

Снижение размерности латентного пространства в задачах управления

Мотивация

Мы наблюдаем динамические системы через временные ряды

Для анализа и управления важно восстановить фазовое пространство

Классическая реконструкция приводит к высокой размерности

Цель работы:

Понизить размерность, сохраняя информацию о динамике системы

Реконструкция: теорема Такенса

Наблюдаем скалярный временной ряд

Строим вложение задержек:

$$X_t = (s_t, s_{t-\tau}, \dots, s_{t-(m-1)\tau})$$

При $m \geq 2d + 1$ восстанавливается топологически

Однако размерность вложения значительно избыточна

Автокодировочный подход

- Используем encoder–decoder архитектуру

$$\mathcal{E} : \hat{\mathcal{A}} \rightarrow \mathcal{Z}, \quad \mathcal{D} : \mathcal{Z} \rightarrow \hat{\mathcal{A}}$$

Латентное пространство \mathcal{Z} имеет меньшую размерность
Минимизируется ошибка реконструкции
Требуется сохранить геометрию аттрактора

Методы понижения размерности

Линейные методы

- PCA / SVD
- Оптимальны в смысле MSE
- Эффективны для простых динамик

Нелинейные методы

- Глубокие автокодировщики
- Transformer-based модели
- Лучше описывают сложные аттракторы

Graph Neural Diffusion (GRAND)

Рассматриваем точки вложения как вершины графа

Связываем близкие состояния системы

$$\frac{dX_i}{dt} = \sum_{j \in \mathcal{N}(i)} a(X_i, X_j)(X_j - X_i)$$

Поток обратим \Rightarrow encoder-decoder

Финальное понижение размерности — через SVD

Эксперимент и результаты

- Реальный временной ряд
- Вложение Такенса: $\tau = 4, m = 15$
- Сравнение SVD и GRAND
- GRAND показывает меньшую ошибку реконструкции
- Метод перспективен для сложных динамик