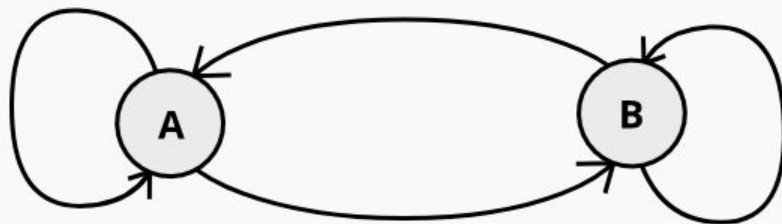


ŁAŃCUCHY MARKOWA

Aleksander Obuchowski



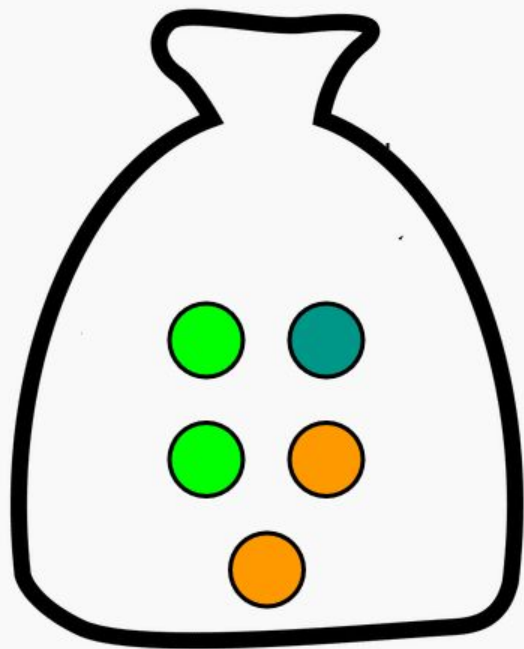
Ciąg zdarzeń losowych



Prawdopodobieństwo przyszłych akcji nie
zależy od kroków, które doprowadziły do
obecnego stanu

