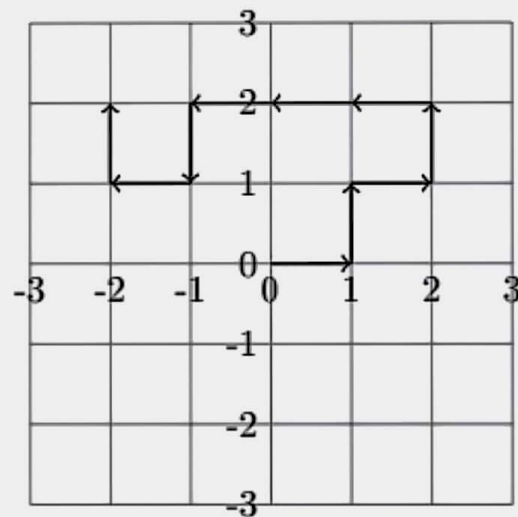
 **Задача 116.** (K2, СЕМ 2022) Точка започва да се движи от началото на координатната система успоредно на някоя от осите, като всеки път избира равномерно една от посоките и се премества на 1 в съответната посока. На картинката по-долу може да видите примерна реализация на маршрут от 10 стъпки.



1. Каква е вероятността след 1000 стъпки x -координатата да бъде по-голяма от 10?
2. Намерете очакването и дисперсията на квадрата от разстоянието до центъра след 100 стъпки.

116) Нека X_1 = сімрка по абсцисата Y_1 = сімрка по ордината

| X_1 | -1 | 0 | 1 |
|-------|---------------|---------------|---------------|
| | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |

| Y_1 | -1 | 0 | 1 |
|-------|---------------|---------------|---------------|
| | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ |

$$\mu = E[X_1] = 0$$

$$E[X_1^2] = \frac{1}{2} = D[X] = \sigma^2$$

$$P(\underbrace{X_1 + X_2 + \dots + X_{100}}_{\bar{X}} > 10) = P\left(\frac{\bar{X} - n \cdot \overset{0}{\mu}}{\sigma \cdot \sqrt{n}} > \frac{10 - n \cdot \overset{0}{\mu}}{\sigma \cdot \sqrt{n}}\right) = P\left(\frac{\bar{X}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 10 \sqrt{10}} > \frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 10 \sqrt{10}}\right) =$$

$$\underline{\underline{\Phi(-0.45) \approx 32.636\%}}$$

$$2. E[(X_1 + \dots + X_{100})^2 + (Y_1 + \dots + Y_{100})^2] = 2 E[(X_1 + \dots + X_{100})^2] =$$

$$= 2 E\left[\sum_{i=1}^{100} X_i^2 + 2 \sum_{\substack{i,j \\ i < j}} X_i X_j\right] = 2 \sum_{i=1}^{100} E[X_i]^2 + 4 \sum_{\substack{i,j \\ i < j}} E[X_i X_j] = 200 E[X_1^2] = 100$$

$$\underbrace{E[X_i] E[X_j]}_{0}$$