

Statystyczna analiza wyników badań

✓ Estymatory parametrów zmiennej losowej

- Wartość średnia $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$
- Wariancja $S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N x_i^2\right) - N \cdot \bar{x}^2}{N-1}$
- Odchylenie standardowe $S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^N x_i^2\right) - N \cdot \bar{x}^2}{N-1}}$
- Współczynnik zmienności $V_x = \frac{S_x}{\bar{X}}$

✓ Typ rozkładu zmiennej losowej

- Dystrybuenta empiryczna zmiennej losowej, arkusz probabilistyczny rozkładu normalnego.

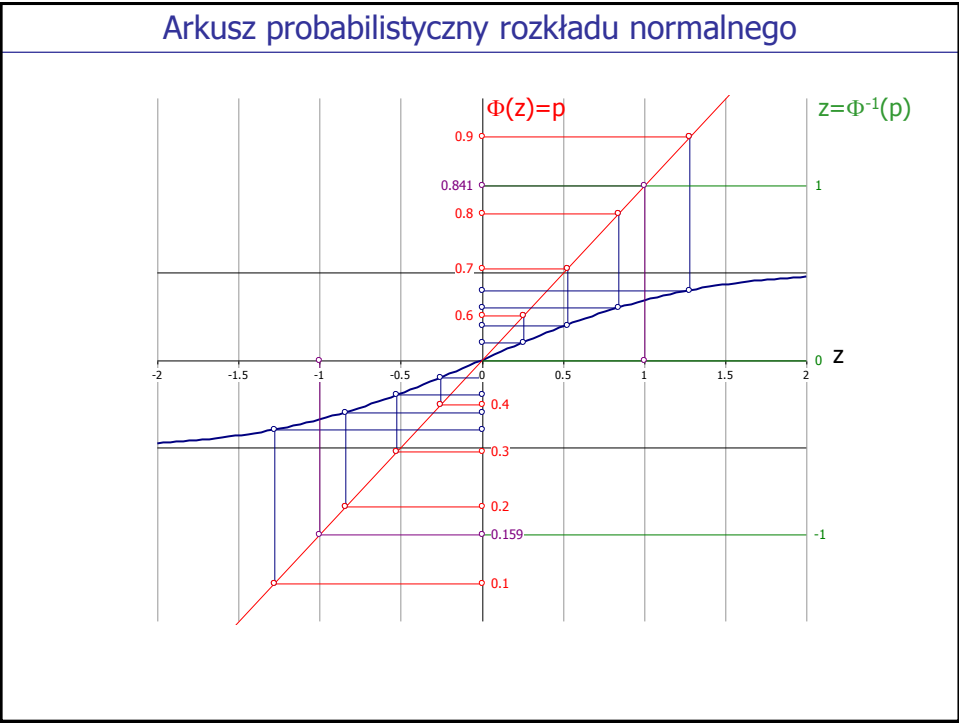
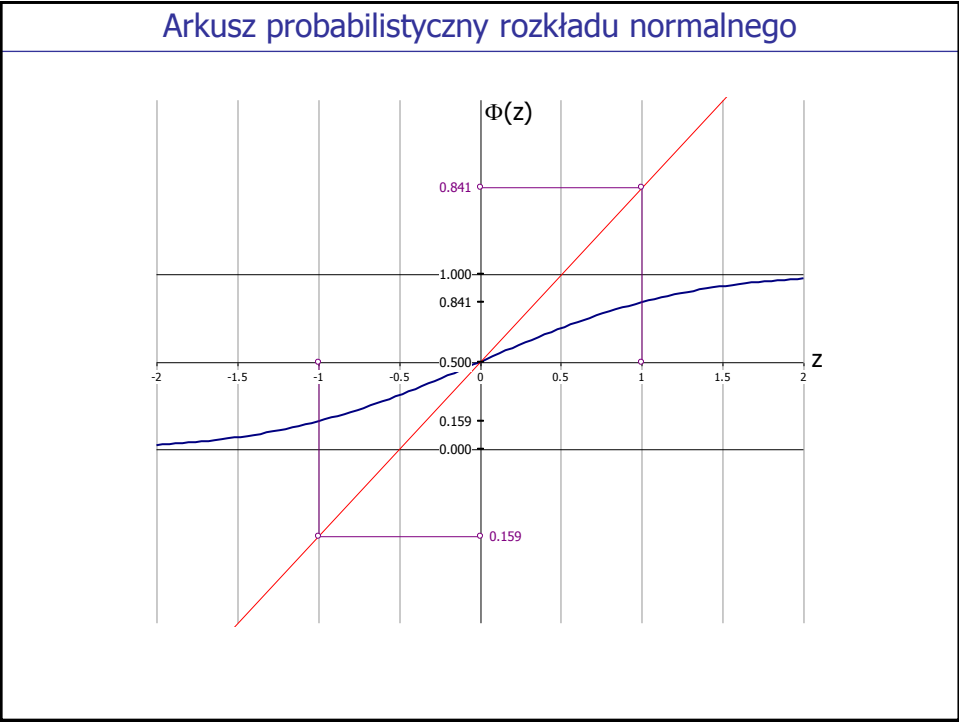
Zadanie

Określić parametry zmiennej losowej X na podstawie 100 wyników pomiarów.

