 **Задача 68.** Метод за решаване на двубои във футбола е изпълняването на дузини. Можем да считаме, че това се случва по следния начин: първо се изпълняват 5 кръга по 1 дузина за всеки отбор. Ако има равенство след тях, се продължава докато някой от отборите отбележи, а другият - не.

Да предположим, че играчите на единия от отборите отбелязват с вероятност 75 %, а на другия - с вероятност 80%. Приемаме също, че изпълненията са независими.

1. Каква е вероятността през първите 5 рунда двата отбора да са отбелязвали в едни и същи рундове?
2. Каква е вероятността след първите 5 кръга да има равенство? А след първите 10 кръга?
3. Какъв е очакваният брой дузини, които ще се изпълнят общо от двата отбора?

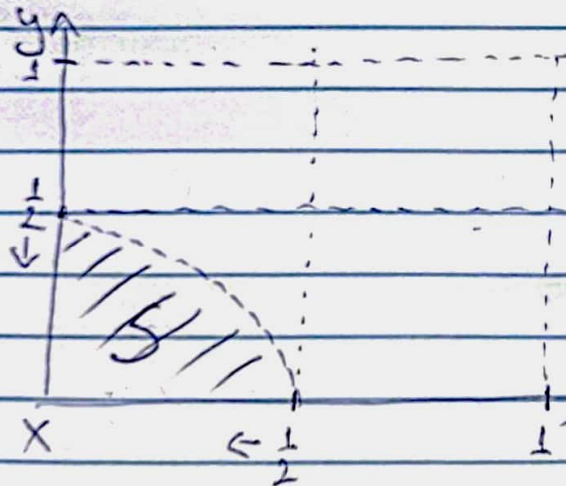
⊕



За да образуваме триъгълник, сборът на две страни трябва да е по-голям от третата. $\Rightarrow Z$

$$\left. \begin{array}{l} OX + XY > YA \\ OX + YA > XY \\ XY + YA > OX \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} OX + XY > 1 - OX - XY \\ OX + 1 - OX - XY > XY \\ XY + 1 - OX - XY > OX \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} OX + XY > \frac{1}{2} \\ XY < \frac{1}{2} \\ OX < \frac{1}{2} \end{array} \right., OX, XY \in [0, 1]$$

$$YA = 1 - OX - XY$$



$$OX + XY = Y \quad OY$$

$$(OX)^2 + (XY)^2 > \frac{1}{4} = r^2$$

$$S = \frac{1}{4} \pi r^2 = \frac{1}{16} \pi$$

$$\Rightarrow P(Z) = \frac{1}{16} \pi \approx 19,32\%$$