(+) Да се определи вероятността, случайно избрано естествено число, да не се дели:

а) нито на две, нито на три

Нека всички естествени числа, без ограничение на общността са n.
Тези, които се делят на 2 са $\frac{n}{2}$ и ги бележим с D_2.
Тези, които се делят на 3 са $\frac{n}{3}$ и ги бележим с D_3.
Тези, които се делят на 6 са $\frac{n}{6}$ и ги бележим с D_{23}.

Нека $A = \{$тези, които не се делят нито на 2, нито на 3$\} =$
$= \Omega / \{$тези, които се делят и на 2 и на 3$\}$

$\Rightarrow A^c = D_2 \cup D_3$

$$|D_2 \cup D_3| = |D_2| + |D_3| - |D_2 \cap D_3|$$

$$|A| = 1 - |D_2 \cup D_3| = 1 - |D_2| - |D_3| + |D_2 \cap D_3| = 1 - \frac{n}{2} - \frac{n}{3} + \frac{n}{6}$$

$$\mathbb{P}(A) = \frac{1 - \left[\frac{n}{2}\right] - \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{6}\right]}{n} = \frac{\cancel{\frac{n}{n}} - \cancel{\frac{n}{2}} - \frac{n}{3} + \frac{n}{6}}{n} = 1 - \mathbb{P}(D_2 \cup D_3) = 1 - \mathbb{P}(D_2) - \mathbb{P}(D_3) + \mathbb{P}(D_2 \cap D_3) =$$

$$= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1 - 4}{6} = \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

б) на две или три

$$\mathbb{P}((D_2 \cap D_3)^c) = \cancel{1/2 - \mathbb{P}(D_2 \cap D_3)} = \mathbb{P}(D_2) + \mathbb{P}(D_3) - 2\mathbb{P}(D_2 \cap D_3) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 2\frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$