

Задача 3. Да предположим, че можем да моделираме възвръщаемостите на три актива A, B и C като независими нормално разпределени случайни величини $N(3, 2), N(3, 3), N(1, 10)$ и че разполагате с 5 единици за инвестиции.

1. (0.25 т.) Как бихте разпределили парите си, за да максимизирате очакваната печалба?
2. (0.25 т.) Между всички възможности от 1., един начин за избор е да предпочетем разпределението с най-малка дисперсия. Кое е то?
3. (0.5 т.) Рисков инвеститор залага 5-те си единици в независим актив $D \sim N(-2, 20)$. Каква е вероятността неговата инвестиция да е по-успешна от тази в 2.?

③ 1. Всічки комбинации от вида $A \cdot x + (5-x) \cdot B$, $x \in [0, 5]$ имат
максималното очакване 15

2. $D(A \cdot x + (5-x) \cdot B) = x^2 D[A] + (5-x)^2 D[B] = 2x^2 + 3x^2 - 30x + 75 = 5x^2 - 30x + 75 =: f(x)$

$$f'(x) = 10x - 30$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow D[Ax + (5-x)B] = 30$$

3. $D \sim N(-2, 20)$ $5D \sim N(-10, 500)$

$$Z \sim N(15, 30)$$

$$\begin{aligned} P(Z < 5D) &= P(N(15, 30) < N(-10, 500)) = P(N(25, 530) < 0) = P(N(0, 1) < \frac{-25}{\sqrt{530}}) \stackrel{5\pi}{=} \\ &= \Phi(-1.09) \approx 13.79\% \end{aligned}$$