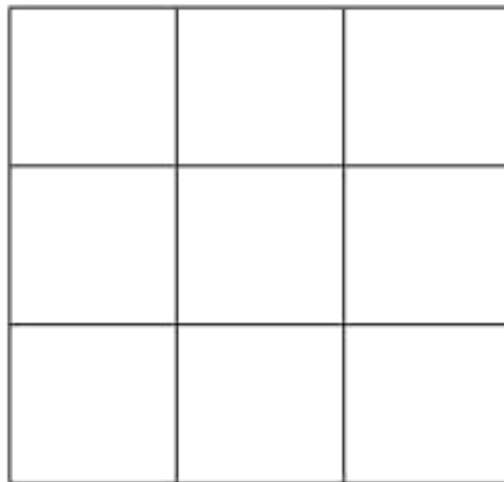
 **Задача 65.** Да предположим, че всяка секунда стреличка попада в случайно квадратче на решетката по-долу.



- (0.5 т.) Колко е очакваното време докато във всяко квадратче има поне по една стреличка?
- (0.3 т.) Колко е очакваното време до първия момент, в който има две стрелички в някое от квадратчетата?
- (0.2 т.) Можете ли да обобщите, ако решетката е $n \times n$?

63) $X = \# \text{ правильних чисел}$

$$X \sim \text{Bin}(5, \frac{1}{5})$$

$$1. E[X] = n \cdot p = \frac{5}{5}$$

$Y = \# \text{ вибори на 5 числа до правильна наряда}$

$$Y \sim \text{Ge}(\frac{1}{5})$$

$$2. E[Y] = \frac{1}{p} = 5$$

3. $P(\text{да сме узелим поне един от 11 хода})$

$$P(Y \leq n) = p + p \cdot q + p \cdot q^2 + \dots + p \cdot q^{n-1} = p \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = 1 - q^n$$

$$1 - q^n > 99\%$$

$$1 - (1-p)^n > 99\%$$

$$(1-p)^n < \frac{1}{100} \quad | \ln$$

$$\ln(1-p)^n < \ln \frac{1}{100}$$

$$n \ln(1-p) < \ln \frac{1}{100}$$

$$n < -2 \ln \frac{1}{1-p} \quad \frac{\ln(10)}{\ln(1-p)}$$

$$n > 2 \ln \frac{1}{1-p} \quad \frac{\ln(10)}{\ln(1-p)}$$

(ще ви въпроси, ако симуляцията се състои от случайна наряда на пишващите числа, т.е. на $\{1, 3, 4, 6, 9\}$?)

1. $X_i = \begin{cases} 1, & \text{ако в клетката } i \text{ числото е правилно, } i=1, 5 \\ 0, & \text{ако в клетката } i \text{ числото е грешно} \end{cases}$
 $X_i \sim \text{Ber}(\frac{1}{5})$

$$E[\text{познания}] = E\left[\sum_{i=1}^5 X_i\right] = E[X_1] + \dots + E[X_5] = 5 E[X_1] = 5 \cdot \frac{1}{5} = 1$$

2. $Y \sim \text{Ge}(\frac{1}{5})$

$$E[Y] = 120$$