Нелинейна оптимизация

**„Множител на Лагранж“**

Описание на метода и стъпките, с които се реализира:

* Този метод ни позволява да намираме максимум или минимум на функция на много променливи **f(x1,…,xn)** при някакво ограничение на входните стойности.
* Ограничението е от тип равенство **g(x1,…, xn) = c**, където **“g”** е друга функция със същите аргументи като **“f”**, а **“c”** е константа.
* Основната идея е да намерим точките, където контурните линии на **“f”** и **”g”** се допират една до друга.  
  В тези точки векторите на са перпендикулярни на двете контурни линии. Насочени са в едно направление и реално съвпадат като са пропорционални един на друг.  
  Следователно тяхното приравняване налага и въвеждането на нова константа **λ**.  
  **λ** – Множител на Лагранж

Градиентите са частни производни на функциите по всеки от аргументите им, от където ще получим система с **“n”** уравнения. Към нея ще добавим самото ограничение, за да допълним до система с равен брой уравнения и неизвестни, тоест **“n + 1”**.

След като решим системата ще получим различни стойности за търсените променливи на функцията **f(x1,…,xn)**.  
Замествайки с различните комбинации от променливи във функцията ще получим различни решения, което от тях даде най-висока (най-ниска) стойност, ще бъде търсеният от нас максимум (минимум).

* Всички уравнения от системата в предната точка могат да бъдат капсулирани в едно единствено, което изглежда така:  
  Функцията **L** се нарича „Лагранжиан“ и има следният вид:
* Забележка: В някои източници може да срещнете **λ** с противоположен знак:

Това не води до никаква разлика по отношение решаването на проблема, но го имайте в предвид.

* Възможно е да са зададени и повече от едно ограничения, **“m”** на брой. В този случай се въвеждат и толкова на брой константи **λ**.  
  Тогава функцията **L** ще придобие следният вид:

**„Условия на Каруш – Кун – Такър (ККТ) за оптималност“**

* Тези условия позволят използването на ограничения от тип неравенство:

Те обобщават метода на Лагранж, който е само за ограничения от тип равенство.

* Проблем за нелинейна оптимизация:  
  Намерете ***min / max f(x)*** при ограничения
* **Необходими условия**  
  Допускаме, че целевата функция ***f: Rn –> R*** и ограниченията ***gi: Rn –> R*** санепрекъснато диференцируеми в точка ***x\****. Нека точка ***x\**** е локален оптимум на поставения проблем. Тогава съществуват константи

, наричани ККТ множители, такива че:

1. **За *min f(x)*:**

**За *max f(x)*:**

* **Достатъчни условия**Нека удовлетворяват условията (1) – (4). Нека ***f*** и са диференцируеми изпъкнали функции. Тогава точката ***x\****е глобален оптимум на поставения проблем.