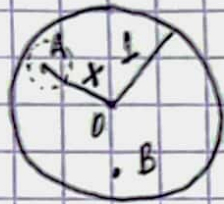


**Задача 88.** Във вътрешността на кръг с радиус  $R$  случайно се избират точките  $A$  и  $B$ . Да се намери вероятността окръжността с център  $A$  и радиус  $AB$  да лежи във вътрешността на кръга.

88



$$P(k(A, AB) \leq k(O, 1)) = ?$$

При фиксировано  $A, B \in k(A, 1 - OA)$

$$P(B \in k(A, 1 - x)) = \frac{\pi (1-x)^2}{\pi 1^2} = (1-x)^2$$

Ако знаем  $f_x(x)$ , отг. би бил

$$\int_0^1 (1-x)^2 f_x(x) dx$$

$$f_x(x) = F'_x(x)$$

$$F_x(x) = P(X < x) \cdot P(X \in k(O, x)) = \frac{\pi x^2}{\pi 1^2} = x^2, \quad x \in [0, 1]$$

$$\Rightarrow f_x(x) = F'_x(x) = 2x \cdot \mathbb{1}_{\{x \in [0, 1]\}}$$

$$\text{Заместиваеме: } \int_0^1 (1-x)^2 \cdot 2x dx = 2 \int_0^1 (x^2 - 2x + 1) \cdot x dx = 2 \int_0^1 (x^3 - 2x^2 + x) dx =$$

$$= 2 \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

