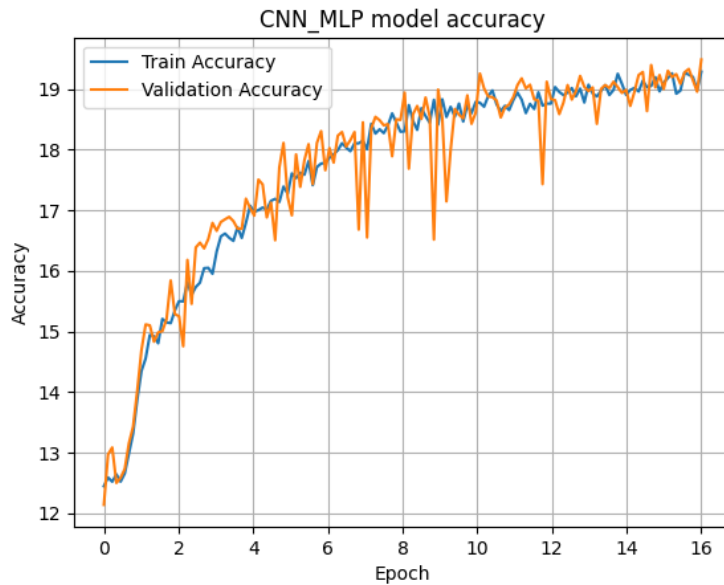
После сваке епохе се чувају параметри модела, а приликом тестирања се користи модел који је имао највећу тачност на валидационом скупу. Максимална вредност епохе је 16. Све слике су смањене на димензије 80x80 коришћењем интерполације најближих суседа.

5.3 Обучавање модела

Ово потпоглавље ће се бавити анализом обучавања модела на основу кумулативног графика тачности по гомилама. Циљ анализе јесте да се одреди да ли је модел преобучен и да ли су изабрани оптимални параметри оптимизатора.

5.3.1 Модел конволуционе мреже са потпуно повезаним слојевима

На слици 5.1 је приказана кумулативна тачност модела по гомили током тренирања. Примећујемо да је тачност на валидационом и тренинг скупу прате једна другу што говори да није дошло до преобучавања. Приметно да се тачност повећава током обуке, али није достигла плато, односно максималну вредност што говори да би модел постигао још већу тачност при повећању броја епоха.

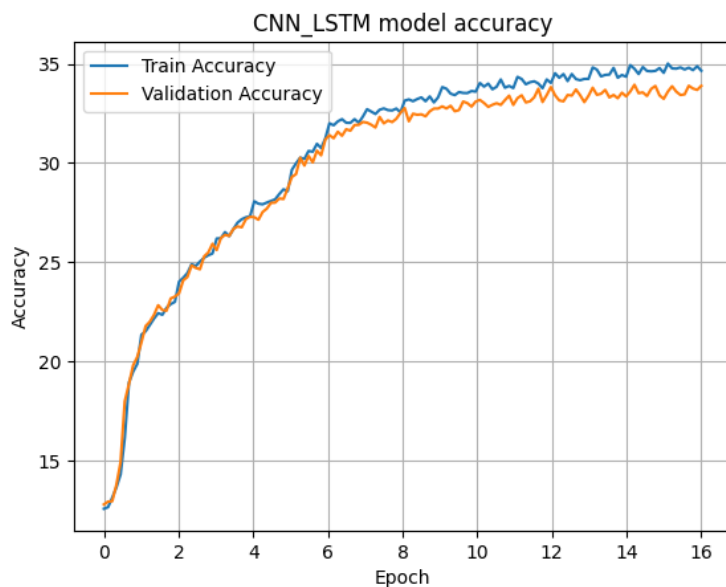


Слика 5.1: Графички приказ првог дела WREN архитектуре

5.3.2 Модел конволуционе мреже са КДМ ћелијама

На слици 5.2 је приказана кумулативна тачност модела по хрпи током тренирања. Примећујемо благо раздвајање у кривама после шесте епохе, што говори да је дошло до благог преобучавања.