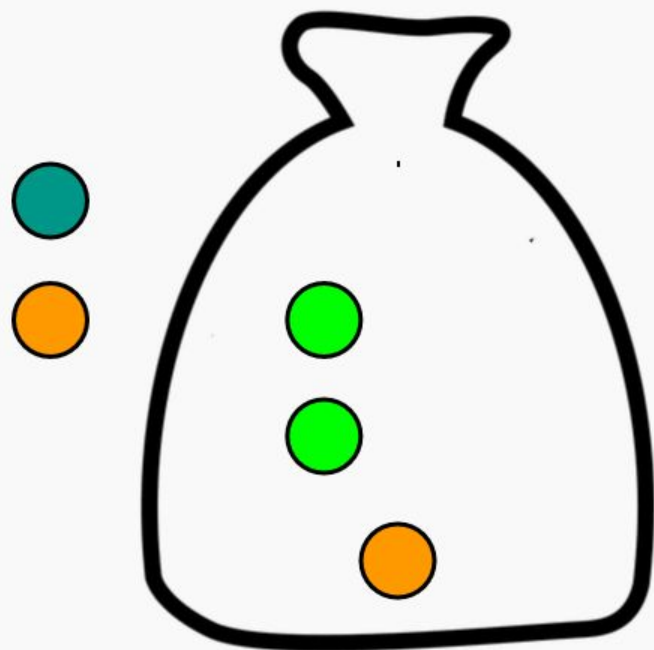


Losowanie bez zwracania



łańcuch Markowa

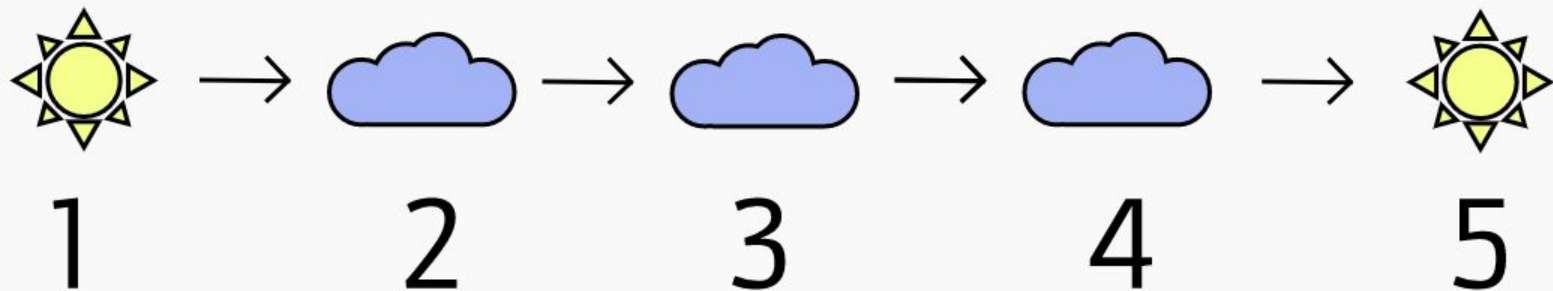
Losowanie ze zwracaniem

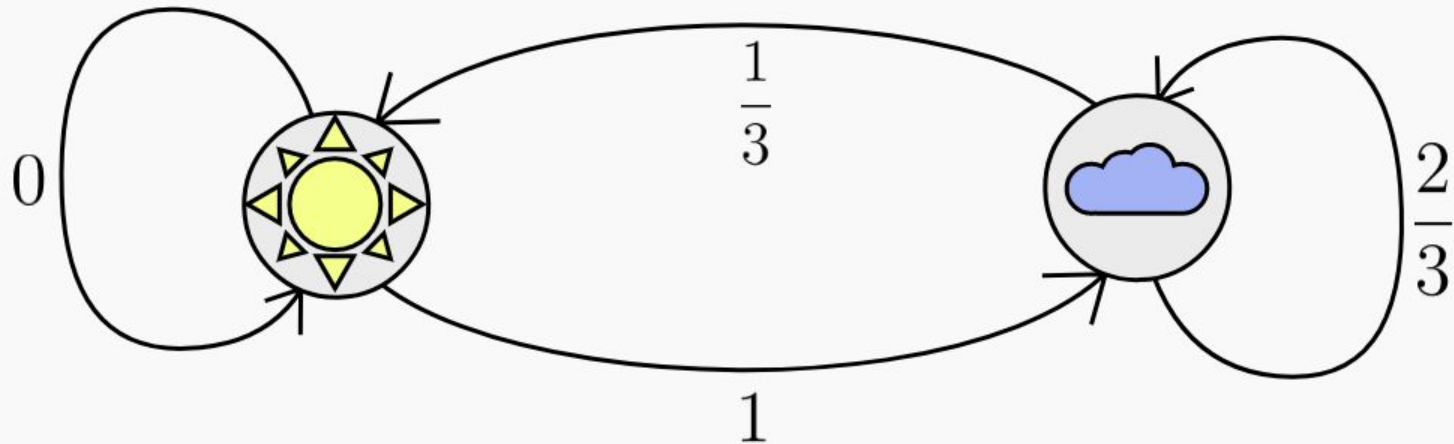


Proces stochastyczny

Własność Markowa

$$P(x_n = i_n | x_{n-1} = i_{n-1}) = P(x_n = i_n | x_0 = i_0, x_1 = i_1, \dots, x_{n-1} = i_{n-1})$$





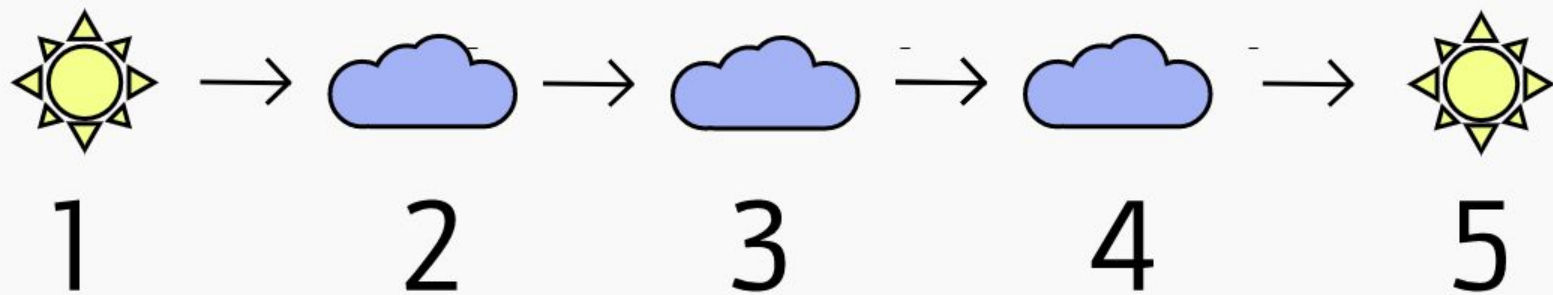
$$P(x_n = \textit{slonce} | x_{n-1} = \textit{slonce}) = 0$$

$$P(x_n = \textit{deszcz} | x_{n-1} = \textit{slonce}) = 1$$

$$P(x_n = \textit{slonce} | x_{n-1} = \textit{deszcz}) = \frac{1}{3}$$

$$P(x_n = \textit{deszcz} | x_{n-1} = \textit{deszcz}) = \frac{2}{3}$$

Obliczanie prawdopodobieństwa



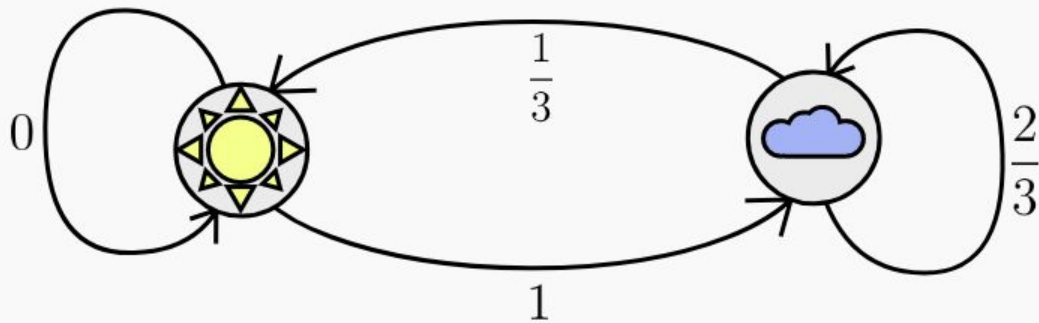
$$P(x_n = \textit{slonce} | x_{n-1} = \textit{slonce}) = 0$$

