

Задача 46. (Banach's matchbox problem) Пушач носи в джоба си две кутии кибрит с по n клечки. Всеки път, когато иска да запали, той избира произволна кутия и вади една клечка. След известно време той забелязва, че едната кутия е празна. Каква е вероятността в този момент в другата да са останали точно $k \leq n$ клечки?

(48)

$$X = \begin{cases} \text{Іграти кибриїена клетка от I пакет, } p = \frac{1}{2} \\ \text{Іграти кибриїена клетка от II пакет, } q = 1-p = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Ізрсім веројатноста при изпразване на единия пакет (n извадени клетки от него [успешни опита]), в другия пакет да са останащи точно k клетки ($n-k$ неуспешни опита).

За да се увери, че пакетът е празен, той трябва да направи 1 допълнителен опит за ігране на клетка от празния пакет.

$$\Rightarrow \text{Нека } Y \sim NB(n+1, \frac{1}{2})$$

$$\text{Ізрсім } P(Y=n-k)$$

$$P(Y=n-k) = 2 \binom{n+1+n-k-1}{n-k} \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k} = 2 \binom{2n-k}{n-k} \left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1-k} = \binom{2n-k}{n-k} \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-k}$$

←
яв ми десен пакет