Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»
КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Отчет по лабораторной работе №2 по дисциплине "Анализ Алгоритмов"

Тема

Студент Козырнов А.Д.

Группа ИУ7-52Б

Преподаватель Волкова Л. Л., Строганов Д.В.

2024 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Матрицы представляют собой таблицы чисел, взаимосвязанных между собой [1].

Цель лабораторной работы — исследование алгоритмов умножения матриц следующими методами:

- классическим алгоритмом;
- алгоритмом Винограда;
- оптимизированного алгоритма Винограда.

Для достижения поставленной цели необходимо выполнить следующие задачи:

- реализовать указанные алгоритмы;
- сравнение требуемого времени выполнения алгоритмов в тактах процессора;
- описать и обосновать полученные результаты.

1 Аналитическая часть

В данном разделе будут рассмотрены алгоритмы умножения матриц.

1.1 Описание алгоритмов

Пусть даны матрицы A с размерами $N \times M$ и B с размерами $M \times K$. В результате умножения матрицы A на матрицу B получается матрица C с размером $N \times K$.

1.1.1 Классический алгоритм умножения матриц

Пусть даны матрицы A размерностью $n \times m$ и матрица B размерностью $m \times k$:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mk} \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

Тогда умножением матрицы A на матрицу B называется, где матрица C:

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1k} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2k} \\ \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nk} \end{pmatrix}, \tag{1.2}$$

где

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{m} a_{ik} \cdot b_{kj} \quad (i = \overline{1, n},\ j = \overline{1, k}) \tag{1.3}$$

1.1.2 Алгоритм Винограда умножения матриц

Пусть даны матрицы A и B, имеющие размерность 4×4.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{pmatrix} \tag{1.4}$$

Для получение очередного элемента c_{ij} матрицы C в классическом алгоритме умножения матрицы выполняется по формуле:

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{j1} \\ b_{j2} \\ b_{j3} \\ b_{j4} \end{pmatrix}, \tag{1.5}$$

где $a_{ni},\ i = \overline{1,4}$ - элементы n-ой строки матрицы A; $b_{jk},\ k = \overline{1,4}$ - элементы j-ого столбца матрицы B.

В алгоритме Винограда для ускорения рассчетов снижается доля дорогих операций (умножения) и заменой их на сложение. Для достижения этой цели выполняется предварительная обработка. Запоминаются значения, что позволит заменить некоторые умножения сложением. Таким образом:

$$c_{ij} = (a_{n1}+b_{j2})(a_{n2}+b_{j1})+(a_{n3}+b_{j4})(a_{n4}+b_{j3})-a_{n1}a_{n2}-a_{n3}a_{n4}-b_{j1}b_{j2}-b_{j3}b_{j4}, \tag{1.6}$$

где элементы $a_{n1}a_{n2},\ a_{n3}a_{n4},\ b_{j1}b_{j2},\ b_{j3}b_{j4}$ - значения, которые получаются в предварительной обработке.

Вывод

В данном разделе были рассмотрены алгоритмы умножения матриц. Основные различия между алгоритмами - наличие предварительной обработки и количество операций умножения.

2 Конструкторская часть

В данном резделе будут представлены схемы алгоритмов умножения матриц классическим способом, методом Винограда и оптимизированным методом Винограда.

2.1 Схемы алгоритмов

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

[1] Матрицы: примеры [Электронный ресурс] URL: https://spravochnick.ru/matematika/matricy_primery_s_resheniem_i_obyasneniem/ (дата обращения: 27.09.24)