

Домашнее задание №1

Логика и Теория Алгоритмов

Козырных Александр Дмитриевич
ИУ7-42Б
Вариант 6

21 марта 2024 г.

Содержание

1	Условие задачи	2
2	Решение задачи	2
3	Прогонка	3
3.1	Положительный результат работы НА	3
3.2	Отрицательный результат работы НА	4

1 Условие задачи

Построить НА, который аннулирует все слова вида $x\$x$, где $x \in \{a, b\}^*$, а $\$ \notin \{a, b\}$

2 Решение задачи

Назовем наш НА *DoubleDel*

$$\begin{array}{lcl}
 \text{DoubleDel : } \left\{ \begin{array}{l}
 \alpha\xi \rightarrow \xi\beta\xi\alpha // \xi, \eta \in V \cup \{\$\} \\
 \beta\xi\eta \rightarrow \eta\beta\xi // \alpha, \beta, \# \notin V \cup \{\$\} \\
 \alpha \rightarrow \# \\
 \beta\xi\# \rightarrow \#\xi \\
 \zeta\chi\gamma\zeta \rightarrow \gamma\zeta\chi\zeta \\
 \chi\gamma\zeta \rightarrow \zeta\chi\gamma\zeta \\
 \zeta\chi\gamma \rightarrow \gamma\zeta\chi // \chi, \gamma \in V; \zeta, \rho \notin V \\
 \zeta\chi \rightarrow \rho\chi \\
 \rho\chi\rho \rightarrow \rho\chi \\
 \chi\rho \rightarrow \rho\chi \\
 \zeta \rightarrow \square \\
 \rho \rightarrow \square \\
 \square\$ \rightarrow \triangle \\
 \square\chi \rightarrow \chi\square \\
 \chi\square \rightarrow \sigma \\
 \chi\triangle\chi \rightarrow \triangle \\
 \chi\triangle\gamma \rightarrow \sigma // \text{Ошибка сравнения} \\
 \chi\triangle\# \rightarrow \sigma\# // \text{Ошибка сравнения, левое слово больше правого} \\
 \triangle\chi \rightarrow \sigma // \text{Ошибка сравнения, правое слово больше левого} \\
 \triangle\# \rightarrow \delta // \text{Сравнение прошло удачно} \\
 \xi\sigma \rightarrow \sigma \\
 \sigma\xi \rightarrow \sigma \\
 \sigma\# \rightarrow \cdot \\
 \xi\delta \rightarrow \delta \\
 \delta\xi \rightarrow \delta \\
 \delta\# \rightarrow \delta \\
 \delta \rightarrow \cdot \\
 \zeta\alpha \rightarrow \cdot \\
 \rightarrow \zeta\alpha
 \end{array} \right. & & \begin{array}{l}
 (1) \\
 (2) \\
 (3) \\
 (4) \\
 (5) \\
 (6) \\
 (7) \\
 (8) \\
 (9) \\
 (10) \\
 (11) \\
 (12) \\
 (13) \\
 (14) \\
 (15) \\
 (16) \\
 (17) \\
 (18) \\
 (19) \\
 (20) \\
 (21) \\
 (22) \\
 (23) \\
 (24) \\
 (25) \\
 (26) \\
 (27) \\
 (28) \\
 (29)
 \end{array}
 \end{array}$$

Служебные символы - это $\alpha, \beta, \#, \$, \zeta, \rho, \triangle, \square$. Их можно объединить в группы.

Например, символы α и β участвуют в копировании исходного слова. Причем копируют они символы вида $\xi \in V \cup \{\$\}$, то есть с разделителем. Команды, копирующие слова, будут с номерами (1) – (4). Копирование происходит с разделителем $\#$, который отделяет две разные пары. С первой парой мы будем работать и изменять, когда вторую оставляем для неудачного варианта. При выполнении данных команд будет получено слово $x\$x\#x\x

Команды (5) – (12) и символы ζ, ρ работают с переворачиванием первого слова до разделителя $\$$, то есть работают с символами χ (Хи) и γ , относящиеся к алфавиту V и не более. Он является модификацией алгоритма переворота слов, где используется множественное количество раз команда типа $\rightarrow \zeta$. В моей модификации потребуется только одна модификация. Это возможно из-за команд (5) и (6). При работе данной части алгоритма будет получено что-то вроде $\square x^R \$ x \# x \$ x$.

Далее командами (13) – (15) ищется первый разделитель $\$$. В случае, если он будет не найден, то есть \square дошел до разделителя $\#$, будет получен негативный вариант ластика. Если разделитель будет найден, то поставится значок сравнения \triangle . В итоге будет получено слово $x^R \triangle x \# x \$ x$.

Со значком сравнения Δ будут сравниваться первые два слова. В случае успеха будет поставлен ластик, стирающий все символы. В случае неуспеха будет поставлен ластик, стирающий все символы до $\#$, включая ее саму. Команды работы со сравнителем (16) – (20).

Далее идет часть НА, которая отвечает за конечный ответ. В случае успеха будет получен символ δ , стирающий все символы, в том числе $\#$. В случае σ - неуспешного сравнения - будут стерты все символы, а далее завершающе стерт символ $\#$ (команда (23)).

Логические части не могут пересекаться, потому что у них всех единственная инициализация челноков ($\rightarrow \zeta\alpha$), которая превращается по ходу программы в другие типы челноков, ответственные за свою работу. Так, символы α, β полностью исчезают и дают символ $\#$. Оставшийся символ ζ превращается в итоге в \square . \square в свою очередь тоже челнок и ищет первый разделитель $\$$ и при его нахождении превращается в Δ . После сравнения слов треугольником он может превратиться в два типа ластиков: стирающий все (δ) или стирающий только левую пару слов (σ).

