

Домашнее задание №2  
Логика и Теория Алгоритмов

Козырнов Александр Дмитриевич  
ИУ7-42Б  
Вариант 6

14 апреля 2024 г.

# Оглавление

<b>1</b>	<b>Задача 1</b>	<b>2</b>
1.1	Условие	2
1.2	Решение	2
1.2.1	Карты Карно	2
1.2.2	Ядро функции и сокращенная ДНФ	2
1.2.3	Поиск Тупиковых ДНФ. Функция Патрика	2
1.2.4	Минимальная ДНФ	3
<b>2</b>	<b>Задача 2</b>	<b>4</b>
2.1	Условие	4
2.2	Решение	4
2.2.1	Нахождение таблицы значений функции $f$	4
2.2.2	Нахождение минимальных ДНФ	4
2.2.3	Выяснение полноты системы	5

# Задача 1

## 1.1 Условие

Для булевой функции  $f$ , заданной в таблице 1:

- а) найти сокращенную ДНФ; б) найти ядро функции;
- в) получить все тупиковые ДНФ и указать, какие из них являются минимальными;
- г) на картах Карно указать ядро и покрытия, соответствующие минимальным ДНФ.

Сама функция  $f$ , заданная в виде вектора значений:

$$f(1100\ 1101\ 1101\ 1001)$$

## 1.2 Решение

### 1.2.1 Карты Карно

		$X_3X_4$			
		00	01	11	10
$X_1X_2$	00	1	1		
	01	1	1	1	
	11	1		1	
	10	1	1	1	

### 1.2.2 Ядро функции и сокращенная ДНФ

Ядром функции будет являться  $\bar{x}_3\bar{x}_4$

Сокращенная ДНФ:

$$\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee x_2x_3x_4 \vee x_1x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_4$$

### 1.2.3 Поиск Тупиковых ДНФ. Функция Патрика

$$K_1 = \bar{x}_3\bar{x}_4 \quad K_2 = \bar{x}_2\bar{x}_3$$

$$K_3 = \bar{x}_1\bar{x}_3 \quad K_4 = x_2x_3x_4$$

$$K_5 = x_1x_3x_4 \quad K_6 = x_1\bar{x}_2x_4$$

$$K_7 = \bar{x}_1x_2x_4$$

Тогда изначальная функция Патрика будет выглядеть так:

$$(K_2 \vee K_3) \wedge (K_3 \vee K_7) \wedge (K_7 \vee K_4) \wedge (K_4 \vee K_5) \wedge (K_5 \vee K_6) \wedge (K_6 \vee K_2)$$

Вычислим (упростим) найденную функцию Патрика:

$$\begin{aligned}
& (K_2 \vee K_3) \wedge (K_3 \vee K_7) \wedge (K_7 \vee K_4) \wedge (K_4 \vee K_5) \wedge (K_5 \vee K_6) \wedge (K_6 \vee K_2) = \\
& = (K_3 \vee K_3K_7 \vee K_2K_3 \vee K_2K_7) \wedge (K_7K_4 \vee K_7K_5 \vee K_4 \vee K_4K_5) \wedge (K_5K_6 \vee K_2K_5 \vee K_6 \vee K_6K_2) = \\
& = (K_3 \vee K_2K_7) \wedge (K_4 \vee K_5K_7) \wedge (K_6 \vee K_2K_5) = \\
& = (K_3K_4 \vee K_3K_5K_7 \vee K_2K_4K_7 \vee K_2K_5K_7) \wedge (K_6 \vee K_2K_5) = \\
& = K_3K_4K_6 \vee K_3K_4K_5 \vee K_2K_3K_4 \vee \cancel{K_3K_5K_6K_7} \vee K_3K_5K_7 \vee \cancel{K_2K_3K_5K_7} \vee \\
& \vee \cancel{K_2K_4K_6K_7} \vee \cancel{K_2K_4K_5K_7} \vee K_2K_4K_7 \vee \cancel{K_4K_5K_6K_7} \vee K_2K_5K_7 \vee \cancel{K_2K_5K_7} = \\
& = K_3K_4K_6 \vee K_3K_4K_5 \vee K_2K_3K_4 \vee K_3K_5K_7 \vee K_2K_4K_7 \vee K_2K_5K_7
\end{aligned}$$

Получаем из вышенайденного

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\bar{x}_3\bar{x}_4}_{\text{Ядро}} \vee \underbrace{\left\{ \begin{aligned} & \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee x_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_4 \\ & \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee x_2x_3x_4 \vee x_1x_3x_4 \\ & \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee x_2x_3x_4 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3 \\ & \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee x_1x_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_4 \\ & \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_2x_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_4 \\ & \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1x_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_4 \end{aligned} \right\}}_{\text{Тупиковые ДНФ}}
\end{aligned}$$

### 1.2.4 Минимальная ДНФ

В итоге можем получить минимальную ДНФ:

$$\boxed{\underbrace{\bar{x}_3\bar{x}_4}_{\text{Ядро}} \vee \underbrace{\bar{x}_2\bar{x}_3}_{K_2} \vee \underbrace{\bar{x}_1\bar{x}_3}_{K_3} \vee \underbrace{x_2x_3x_4}_{K_4}}$$

## Задача 2

### 2.1 Условие

Даны функции  $f$  (таблица 2) и  $w$  (таблица 3).

а) Вычислить таблицу значений функции  $f$ . б) Найти минимальные ДНФ функций  $f$  и  $w$ .

в) Выяснить полноту системы  $\{f, w\}$ . Если система не полна, дополнить систему функцией  $g$  до полной системы.

*Указание.* Запрещается дополнять систему константами, отрицанием и базовыми функциями двух переменных ( $\oplus, \vee, \wedge, |, \downarrow$  и т.д.) Не допускается дополнение функций, образующей с  $f$  или  $w$  полную подсистему, кроме случаев, когда иное невозможно.

г) Из функциональных элементов, реализующих функции полной системы  $\{f, w\}$  или  $\{f, w, g\}$ , построить функциональные элементы, реализующие базовые функции  $(\vee, \wedge, \neg, 0, 1)$ .

Функция $f$ :	Вектор значений функции $w$ :
$(x_3 \Rightarrow (x_2 \sim \bar{x}_3)) \vee (x_1 \oplus \bar{x}_2) \oplus x_1 x_2$	$w(1101\ 0100)$

### 2.2 Решение

#### 2.2.1 Нахождение таблицы значений функции $f$

$$f = \underbrace{(x_3 \Rightarrow (x_2 \sim \bar{x}_3))}_B \vee \underbrace{(x_1 \oplus \bar{x}_2) \oplus x_1 x_2}_A$$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1 x_2$	$x_1 \oplus \bar{x}_2$	A	$x_2 \sim \bar{x}_3$	B	f
-------	-------	-------	-----------	------------------------	---	----------------------	---	---

#### 2.2.2 Нахождение минимальных ДНФ

Минимальная ДНФ функции  $f$

		$X_2 X_3$			
		00	01	11	10
$X_1$	0				
	1				

Минимальная ДНФ функции  $w$

#### 2.2.3 Выяснение полноты системы