

Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого  
Институт компьютерных наук и технологий  
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

# Телекоммуникационные технологии

Отчет по лабораторной работе №3

Линейная фильтрация

**Работу**

**выполнил:**

Болдырев А.В.

Группа: 33501/3

**Преподаватель:**

Богач Н.В.

Санкт-Петербург  
2017

# Содержание

<b>1. Цель работы</b>	<b>2</b>
<b>2. Постановка задачи</b>	<b>2</b>
<b>3. Теоретическая информация</b>	<b>2</b>
3.1. Генерация гармонического сигнала с шумом . . . . .	2
3.2. Фильтр нижних частот . . . . .	2
<b>4. Ход работы</b>	<b>3</b>
4.1. Генерация гармонического сигнала с шумом . . . . .	3
4.2. Фильтрация сигнала . . . . .	5
<b>5. Выводы</b>	<b>6</b>

# 1. Цель работы

Изучить воздействие фильтра нижних частот на тестовый сигнал с шумом.

# 2. Постановка задачи

Сгенерировать тестовый гармонический сигнал с шумом, синтезировать ФНЧ, отфильтровать сигнал с шумом. Посмотреть, как ФНЧ влияет на спектр сигнала.

# 3. Теоретическая информация

## 3.1. Генерация гармонического сигнала с шумом

Для генерации гармонического сигнала воспользуемся формулой  $s(t) = A * \cos(2 * \pi * f * t + \varphi)$ , где  $A$  - амплитуда сигнала,  $f$  - частота,  $t$  - вектор отсчетов времени,  $\varphi$  - смещение по фазе.

Добавление шума представляет собой суммирование исходного сигнала с сигналом другой частоты, как правило (но не всегда), меньшей амплитуды.

## 3.2. Фильтр нижних частот

Фильтрация представляет собой операцию поточечного домножения сигнала в частотной области на некоторую точечную последовательность коэффициентов, определяемую частотой исходного сигнала. Например, ФНЧ реализуется домножением всех частот, больших некоторой частоты  $f_0$ , называемой частотой среза, на число 0. Реально же, последовательность коэффициентов нелинейна, из-за чего происходит не обнуление, а ослабление сигналов выбранных частот. Таким образом, фильтр может ослаблять сигналы на одной частоте, и оставлять неизменными, или даже усиливать, на другой частоте. АЧХ такого фильтра представлена на Рис.3.2.1:

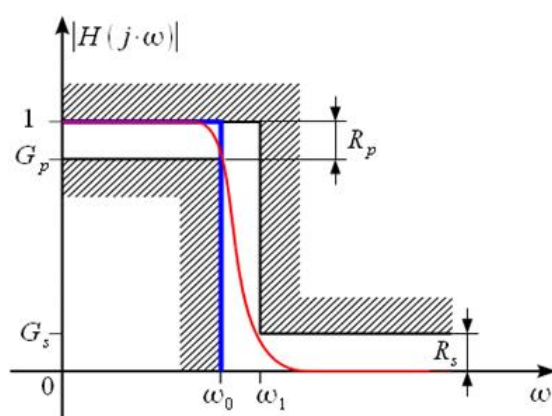


Рис. 3.2.1. АЧХ фильтра нижних частот

Представляется крайне трудным смоделировать идеальную характеристику фильтра, поэтому используют удобные и простые в реализации аппроксимации - Чебышева, Баттерворта, Бесселя, эллиптические и т.д. Используем фильтр Баттерворта 4 порядка. АЧХ

фильтра Баттерворта порядка  $n$  можно вычислить по формуле:

$$G^2(\omega) = \frac{G_0^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}} \quad (1)$$

где  $n$  - порядок фильтра,  $\omega_c$  - частота среза,  $G_0$  - коэффициент усиления на нулевой частоте.

## 4. Ход работы

Код программы представлен ниже 1:

Листинг 1: Код в МатЛаб

```
1 Fn = 25;
2 Fd = Fn * 100;
3 Td = 1/Fd;
4 t = 0:Td:0.4;
5 signal = cos(2*pi*Fn.*t);
6
7 figure;
8 plot(t, signal);
9
10 Fn2 = 200;
11 signal = signal + cos(2*pi*Fn2.*t);
12 signal_f = fft(signal);
13
14 figure;
15 plot(t, signal);
16 figure;
17 plot(1./t, abs(signal_f)), axis ([0 500 0 600]);
18
19 [b, a] = butter (4, Fn*2/Fd);
20 y_signal = filter (b, a, signal);
21 y_signal_f = fft(y_signal);
22
23 figure;
24 plot(t, y_signal);
25 figure;
26 plot(1./t, abs(y_signal_f));
```

Его можно условно разделить на 2 части - генерация сигнала и выведение его графика и его спектра на экран, и фильтрация этого сигнала, с последующим выведением тех же графиков

### 4.1. Генерация гармонического сигнала с шумом

Для начала получим обычный гармонический сигнал. Пусть его частота будет 20 Гц. Сгенерированный сигнал представлен на рисунке 4.1.1:

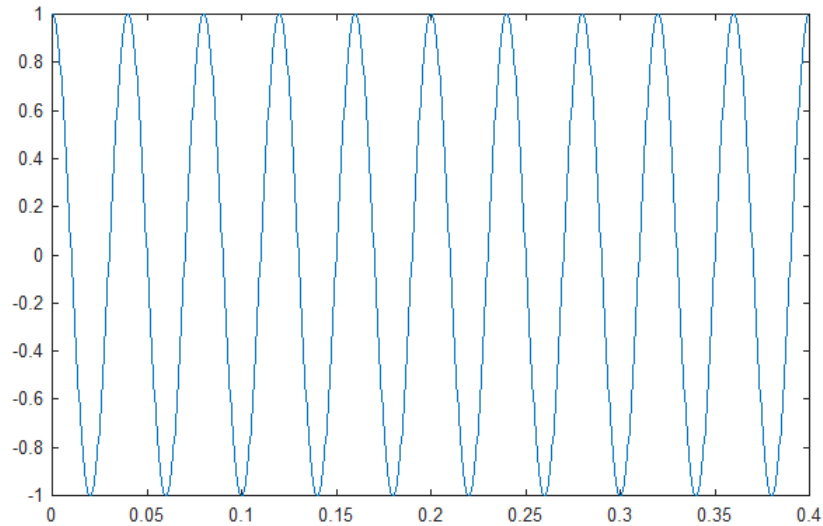


Рис. 4.1.1. Гармонический сигнал  $s(t) = A * \cos(2 * \pi * f * t + \varphi)$

На графике видимо обычную синусоиду.

Затем сгенерируем еще одну синусоиду с другой, более высокой частотой, прибавив его к уже полученной гармонике. Результат внесения шума в сигнал виден на рисунке ??:

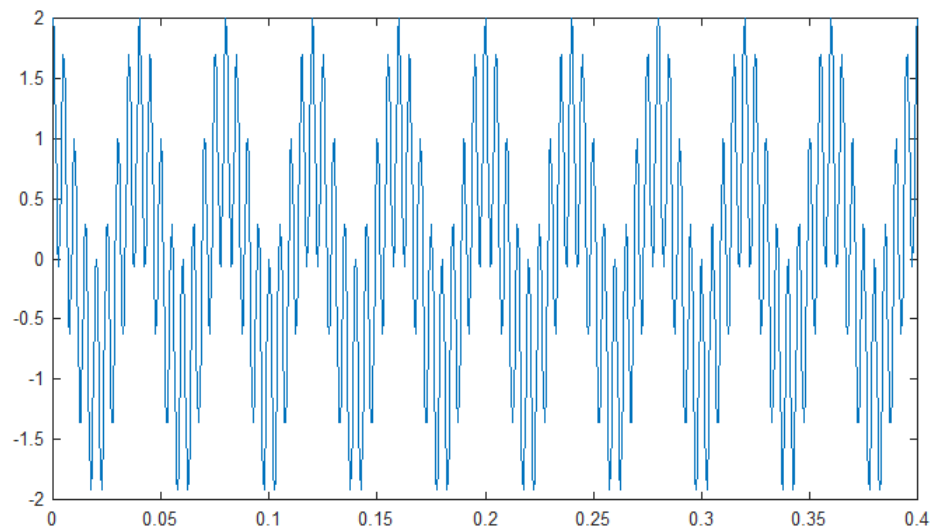


Рис. 4.1.2. Гармонический сигнал с шумом

Далее получим спектр сигнала с помощью преобразования Фурье, встроенного в Мат-Лаб. Спектр гармонического сигнала с шумом приведен на рисунке 4.1.3:

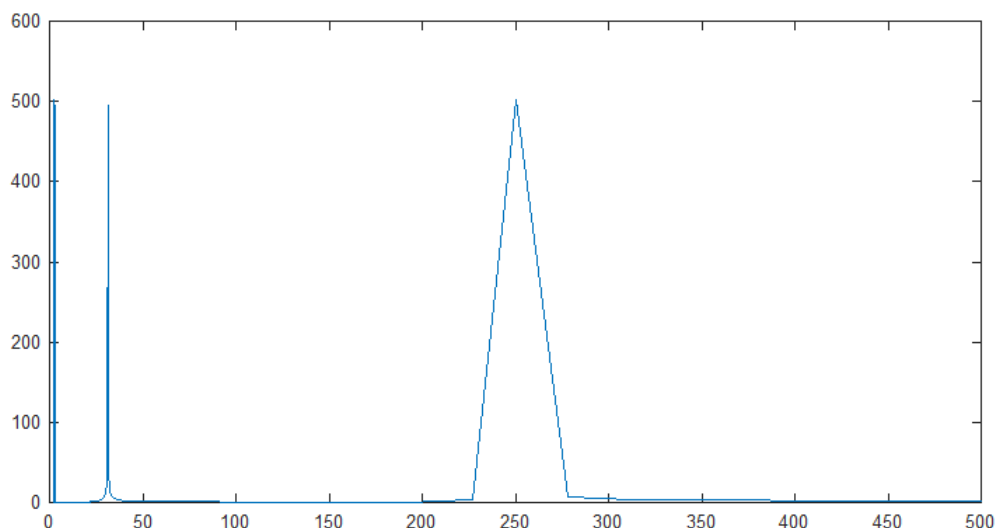


Рис. 4.1.3. Спектр зашумленной гармоники

В сигнале присутствуют несколько гармоник разной частоты.