$$P(x_n = \textit{deszcz} | x_{n-1} = \textit{slonce}) = 1$$

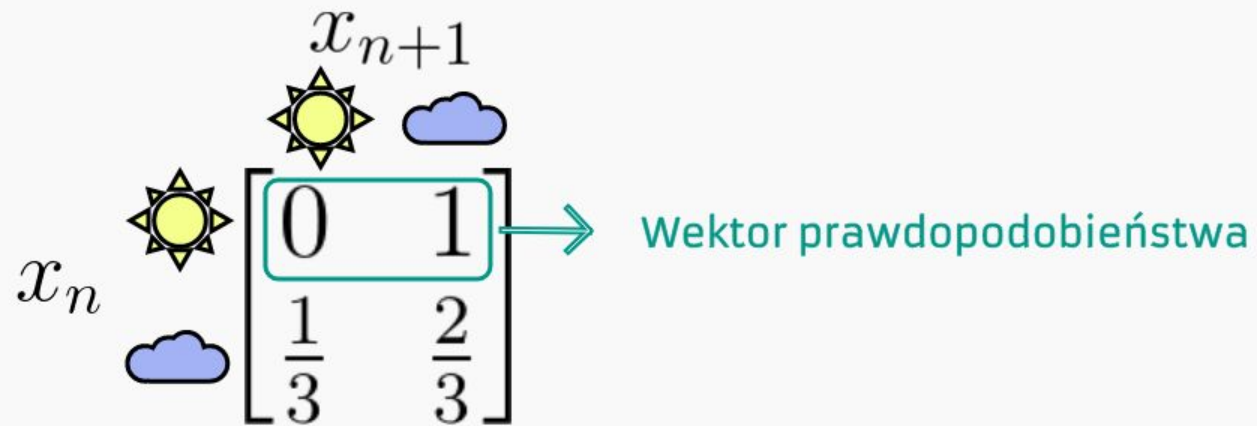
$$P(x_n = \textit{slonce} | x_{n-1} = \textit{deszcz}) = \frac{1}{3}$$

$$P(x_n = \textit{deszcz} | x_{n-1} = \textit{deszcz}) = \frac{2}{3}$$

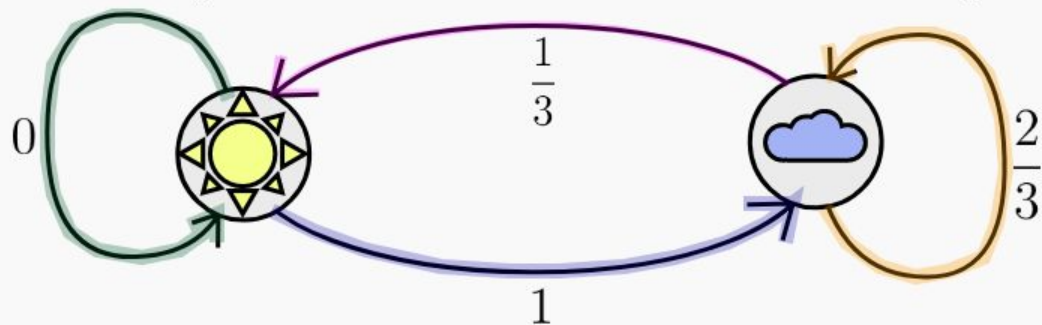
Macierz przejścia



$$\begin{matrix} & x_{n+1} \\ & \begin{matrix} \text{sun} & \text{cloud} \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_n \\ \text{sun} \\ \text{cloud} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

