

Задача 81. Дадена е магнетофонна лента с дължина 100м. Върху всяка от двете страни на лентата, на случайно избрано място, е записано непрекъснат съобщение с дължина 20м. Каква е вероятността между 25 и 50м, считано от началото на лентата, да няма участък несъдържащ поне едно от двете съобщения?

—

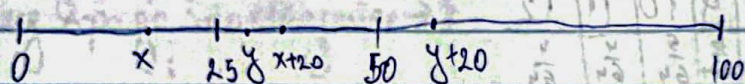
89

Нека означим с x и y началата на двете съобщения и съответно с $(x+20)$ и $(y+20)$ крайцата им.

Тогава: съобщение 1 $\in [x, x+20]$
съобщение 2 $\in [y, y+20]$

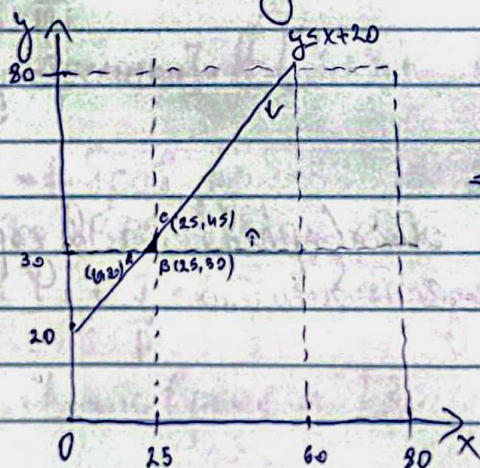
Магнеторонната лента е с дължина 100 м. $\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0, x+20 \leq 100 \\ y \geq 0, y+20 \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [0, 80] \\ y \in [0, 80] \end{cases}$

Нека да приемем, че $x \leq y$ (първото съобщение е преди второто)



Искаме интервала $[x, y+20]$ да покрива целия участък $[25, 50]$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 25 \\ y \leq x+20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 25 \\ y \geq 30 \end{cases}$$



$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{15 \cdot 15}{2} = \frac{225}{2}$$

аналог. за $y \leq x$

$$\Rightarrow P(\text{целият } [25, 50] \text{ е покрит}) = \frac{S_{ABC}}{80^2} = \frac{2.225}{2.6400} \approx 0.015$$