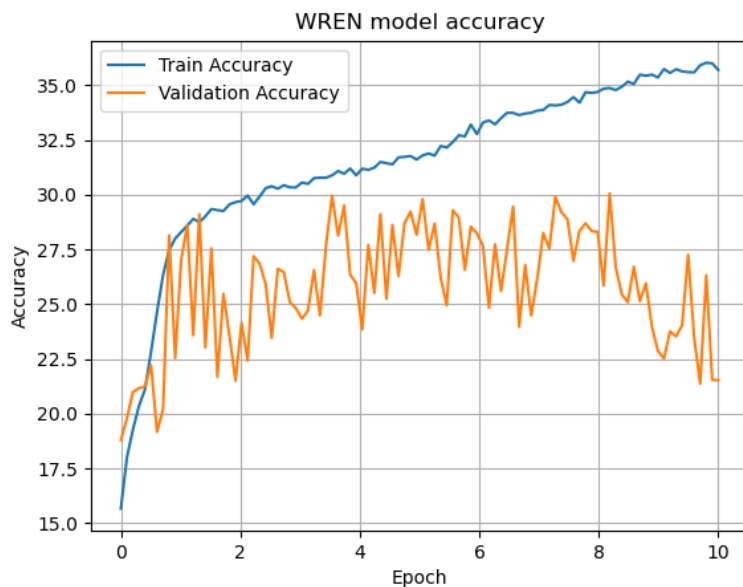
Као што је случај код претходног модела, и овде је приметно да крива није сдостигла свој максимум. Али је у односу на претходни случај степен раста мањи у односу на претходни модел што имплицира да овај модел брже конвергира оптималним параметрима од претходног модела за параметре прослеђене оптимизатору.



Слика 5.2: Графички приказ првог дела WREN архитектуре

5.3.3 Модел конволуционе мреже са РНН

На слици 5.3 одмах уочавамо да се десило рано заустављање после десете епохе. Евидентно да је дошло до преобучавања модела. Крива тачности на тесту за валидацију је изломљена и нема тенденцију раста.



Слика 5.3: Графички приказ првог дела WREN архитектуре

5.4 Анализа резултата

У табели 5.3 је приказана тачност модела на скупу за тестирање. Најмању тачност је постигла конволуциона неурална мрежа са потпуно потпуно повезаним слојем од 19.2% што је и било очекивано с обзиром да је мрежа са најмање параметара и није показано да овакав тип неуронских мрежа успешно препознаје релације. Најбољи резултат је постигла неурална мрежа са дугорошно-краткорочним меоријским ћелијама са тачношћу од 33.9%. Модел са рекурентном неуронском мрежом је постигао тачност од 28.2% што је испод вредности коју су добили у раду [3]. Ово одступање може бити објашњено што у овом раду није примењено додатно обучавање мета подацима.

Модел	Тачност [%]
КНН + ППНМ	19.2
КНН + ДКМ	33.9
КНН + РНМ	28.2

Табела 5.3: Приказ тачности по моделу

Све три мреже су постигле тачност већу од случајног одабира на довољно великом скупу података. Можемо рећи да су сви модели у некој мери научени да решавају Рејвенове тестове. На основу тачности током обучавања можемо закључити да прва два модела потенцијално могу постићи боље резултате ако би се обучавале у већем броју епоха. Модел са рекурентним слојем се преобучио, што показује да мрежа има могућност решавања тестова, али "на памет". Дефинитивно је показала потенцијал у домену решавања Рејвенових тестова, али је потребно додатно испитивање хипер параметара како би се креирала архитектура која има већу моћ генерализације.

Приказани резултати за модел конволуционе неуралне мреже са ДКМ ћелијама су упоредиви са оним у раду [3] где је постигнута тачност од 35.8% над истим скупом података. У истом раду су постигнуте тачности од 62.6% за конволуциону неуралну мрежу са рекурентним слојевима. Ово представља значано бољи резултат од онога који је постигнут у овом раду.

Закључак

Овај рад је увео питање да ли неуронске мреже поседују способност апстрактног резоновања. Пројектоване су три суштински различите архитектуре неуронских мрежа како би се кроз што већи број примера покушао пронаћи одговор на ово питање. Сви модели су постигли резултате који су већи од случајне вредности што је добар показатељ да модели у одређеној мери разумеју како да реше Рејвенове тестове. Поставља се питање како би се просечан човек снашао у решавању ове врсте тестова и да ли би постигао боље резултате на скупу за тестирање.

