

Задача 4. Застрахователната компания „Инс 1” моделира размера на исковете, които изплаща чрез независими експоненциални сл. вел.¹ със средно 100 лв. „Инс 1” сключва презастраховка на цена от $x > 0$ лв с „Инс 2”, която гласи, че ако постъпи иск над 300 лв към „Инс 1”, „Инс 2” ще покрие 200 лв от тях.

1. (0.25 т.) Каква е вероятността „Инс 1” да трябва да плати от своя бюджет по-малко от 200 лв за един иск?
2. (0.25 т.) Ако „Инс 2” желаят да има средна печалба от 10 лв на иск, каква е стойността на x ?
3. (0.5 т.) Ако „Инс 1” желаят да има средна печалба от 10 лв на иск, колко би трябвало да е цената на полицата, която предлагат? Каква би била цената, ако не сключваха презастраховка с „Инс 2”?
Защо „Инс 1” биха искали да сключат такава презастраховка при положение, че средната печалба е еднаква?

$$1. X_1 \sim \text{Exp}\left(\frac{1}{100}\right)$$

$$E[X_1] = 100$$

$$D[X_1] = 10^4$$

$$\begin{aligned} 1. P(X_1 \in (0, 200) \cup X_1 \in (300, 400)) &= P(X_1 < 200) + P(300 < X_1 < 400) = \\ &= P(X_1 < 200) + P(X_1 < 400) - P(X_1 < 300) = 1 - e^{-2} + 1 - e^{-4} - 1 + e^{-3} = \\ &= 1 - e^{-2} + e^{-3} - e^{-4} \approx 89.61\% \end{aligned}$$

2. При $X_1 \geq 300$, УНС2 виплащає 200лв

$$P(X_1 \geq 300) = e^{-3}$$

Y	0	200
	$1 - e^{-3}$	e^{-3}

$$Y = \text{виплата сума від УНС2}$$

$$\Rightarrow E[X - Y] = 10 \Leftrightarrow E[X] - E[Y] = 10 \Rightarrow x - 200 \cdot e^{-3} = 10 \Rightarrow x = 10 + 200 \cdot e^{-3}$$

$$\begin{aligned} 3. \text{УНС1 виплащає } x = 10 + 200e^{-3} \text{ на УНС2 і покриває } \begin{cases} X, X \leq 300 \\ X - 200, X > 300 \end{cases} \\ \Rightarrow E[X] = E[X] - P(X \geq 300) \cdot 200 = 100 - e^{-3} \cdot 200 \approx 90 \text{ грн.} \end{aligned}$$

Ако ціна на поліцію є Y, і зростає Y, і 2

$$Y - E[Z \text{ за } Y \text{ да}] = 10$$

$$Y - (x + 100 - \frac{200}{e^3}) = 10 \Rightarrow Y = 120$$

Ако ціна презасірахування

$$Y - E[Z \text{ за } Y \text{ да}] = Y - 100 = 10 \Rightarrow Y = 110$$