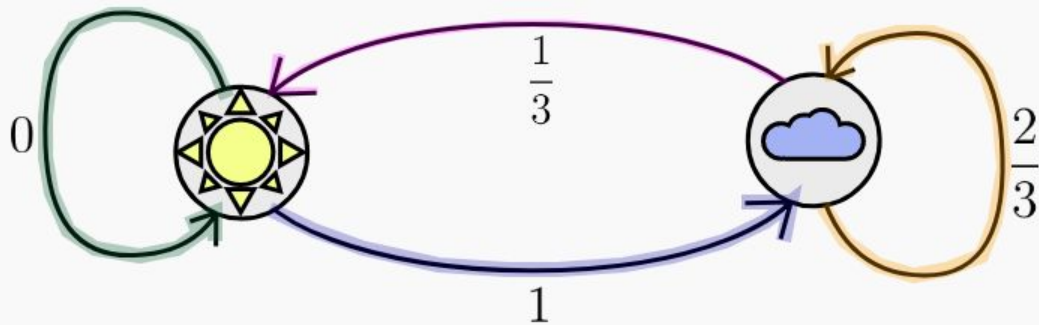


Wielostopniowa macierz przejścia



$$P(A \rightarrow C) = P(A \rightarrow B) \times P(B \rightarrow C)$$

$$P\left(\frac{x_{n+2} = \text{slonce}}{x_n = \text{slonce}}\right) = P\left(\frac{x_{n+1} = \text{slonce}}{x_n = \text{slonce}}\right) \times P\left(\frac{x_{n+2} = \text{slonce}}{x_{n+1} = \text{slonce}}\right) + P\left(\frac{x_{n+1} = \text{deszcz}}{x_n = \text{slonce}}\right) \times P\left(\frac{x_{n+2} = \text{slonce}}{x_{n+1} = \text{deszcz}}\right)$$



$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \times 0 + \frac{1}{3} \times 1 & 1 \times 0 + \frac{2}{3} \times 1 \\ 0 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} & 1 \times \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{9} & \frac{7}{9} \end{bmatrix}$$

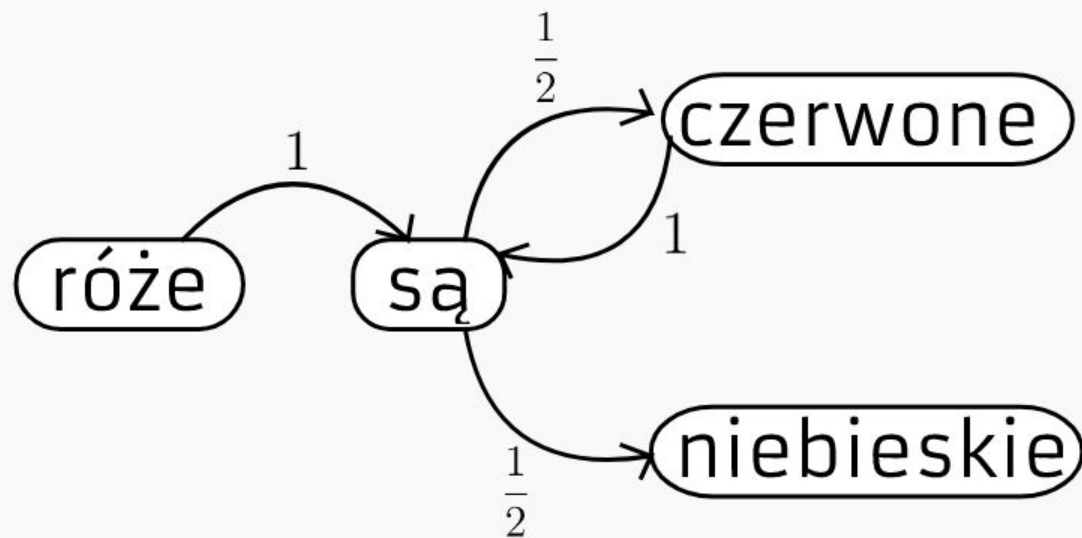
Podpowiadanie tekstu

Tekst jako ciąg zdarzeń losowych

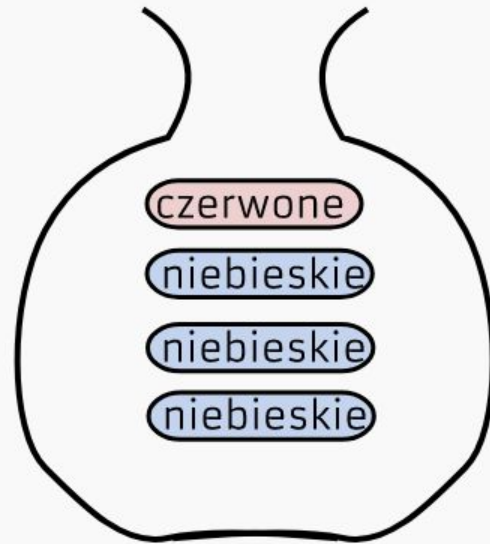
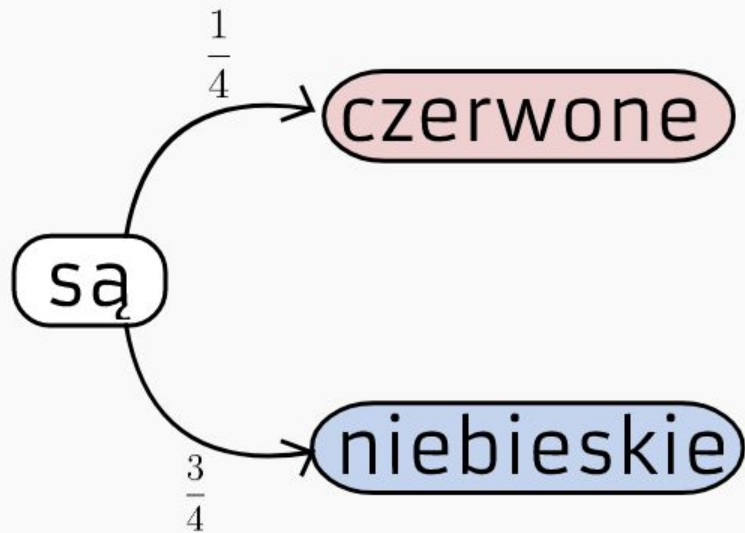
róże są czerwone fiołki są niebieskie



