Задача 44. А хвърля 3 монети, а В - 2. Печели този, който хвърли повече езита и взима всичките 5 монети. В случай на равен брой печели Б. Каква е вероятността А да спечели? Ако е спечелил А, каква е вероятността В да е хвърлил точно едно ези? Каква е средната печалба на играчите?

(44)

$X = \#$ езити на I от 3 хвърляния $\sim Bin(3, \frac{1}{2})$
$Y = \#$ езити на II от 2 хвърляния $\sim Bin(2, \frac{1}{2})$

$\mathbb{P}(X > Y)$

X	0	1	2	3
	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

Y	0	1	2
	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

$p_i = \binom{n}{i}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-i}\left(\frac{1}{2}\right)^{i}$

$\mathbb{P}(X > Y) = \sum_{k>m} \mathbb{P}(X = k, Y = m) = \mathbb{P}(X=1)\mathbb{P}(Y=0) + \mathbb{P}(X=2)[\mathbb{P}(Y=0) + \mathbb{P}(Y=1)] + \mathbb{P}(X=3) =$

$= \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

$\mathbb{E}$[печалба на I] $= \frac{1}{2} \cdot (+2) + \frac{1}{2} \cdot (-3) = -\frac{1}{2}$

$\mathbb{E}$[печалба на II] $= \frac{1}{2} \cdot (+3) + \frac{1}{2} \cdot (-2) = \frac{1}{2}$

$\mathbb{P}(Y = 1 \mid X > Y) = \frac{\mathbb{P}(Y = 1 \cap X > Y)}{\mathbb{P}(X > Y)} = \frac{\mathbb{P}(Y = 1 \text{ и } X \in \{2, 3\})}{\mathbb{P}(X > Y)} = \frac{\frac{2}{4}\left(\frac{3}{8} + \frac{1}{8}\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

CamScanner