

- ☺ **Задача 43.** • (St. Petersburg paradox) Казино предлага следната игра: играч плаща A лева. След това хвърля монета, докато хвърли ези. Ако това се случи на n -тия ход, печели 2^n лева. При какви стойности на A бихте участвали?
- (Martingale strategy) Да разгледаме по-стандартна игра - казино предлага коефициент 2 при игра на ези/тура, т.е. при залог A , бихме спечелили чисто A . Играч залага само на ези, докато спечели, като удвоява залога си всеки път, когато не спечели. Каква е очакваната му печалба? Бихте ли пробвали?

43

1. A лб. бхог

$$E[\text{перелета}] = \frac{1}{2} \cdot 2^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2^2 + \dots = 1 + 1 + 1 + \dots = \infty$$

$$E[\text{всего перелета}] = \infty - A$$

$$DX < \infty \Rightarrow EX < \infty$$

$$DX = \infty \Rightarrow EX = \infty$$

2.

X	1	1	1
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

$E[\text{печалба}] = \sum_{k=1}^{\infty} P(\text{да спечелим на ход } k). \text{ (изплаћена печалба - залози)}$

$$= \frac{1}{2}(2-1) + \frac{1}{4}(4-(1+2)) + \frac{1}{8}(8-(1+2+4))$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} (2 \cdot 2^{k-1} - (1+2+\dots+2^{k-1})) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} (2^k - (2^k - 1)) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{2^j} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$