róże są czerwone fiołki są niebieskie



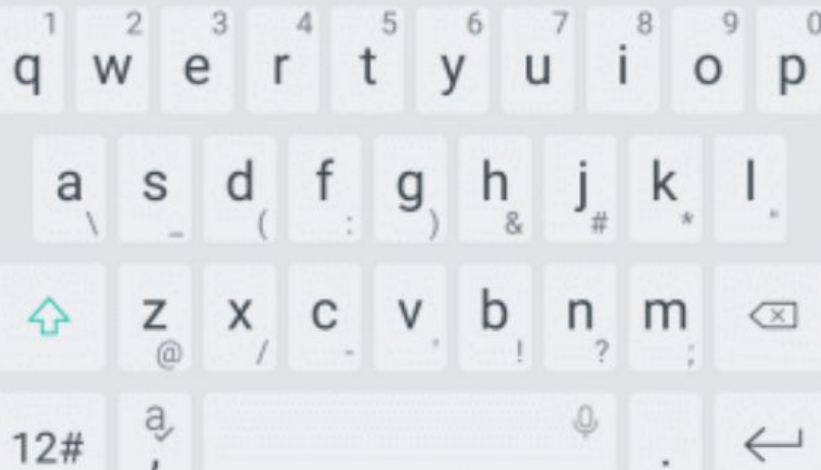
Losowanie ważne



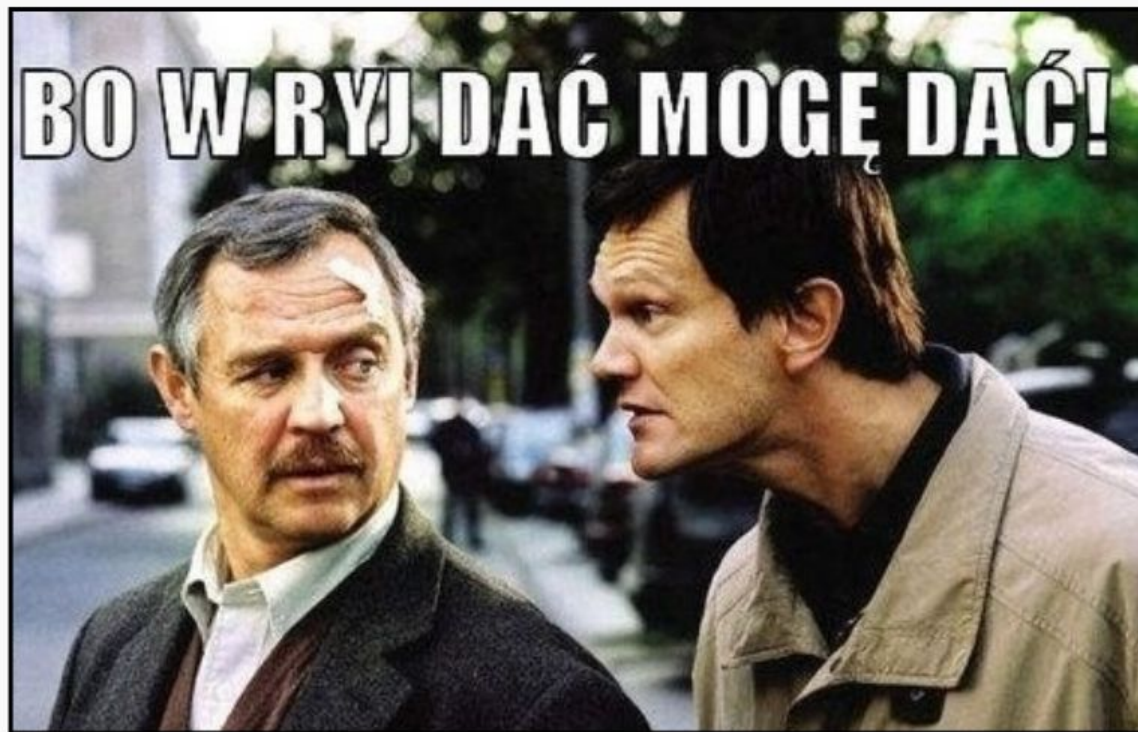
 są



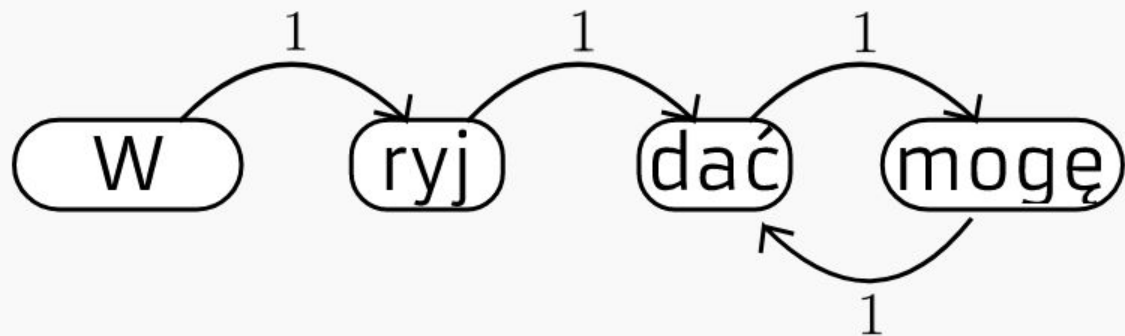
niebieskie 

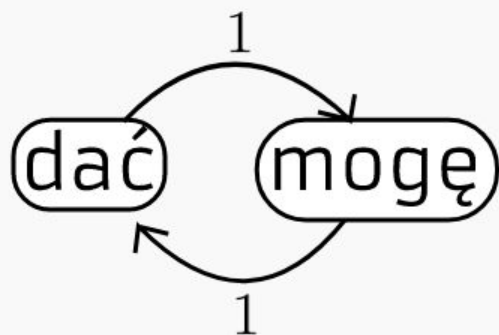


