

Задача 55. A и B стрелят по мишена, като стрелят едновременно, а ако никой не улови - стрелят отново. A улавя с вероятност 0.2, а B - с 0.3. Каква е вероятността A да улови, а B - не. Какъв е средният брой изстрели, необходими за уцелване на мишената?

55) A_k - перший успіх на k -тій ході, а другий не успіх на всіх наступних k ходів

$$X \sim \text{Ge}\left(\frac{2}{10}\right); Y \sim \text{Ge}\left(\frac{3}{10}\right)$$

$$A_k = \{X = k-1, Y = k\}$$

Вероятність першого успіху, а другого не є:

$$\begin{aligned} P(\cup_{k=1}^{\infty} A_k) &\stackrel{\text{АДП}}{=} \sum_{k=1}^{\infty} P(A_k) = \sum_{k=1}^{\infty} (P(X=k-1 \cap Y=k)) \stackrel{\text{X,Y}}{=} \sum_{k=1}^{\infty} P(X=k-1)P(Y=k) = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^k = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{56}{100}\right)^{k-1} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{7}{10} \stackrel{\text{ГД}}{=} 14 \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{1-\frac{56}{100}} = \frac{14}{100} \cdot \frac{100}{44} = \frac{7}{22} \end{aligned}$$

Вероятність за неуспешен опит = $P(1\text{-ви пропуск} \cap 2\text{-ри пропуск}) =$
 $= \left(\frac{1-2}{10}\right) \left(\frac{1-3}{10}\right) = \frac{56}{100}$

Ізві каже один опит = 2 ходи

Нека $Z \sim \text{Ge}\left(\frac{44}{100}\right)$

Очікувані бреш ходи є $E[2Z] = 2E[Z] = 2 \cdot \frac{1}{p} + 2 = 2 \cdot \frac{1}{\frac{44}{100}} + 2 = 2 \cdot \frac{100}{44} + 2 = \frac{50}{11} + 2 = 6.54$