3 Прогонка

3.1 Положительный результат работы НА

В случае успеха слово должно быть аннулировано.

Пример 1.

Пусть подаем слово $\lambda\$ \lambda$, то есть слова равны и нас интересует результат вида λ .

$$DoubleDel(\lambda\$ \lambda) = \underset{(29)}{\$} \vdash \underset{(1)}{\zeta\alpha} \underset{(3)}{\$} \vdash \underset{(4)}{\zeta\beta} \underset{(11)}{\$} \vdash \underset{(13)}{\square\#} \vdash \underset{(20)}{\Delta\#} \vdash \underset{(25)}{\delta} \vdash \underset{(27)}{\delta} \vdash \cdot \lambda$$

Пример 2.

Подаем на вход слово $a\$ a$

$$\begin{aligned} DoubleDel(a\$ a) &= \underset{(29)}{a\$ a} \vdash \underset{(1)}{\zeta\alpha a} \vdash \underset{(1)}{\zeta a\beta a} \vdash \underset{(1)}{\zeta a\beta a\$ \beta} \vdash \underset{(1)}{\zeta a\beta a\$ \beta a\beta a} \vdash \\ &\vdash \underset{(2)}{\zeta a\$ \beta a\beta} \vdash \underset{(2)}{\zeta a\$ \beta a a\beta} \vdash \underset{(2)}{\zeta a\$ a\beta a\beta} \vdash \underset{(3)}{\zeta a\$ a\beta a\beta\beta} \vdash \\ &\vdash \underset{(3)}{\zeta a\$ a\beta a\beta\beta a\#} \vdash^3 \underset{(4)}{\zeta a\$ a\# a\$ a} \vdash \underset{(8)}{pa\$ a\# a\$ a} \vdash \underset{(12)}{\vdash} \\ &\vdash \underset{(12)}{\square a\$ a\# a\$ a} \vdash \underset{(14)}{a\square a\# a\$ a} \vdash \underset{(13)}{a\Delta a\# a\$ a} \vdash \underset{(16)}{\vdash} \\ &\vdash \underset{(16)}{\Delta\# a\$ a} \vdash \underset{(20)}{\delta a\$ a} \vdash^3 \underset{(25)}{\delta} \vdash \underset{(27)}{\cdot} \\ &\vdash \underset{(27)}{\cdot} \lambda \end{aligned}$$

Пример 3.

Подадим на вход слово $123\$123$ (дабы убедиться, что на больших словах тоже работает)

$$\begin{aligned}
DoubleDel(123\$123) &= 123\$123 \vdash \zeta_{(29)} \alpha 123\$123 \vdash \zeta_{(1)} 1\beta 1\alpha 23\$123 \vdash \zeta_{(1)} 1\beta 12\beta 2\alpha 3\$123 \models \\
&\models \zeta 123\$123\#123\$123 \vdash 2\zeta_{(7)} 13\$123\#123\#123 \vdash 23\zeta_{(7)} 1\$123\#123\$123 \vdash \\
&\vdash \zeta_{(6)} 23\zeta_{(5)} 1\$123\#123\$123 \vdash 3\zeta_{(8)} 2\zeta_{(8)} 1\$123\#123\$123 \vdash \\
&\vdash 3\rho_{(8)} 2\zeta_{(8)} 1\$123\#123\$123 \vdash 3\rho_{(8)} 2\rho_{(9)} 1\$123\#123\$123 \vdash \\
&\vdash 3\rho_{(9)} 21\$123\#123\$123 \vdash \rho_{(10)} 321\$123\#123\$123 \vdash \\
&\vdash \square_{(12)} 321\$123\#123\$123 \models^3 321\square_{(14)} \$123\#123\$123 \vdash \\
&\vdash 321\triangle_{(13)} 123\#123\$123 \models^3 \triangle_{(16)} \#123\$123 \vdash \\
&\vdash \delta_{(20)} 123\$123 \models^7 \delta_{(25)} \vdash \cdot_{(27)} \\
&\vdash \cdot_{(27)} \lambda
\end{aligned}$$

3.2 Отрицательный результат работы НА

В случае неуспеха нормальный алгоритм вычислит тождественную функцию

Пример 1.

Пусть подаем слово λ

$$DoubleDel(\lambda) = \lambda \vdash \zeta_{(29)} \alpha \vdash \cdot_{(28)} \lambda$$

Пример 2.

Подадим на вход неравные слова, например $ab\$a$

$$\begin{aligned}
DoubleDel(ab\$a) &= ab\$a \vdash \zeta_{(29)} \alpha ab\$a \vdash \zeta_{(1)} a\beta a\alpha b\$a \models \zeta ab\$a\#ab\$a \vdash \\
&\vdash b\zeta_{(7)} a\$a\#ab\$a \vdash b\rho_{(8)} a\$a\#ab\$a \vdash \rho_{(10)} ba\$a\#ab\$a \vdash \\
&\vdash \square_{(12)} ba\$a\#ab\$a \models^2 ba\square_{(14)} \$a\#ab\$a \vdash ba\triangle_{(13)} \#ab\$a \vdash \\
&\vdash b\triangle_{(16)} \#ab\$a \vdash \sigma_{(18)} \#ab\$a \vdash \cdot_{(23)} \\
&\vdash \cdot_{(23)} ab\$a
\end{aligned}$$