Pętle



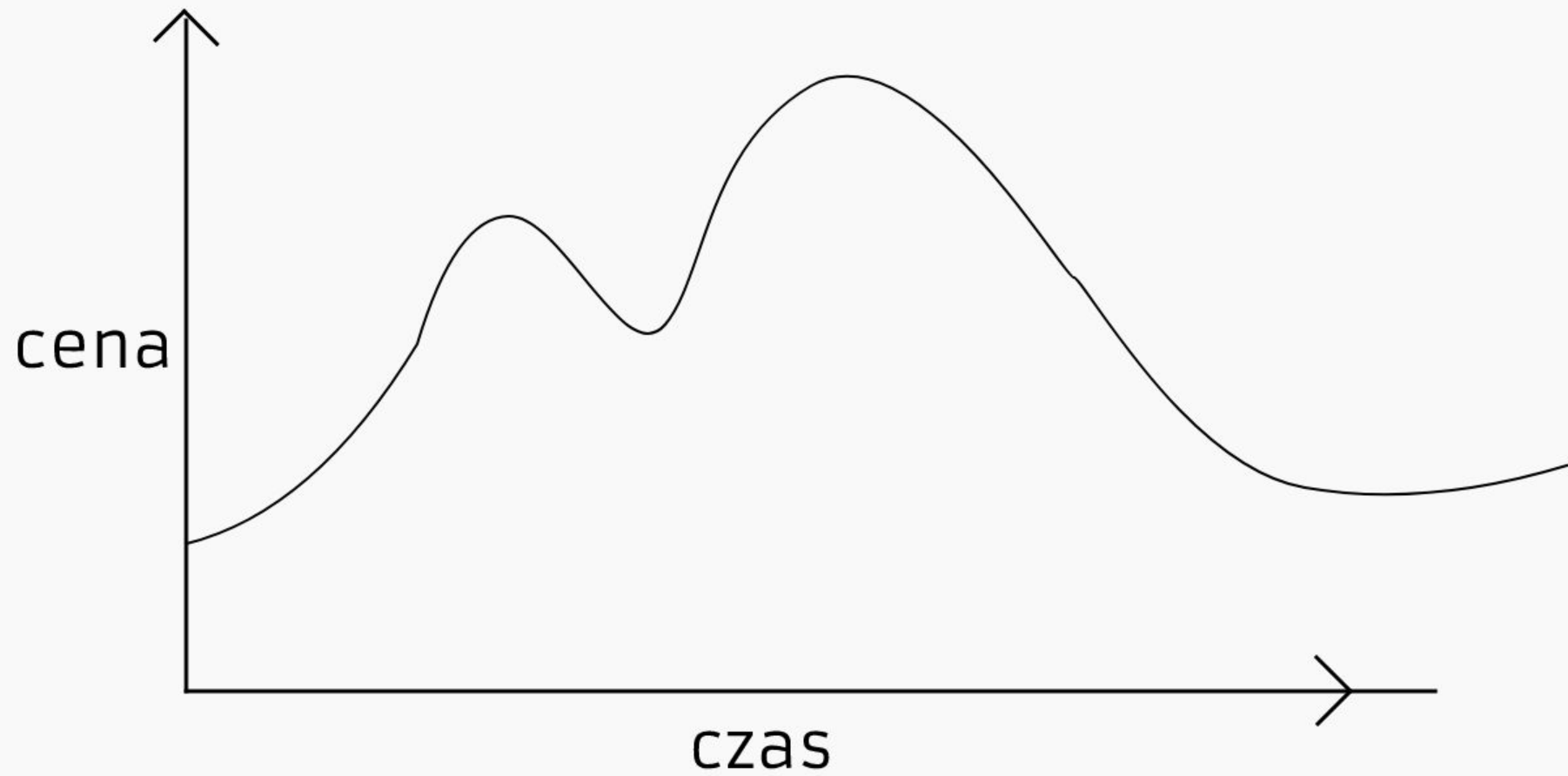
W ryj dać mogę dać

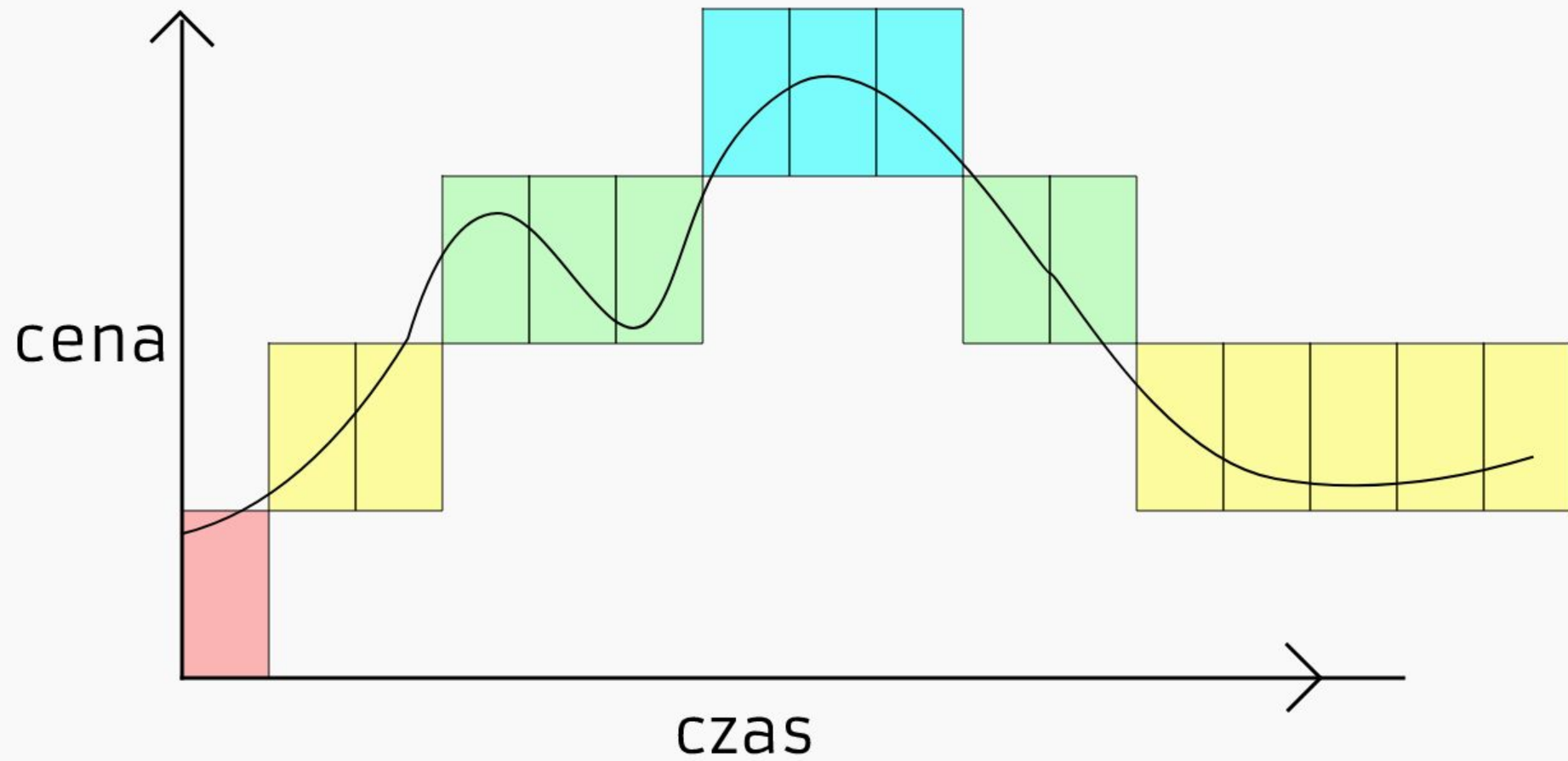


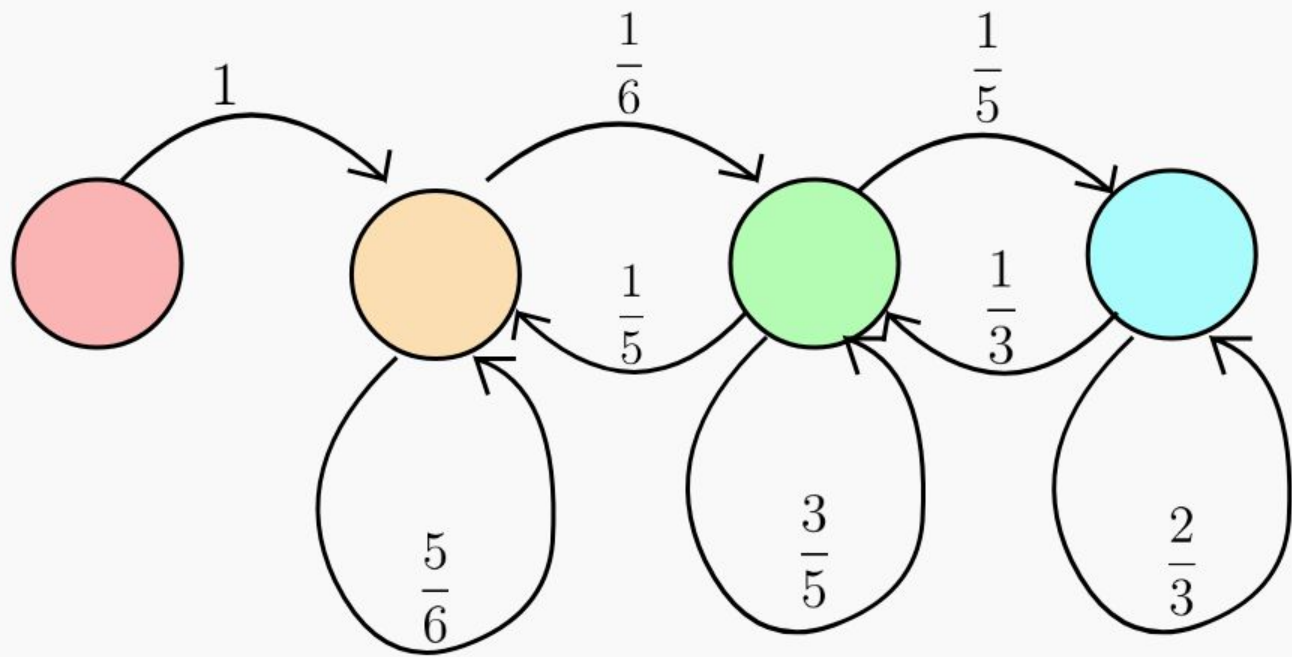


dać mogeć dać mogeć dać mogeć dać...

Przewidywanie cen akcji



