

СУ „Св. Климент Охридски”, Факултет по
Математика и Информатика



ФРАКТАЛИ
ТЕМА: ФРАКТАЛ ПАПРАТ

Съдържание:

История.....	3
Фрактал Папрат.....	4
Фрактал Папрат написан на Matlab.....	4-5
Обяснение на кода.....	6-7

История:

Терминът фрактал (от латинското fractus, счупен) е въведен през 1975 от Беноа Манделброт, за да привлече вниманието към тези обекти. В много отношения те се отличават от обикновените „гладки“ обекти в традиционната геометрия. Това е и съвсем лесно забележимо. Най-често фракталът се генерира (например на компютърен екран) от повтаряща се схема, обикновено рекурсивен или итерационен процес. Това му придава множество интересни характеристики, най-важните от които са самоподобността и безкрайната подробност независимо от увеличението. Фракталите обединяват структура и неправилност. Различни видове фрактали са първоначално изучавани като математически обекти и терминът „фрактал“ е получил различни точни дефиниции. Фракталната геометрия е клон от математиката, който изучава фракталите и особеното им поведение. Тя намира приложение в науката, техниката и компютърното изкуство. Корените на теорията за фракталите могат да се проследят до опитите за измерване на периметъра (или площта, или обема) на фрактали в случаи, в които традиционният анализ е неприложим. Традиционните математически методи „се приближават“, с цел да опростят локалната картина. Съществуването на фракталите показва неприложимостта на този подход при появата на неограничено количество все по-дребни подробности. Фракталите са геометрични обекти с дробна размерност. В математиката съществува специална сложна формула за изчисление на размерността на фракталите. Следните дефиниции на фрактал са предлагани, но всяка от тях си има недостатъци:

- Обект, който е самоподобен в някакъв смисъл (включително нелинейната самоподобност и статистическата самоподобност) — това е проста интуитивна дефиниция, но е много трудно да се прецизира математически. Тя също включва и обектите на традиционната евклидова геометрия, които по принцип не се считат за фрактали.
- Обект с не-цяла хаусдорфова размерност — но това изключва някои обекти, които по принцип се считат за фрактали, като кривата на Пеано и границата на множеството на Манделброт.
- Множество с хаусдорфова размерност, която строго надхвърля неговата топологична размерност — това е най-широко възприетата математическа дефиниция, но изисква известна математическа подготовка, за да бъде разбрана.

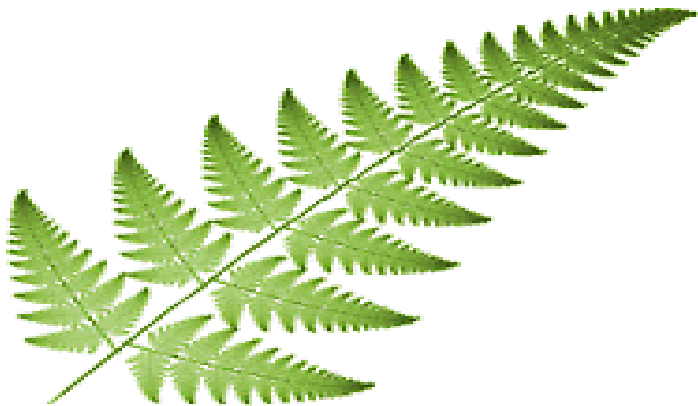
Фрактал Папрат:

Папратите са естествени фрактали и могат да бъдат компютърно моделирани с рекурсивни алгоритми. Фракталот Папрат включва два по два матрици. Фракталот Папрат се генерира чрез многократни преобразувания на една точка в равнината. Нека x да бъде вектор с два компонента, x_1 и x_2 .

Съществуват четири различни трансформации, всички от тях във формата

$$x \rightarrow Ax + b;$$

с различни матрици A и вектори b . Те са известни като афинни трансформации.