Показало се да генерални модели као што је конволуциона неурална мрежа са потпуно повезаним слојем значајно лошије решавала тестове од осталих модела. Потребно је посебно моделовање неуронских мрежа које разумеју релације и прогресије како би се тачност увећала. Иако неуронске мреже у одређеној мери имају могућност апстрактног резоновања кључну улогу игра њихово пројектовање и хипер параметри.

Након анализе, и даље остаје отворено питање да ли долази до појаве апстрактног резоновања уколико је човек или машина учила да решава одређену врсту тестова. Иако су подаци за тест и тренинг одвојени они суштински представљају исту класу проблема.

Чињеница да се модел са релационим слојем преобучио показује да се треба посветити додатна пажња проучавању овог типа архитектуре и да она има потенцијал. Потребно је урадити опширнију анализу хипер параметара. Такође је потребно повећати број епоха тренирања и конструисати адекватније параметре оптимизатора како би ови модели брже конвергирали. Потребно је размотрити и остале скупове података код којих је коришћена друга методологија креирања рејвенових тестова. Овај рад је обухватио анализу три различите архитектуре неуронске мреже, за опширнију анализу је пожељно обухватити већи број архитектура. На крају, треба истражити различите стратегије обучавања неуронских мрежа где се у обзир не узимају само Рејвенови тестови како би се постигла генерализација на већем скупу различитих тестова интелигенције.

Литература

- [1] J. C. Raven, “Raven standard progressive matrices,” *Journal of Cognition and Development*, 1938.
- [2] J. Te Nijenhuis, O. F. Voskuijl, and N. B. Schijve, “Practice and coaching on iq tests: Quite a lot of g,” *International Journal of Selection and Assessment*, vol. 9, no. 4, pp. 302–308, 2001.
- [3] D. G. T. Barrett, F. Hill, A. Santoro, A. S. Morcos, and T. Lillicrap, “Measuring abstract reasoning in neural networks,” July 2018. arXiv:1807.04225 [cs, stat].
- [4] “Procedurally Generated Matrices (PGM) data,” July 2023. original-date: 2018-06-07T12:40:21Z.
- [5] “Artificial neuron,” Aug. 2023. Page Version ID: 1170144985.
- [6] Y. Ioannou, *Structural Priors in Deep Neural Networks*. PhD thesis, Sept. 2017.
- [7] I. Anwar and N. Ul Islam, “Learned Features are Better for Ethnicity Classification,” *Cybernetics and Information Technologies*, vol. 17, Sept. 2017.
- [8] “Artificial neural network,” Sept. 2023. Page Version ID: 1175471829.
- [9] I. S. Mohamed, *Detection and Tracking of Pallets using a Laser Rangefinder and Machine Learning Techniques*. PhD thesis, Sept. 2017.
- [10] M. Husein and I.-Y. Chung, “Day-Ahead Solar Irradiance Forecasting for Microgrids Using a Long Short-Term Memory Recurrent Neural Network: A Deep Learning Approach,” *Energies*, vol. 12, p. 1856, May 2019.
- [11] J. Qiu, B. Wang, and C. Zhou, “Forecasting stock prices with long-short term memory neural network based on attention mechanism,” *PLOS ONE*, vol. 15, p. e0227222, Jan. 2020.
- [12] D. P. Kingma and J. Ba, “Adam: A Method for Stochastic Optimization,” Jan. 2017. arXiv:1412.6980 [cs].
- [13] G. Van Rossum and F. L. Drake Jr, *Python reference manual*. Centrum voor Wiskunde en Informatica Amsterdam, 1995.

- [14] R. Collobert, K. Kavukcuoglu, and C. Farabet, “Torch7: A matlab-like environment for machine learning,” in *BigLearn, NIPS Workshop*, 2011.
- [15] D. Hoshen and M. Werman, “IQ of Neural Networks,” Sept. 2017. arXiv:1710.01692 [cs].