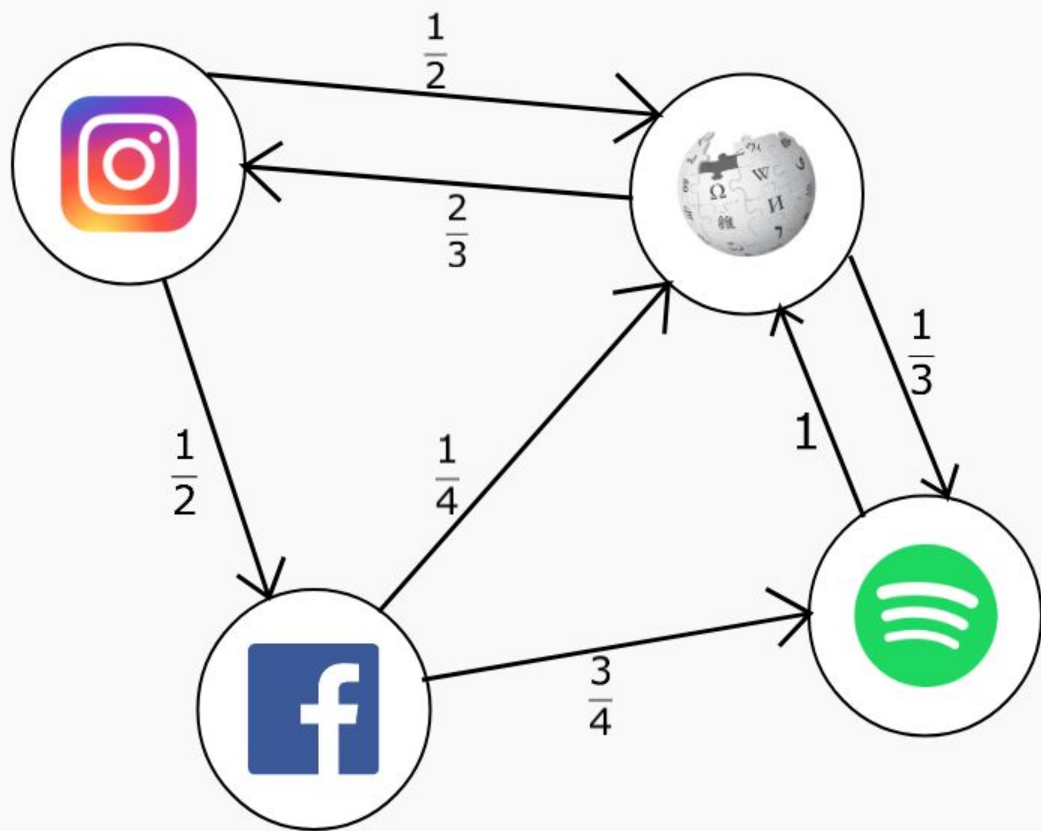












Page Rank







				
	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$
	0	0	1	0

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{1000} \approx \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{1000} \quad \approx \quad \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{1001} \quad \approx \quad \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix}$$

Dziękuję za uwagę