Фрактал Папрат написан на Matlab:

```
shg
clf reset
set(gcf,'color','white','menubar','none', ...
      'numbertitle','off','name','Fractal Fern')
x = [.5; .5];
h = plot(x(1),x(2),'.');
darkgreen = [0 2/3 0];
set(h,'markersize',1,'color',darkgreen,'erasemode','none');
axis([-3 3 0 10])
axis off
stop = uicontrol('style','toggle','string','stop', ...
                 'background','white');
drawnow
p = [.85 .92 .99 .1.00];
A1 = [.85 .04; -.04 .85]; b1=[0; 1.6];
A2 = [.20 -.26; .23 .22]; b2=[0; 1.6];
A3 = [-.15 .28; .26 .24]; b3=[0; .44];
A4 = [ 0 0; 0 .16];
```

```

cnt = 1;
tic
while ~get(stop,'value')
    r = rand;
    if r < p(1)
        x = A1*x + b1;
    elseif r < p(2)
        x = A2*x + b2;
    elseif r < p(3)
        x = A3*x + b3;
    else
        x = A4*x;
    end
    set(h,'xdata',x(1),'ydata',x(2));
    cnt = cnt + 1;
    drawnow
end
t = toc;
s = sprintf('%8.0f points in %6.3f seconds',cnt,t);
text(-1.5,-0.5,s,'fontweight','bold');
set(stop,'style','pushbutton','string','close', ...
'callback','close(gcf)')

```



Обяснение на кода:

```
Shg
% носи на съществуващ прозорец графики напред, или създава нова, ако е необходимо
clf reset
% нулира повечето свойства и стойности по подразбиране
set(gcf,'color','white','menubar','none', ...
    'numbertitle','off','name','Fractal Fern')
% променя цвета по подразбиране сиво – бяло и предоставя заглавие за прозореца.
x = [.5; .5];
% осигурява първоначални координати на точка.
h = plot(x(1),x(2),'.');
% връща вектор
darkgreen = [0 2/3 0];
% определя цвета, червените и сините компоненти са нула, зеления компонент
е две трети от пълния си интензитет.
set(h,'markersize',1,'color',darkgreen,'erasemode','none');
% прави точка, посочена от h, променя цвета, и уточнява, че образът на точка на екрана не
трябва да бъдат изтрит, когато неговите координати се променят.
axis([-3 3 0 10])
axis off
% посочва, че региона трябва да бъде  $-3 \leq x_1 \leq 3$ ,  $0 \leq x_2 \leq 10$ .
stop = uicontrol('style','toggle','string','stop', ...
    'background','white');
% създава контрол за превключване на потребителския интерфейс, с надпис "стоп" и цвят
бял, по подразбиране близо до долния ляв ъгъл на фигурата
drawnow
% причинява първоначалната фигура, включително начална точка, действително да се
нанася върху екрана на компютъра
p = [.85 .92 .99 1.00];
% създава вектор на вероятностите
A1 = [.85 .04; -.04 .85]; b1=[0; 1.6];
A2 = [.20 -.26; .23 .22]; b2=[0; 1.6];
A3 = [-.15 .28; .26 .24]; b3=[0; .44];
A4 = [ 0 0; 0 .16];
% определят четири афинни трансформации
cnt = 1;
% инициализира брояч, който следи броя на точките,
```

```

tic
% инициализира таймер
    while ~get(stop,'value')
% кликването на стоп промени стойността от 0 до 1 и завършва цикъла.
    r = rand;
% генерира случайни стойност между 0 и 1
    if r < p(1)
        x = A1*x + b1;
    elseif r < p(2)
        x = A2*x + b2;
    elseif r < p(3)
        x = A3*x + b3;
    else
        x = A4*x;
    end
% взима една от четирите афинни трансформации. Тъй като P (1) е 0.85, първата
трансформация е 85% от времето. Другите три трансформации са избрани
сравнително рядко.
    set(h,'xdata',x(1),'ydata',x(2));
% промени координатите на точката h на новата (x1, x2)
    cnt = cnt + 1;
% брои още една точка
    drawnow
% казва на Matlab да отдели време, за да се прехвърли фигура, показвайки новата точка с
всички стари.
    end
% край
    t = toc;
% чете таймер
    s = sprintf('%8.0f points in %6.3f seconds',cnt,t);
    text(-1.5,-0.5,s,'fontweight','bold');
% показва изминало време
    set(stop,'style','pushbutton','string','close', ...
        'callback','close(gcf)')
% промени на контрол на бутона, която затваря прозореца

```