

Задача 2. (1 т.) На спирките за градски транспорт се инсталират информационни табла с размери 10×100 диода. Доставени са качествени материали, като можем да моделираме времето на изправност на един диод чрез експоненциална сл. вел. със средно 10 години.

Опитът показва, че ако работят по-малко от 75% от диодите, информацията често е неразбираема и таблото трябва да се ремонтира. Каква е вероятността да трябва да бъде извършен ремонт след 3 години експлоатация?

② $n = 10 \cdot 100 = 1000$ годів в одній таблиці

$$X_i \sim \text{Exp}\left(\frac{1}{10}\right), i = \overline{1, n}$$

$$E[X_i] = 10; D[X_i] = 100$$

$$P(X_1 > 3) = e^{-3 \cdot \frac{1}{10}} \approx 0.74 =: p$$

Нека $Y_i = 1$ якщо і працівник є на 3 години

$$Y_i \sim \text{Ber}(p)$$

$$E[Y_i] = p; D[Y_i] = p(1-p)$$

$$\begin{aligned} P(\underbrace{Y_1 + \dots + Y_{1000}}_{\bar{Y}} < 750) &= P\left(N(0,1) < \frac{750 - n \cdot p}{\sqrt{p(1-p)} \cdot \sqrt{n}}\right) = \Phi\left(\frac{10}{\sqrt{0.74 \cdot 0.26 \cdot 1000}}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{10}{13.87}\right) = \Phi(0.72) \approx 76.42\% \end{aligned}$$