

**Задача 3.** Контролно по ВиС е съставено от 4 задачи, като вероятността да се реши всяка от тях е съответно 80%, 70%, 60% и 40%. Допускаме, че решенията на всички задачи независими.

Всяка задача носи 10 точки, ако е решена и 0 иначе. Оценката се формира по формулата  $2 + \text{точки}/10$ . Ако явилите са 100 души, пресметнете:

1. (0.25 т.) вероятността средният резултат на зад.1 да бъде под 8 точки;
2. (0.25 т.) очакваната средна оценка;
3. (0.5 т.) вероятността средната оценка да е поне 1% по-висока от очакваната.

3. 1. Нека  $X_i$  = познат отговор на първа заграда  
 $X_i \sim \text{Ber}(\frac{8}{10})$

$Y_i = 10X_i$  = точки от 1 заг.

$$E[Y_i] = 10 \cdot \frac{8}{10} = 8 \quad D[Y_i] = 100 \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{10} = 16$$

$$P\left(\frac{Y_1 + \dots + Y_{100}}{100} < 8\right) = P\left(\underbrace{Y_1 + \dots + Y_{100}}_{\bar{Y}} < 800\right) = P\left(\frac{\bar{Y} - n \cdot \mu}{\sigma \sqrt{n}} < \frac{800 - n \cdot \mu}{\sigma \sqrt{n}}\right) =$$

$$= P\left(N(0,1) < \frac{800 - 800}{4 \cdot 10}\right) \stackrel{\text{ГР}}{=} \Phi(0) = \frac{1}{2}$$

2.  $Y_i$  = # точки от заградата  $i$ ,  $i = \overline{1, 4}$

$Y_1 \sim 10\text{Ber}(\frac{8}{10})$ ;  $Y_2 \sim 10\text{Ber}(\frac{7}{10})$ ;  $Y_3 \sim 10\text{Ber}(\frac{6}{10})$ ;  $Y_4 \sim \text{Ber}(\frac{4}{10})$

$$Z = 2 + \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}{10} = \text{оценка}$$

$$E[Z] = 2 + \frac{1}{10} \left[ 10 \cdot \frac{8}{10} + 10 \cdot \frac{7}{10} + 10 \cdot \frac{6}{10} + 10 \cdot \frac{4}{10} \right] = 4.5 =: \mu$$

$$D[Z] = \frac{100}{100} \left[ \frac{8 \cdot 2}{100} + \frac{7 \cdot 3}{100} + \frac{6 \cdot 4}{100} + \frac{4 \cdot 6}{100} \right] = 0.85 =: \sigma^2$$

$$3. P\left(\underbrace{Z_1 + \dots + Z_{100}}_{\bar{Z}} > 4.5 \cdot \frac{101}{100}\right) = P\left(\underbrace{Z_1 + \dots + Z_{100}}_{\bar{Z}} > 454.5\right) =$$

$$= P(\bar{Z} > 454.5) = P\left(\frac{\bar{Z} - n \cdot \mu}{\sigma \sqrt{n}} > \frac{454.5 - n \cdot \mu}{\sigma \sqrt{n}}\right) = P(N(0,1) > 0.488) =$$

$$= 1 - \Phi(0.49) \approx 31.21\%$$