## 4.2. Фильтрация сигнала

Для фильтрации будем использовать ФНЧ Баттерворта 4-ого порядка. Коэффициенты фильтра получим с помощью встроенной в МатЛаб функции `butter`. В качестве аргумента указываем порядок фильтра и величину  $F_n * 2 / F_d$ , где  $F_n$  - частота полезного сигнала, а  $F_d$  - частота дискретизации. Полученные коэффициенты задаются как аргументы в функции фильтрации `filter`. На выходе будет иметься отфильтрованный сигнал. Его можно видеть на рисунке 4.2.1:

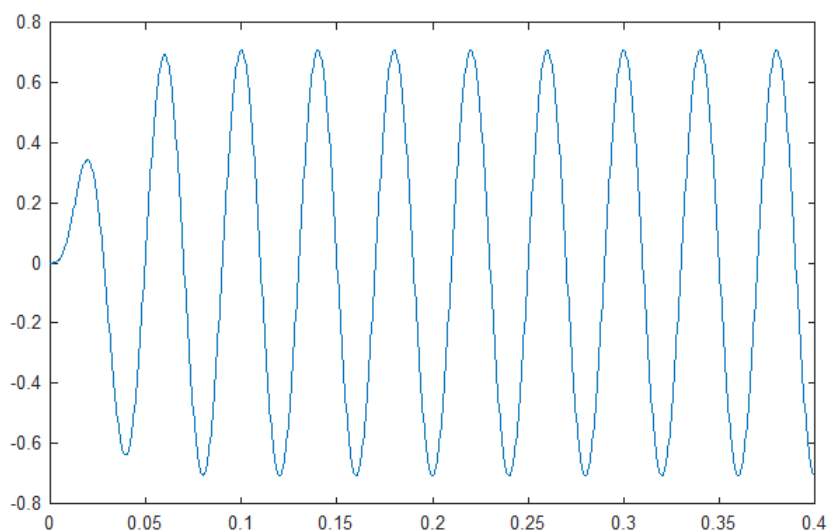


Рис. 4.2.1. Сигнал после прохождения фильтра

На графике представлен отфильтрованный сигнал. Амплитуда уменьшена за счет коэффициента ослабления фильтра, так же сигнал устанавливается с задержкой.

Спектр данного сигнала, полученный также с помощью преобразования Фурье, приведен на рис. 4.2.2:

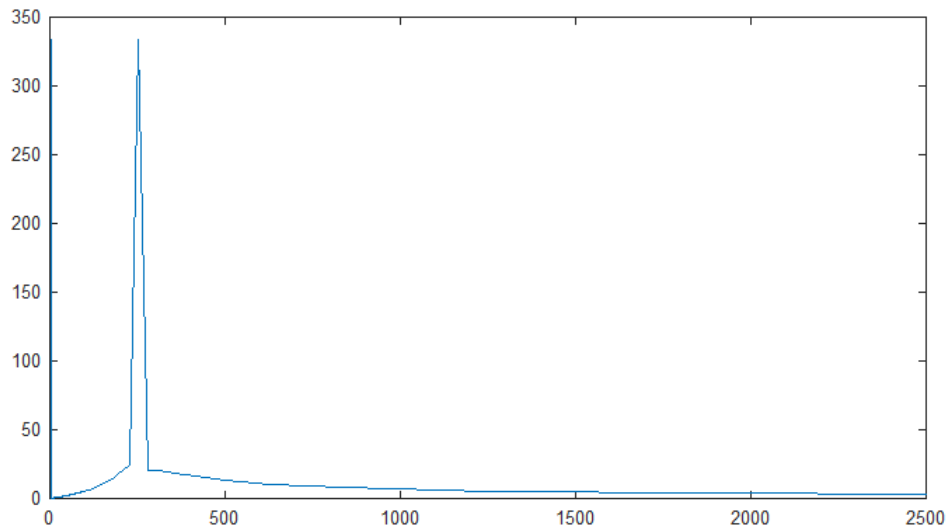


Рис. 4.2.2. Спектр отфильтрованного сигнала

На рисунке видна одна гармоника, т.е. фильтр верно отсекает гармонику шума, внесенного нами в сигнал.

## 5. Выводы

Нами исследовано прохождение сигнала через фильтр нижних частот. На примере зашумленного гармонического сигнала удалось получить представление о том, что при фильтрации частотная характеристика сигнала поточечно домножается на желаемую картину фильтрации (АЧХ). Сложность состоит в том, что получить в качестве окна идеальный прямоугольник технически невозможно. Поэтому используются различные методы аппроксимации АЧХ фильтра. Неидеальностью АЧХ фильтра можно объяснить неполное подавление шума, особенно на частотах, близких к частоте среза, т.к. аппроксимация имеет неидеальный наклон кривой после частоты среза.