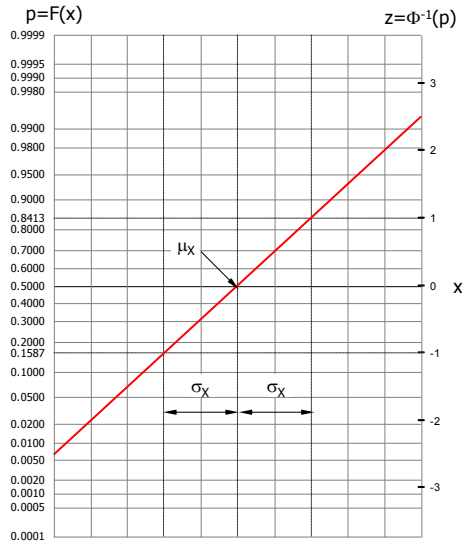
1	33,35	26	28,80	51	34,54	76	26,18
2	32,80	27	29,85	52	31,82	77	39,90
3	31,17	28	27,90	53	29,62	78	31,12
4	32,71	29	26,63	54	28,03	79	34,08
5	32,01	30	32,36	55	25,34	80	29,63
6	30,67	31	32,01	56	33,77	81	34,97
7	32,52	32	23,44	57	33,42	82	29,60
8	28,14	33	31,44	58	26,35	83	35,45
9	23,54	34	27,97	59	22,08	84	30,97
10	26,06	35	30,87	60	28,10	85	26,97
11	32,33	36	31,22	61	39,77	86	33,18
12	28,54	37	29,33	62	23,62	87	31,88
13	30,20	38	35,22	63	23,35	88	25,16
14	30,80	39	30,42	64	28,23	89	28,23
15	34,55	40	28,90	65	32,14	90	29,35
16	24,64	41	24,21	66	30,60	91	28,56
17	28,53	42	30,74	67	32,16	92	22,14
18	26,85	43	29,62	68	27,25	93	30,89
19	29,31	44	38,14	69	33,17	94	30,14
20	28,41	45	29,20	70	29,95	95	33,08
21	30,34	46	34,85	71	25,12	96	29,65
22	24,73	47	29,42	72	28,40	97	25,53
23	38,95	48	29,01	73	26,36	98	31,79
24	29,37	49	29,17	74	33,04	99	29,04
25	29,99	50	30,10	75	24,83	100	31,50

Rozwiązanie

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = 29,9$$
$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N x_i^2\right) - N \cdot \bar{x}^2}{N-1} = 13,0$$
$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} = 3,6$$
$$V_x = \frac{S_x}{\bar{X}} = 0,12$$



Arkusz probabilistyczny rozkładu normalnego



- Każda linia prosta na arkuszu probabilistycznym reprezentuje dystrybuantę rozkładu normalnego.

- Parametry rozkładu:

$$Z = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$$

$$X = \mu_X + Z\sigma_X$$

gdy $z = 0$, $x = \mu_X$
gdy $z = +1$, $x = \mu_X + \sigma_X$
gdy $z = -1$, $x = \mu_X - \sigma_X$

Dystrybuanta empiryczna

Algorytm („ręczny”):

1. Wyniki pomiarów posortować niemalejąco:
 x_1, x_2, \dots, x_N gdzie $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_N$
2. Dla każdego x_i obliczyć prawdopodobieństwo tego że $X \leq x_i$ zakładając liczbę wyników $N+1$
$$p_i = \frac{i}{N+1}$$
3. Sporządzić wykres p_i od x_i na arkuszu probabilistycznym rozkładu normalnego.

Algorytm („komputerowy”):

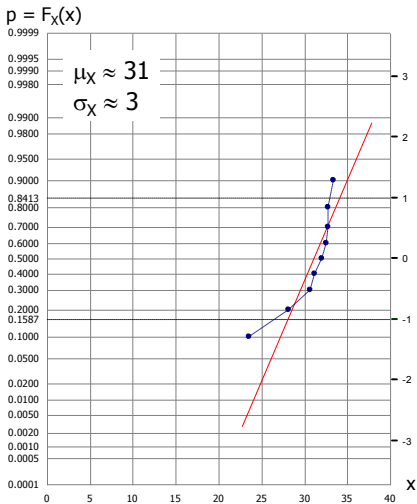
1. Wyniki pomiarów posortować niemalejąco:
 x_1, x_2, \dots, x_N gdzie $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_N$
2. Dla każdego x_i obliczyć prawdopodobieństwo tego że $X \leq x_i$ zakładając liczbę wyników $N+1$
$$p_i = \frac{i}{N+1}$$
3. Dla każdego p_i wyznaczyć odwrotność dystrybuanty rozkładu normalnego standardowego
$$z_i = \Phi^{-1}(p_i)$$
4. Sporządzić wykres z_i od x_i .

Zadanie

Określić typ rozkładu i parametry zmiennej losowej X na podstawie 9 wyników pomiarów:
33,35 32,80 31,17 32,71 32,01 30,67 32,52 28,14 23,54

Rozwiązanie

i	x_i	$p_i=i/(N+1)$
1	23,54	0,1
2	28,14	0,2
3	30,57	0,3
4	31,17	0,4
5	32,01	0,5
6	32,52	0,6
7	32,71	0,7
8	32,80	0,8
9	33,35	0,9



Zadanie

Określić typ rozkładu i parametry zmiennej losowej X na podstawie 9 wyników pomiarów:
33,35 32,80 31,17 32,71 32,01 30,67 32,52 28,14 23,54

Rozwiązanie

i	x_i	$p_i=i/(N+1)$	$z_i=\Phi^{-1}(p_i)$
1	23,54	0,1	-1,282
2	28,14	0,2	-0,842
3	30,57	0,3	-0,524
4	31,17	0,4	-0,253
5	32,01	0,5	0,000
6	32,52	0,6	0,253
7	32,71	0,7	0,524
8	32,80	0,8	0,842
9	33,35	0,9	1,282

