

Задача 59. Хвърляме два червени и един син зар. Нека ξ е броят на шестиците върху червените зарове, а η е броя на двойките върху трите зара. Да се определи

- съвместното разпределение на η и ξ ;
- $\mathbb{P}(\xi > 0 | \eta = 1)$.

59) Означаване: $X = \xi$
 $Y = \eta$

$Y \backslash X$	0	1	2	
0	$\frac{80}{216}$	$\frac{40}{216}$	$\frac{5}{216}$	$\frac{125}{216}$
1	$\frac{56}{216}$	$\frac{18}{216}$	$\frac{1}{216}$	$\frac{75}{216}$
2	$\frac{13}{216}$	$\frac{2}{216}$	0	$\frac{15}{216}$
3	$\frac{1}{216}$	0	0	$\frac{1}{216}$
	$\frac{150}{216}$	$\frac{60}{216}$	$\frac{6}{216}$	

$$P(X=0; Y=0) = \left(\frac{4}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{80}{216}$$

$$P(X=1; Y=0) = 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{40}{216}$$

$$P(X=2; Y=0) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{216}$$

$$P(X=0; Y=1) = \left(\frac{4}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{56}{216}$$

$$P(X=1; Y=1) = 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{18}{216}$$

$$P(X=2; Y=1) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$$

$$P(X=0; Y=2) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} + 2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{4}{6} = \frac{13}{216}$$

$$P(X=1; Y=2) = 2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{2}{216}$$

$$P(X=0; Y=3) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$$

$$P(X > 0 | Y=1) = \frac{P(X=1, Y=1) + P(X=2, Y=1)}{P(Y=1)} = \frac{\frac{18}{216} + \frac{2}{216}}{\frac{60}{216}} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$