

Задача 48. Нека съществуват две равно вероятни и единствено възможни хипотези относно вероятността за успех при един опит: $H_0 : p_0 = 1/2$ и $H_1 : p_1 = 2/3$. Коя от двете хипотези има по-голяма апостериорна вероятност, ако при провеждането на 200 опита са настъпили 120 успеха?

(48) $X = \text{успех от 200 испытаний при шансе } H_0 \sim \text{Bin}(200, \frac{1}{2})$
 $Y = \text{успех от 200 испытаний при шансе } H_1 \sim \text{Bin}(200, \frac{2}{3})$

$$P(X=120) = \binom{200}{120} \left(\frac{1}{2}\right)^{120} \left(\frac{1}{2}\right)^{80} = \frac{200}{120} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{200}$$

$$P(Y=120) = \binom{200}{120} \left(\frac{2}{3}\right)^{120} \left(\frac{1}{3}\right)^{80} = \frac{2^{120}}{3^{200}} \cdot \binom{200}{120}$$

$$P(X=120) ? P(Y=120)$$

$$\binom{200}{120} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{200} ? \binom{200}{120} \frac{2^{120}}{3^{200}}$$

$$\binom{200}{120} \left[2^{-200} - 3^{-200} \cdot 2^{120} \right] ? 0$$

$$L > 0$$

$$2^{-200} - 3^{-200} \cdot 2^{120} ? 0 \quad | \cdot 3^{200} : 2^{120} > 0$$

$$2^{-320} - 3^{-200} ? \quad | \ln$$

$$-320 \ln 2 - (-200) \ln 3 \quad | : 40$$

$$-8 \ln 2 - (-5) \ln 3 \quad | \cdot (-1)$$

$$\ln 2^8 - \ln 3^5 ? 0$$

$$\ln 2^8 ? \ln 3^5$$

$$2^8 ? 3^5$$

$$256 > 243 \Rightarrow \frac{1}{256} < \frac{1}{243}$$

$$\Rightarrow P(X=120) < P(Y=120)$$