

Домашнее задание №1

Логика и Теория Алгоритмов

Козырных Александр Дмитриевич
ИУ7-42Б
Вариант 6

12 марта 2024 г.

Содержание

1	Условие задачи	2
2	Решение задачи	2
3	Прогонка	3
3.1	Положительный результат работы НА	3
3.2	Отрицательный результат работы НА	3

1 Условие задачи

Построить НА, который аннулирует все слова вида $x\$x$, где $x \in \{a, b\}^*$, а $\$ \notin \{a, b\}$

2 Решение задачи

Пусть слово задано как внешний параметр:

$$u = u(1)u(2) \dots u(k), \quad k \geq 1$$

Назовем наш НА *DoubleDel*. Его схема:

$$DoubleDel : \begin{cases} \nabla \xi \rightarrow \bullet \xi // \xi \in \{a, b\} & (1) \\ \nabla \rightarrow \gamma // \nabla, \gamma \notin \{a, b\} & (2) \\ \xi \gamma \rightarrow \gamma & (3) \\ \$ \gamma \rightarrow \gamma & (4) \\ \gamma \rightarrow \bullet & (5) \\ \# \$ u \rightarrow \$ u(1)u(2) \dots u(k) \nabla & (6) \\ \# \xi \rightarrow \bullet \xi & (7) \\ \# \$ \rightarrow \bullet \$ & (8) \\ \square u \rightarrow u(1)u(2) \dots u(k) \# & (9) \\ \square \xi \rightarrow \bullet \xi & (10) \\ \square \rightarrow \bullet & (11) \\ \rightarrow \square & (12) \end{cases}$$

Следует уточнить, какой символ что делает.

Параметр ξ обозначает буквы нашего алфавита $\{a, b\}$. Символ \square ищет нахождение первого вхождения слова u . В начале программы символ \square появляется в начале всего слова. У нас такие варианты действий: у нас пустое слово; мы нашли букву; мы нашли слово u ; мы встретили разделитель $\$$. В первом случае сработает формула (11). Во втором случае сработает формула (10). В Третьем случае нахождение слова сработает формула (9), причем она имеет приоритет над формулой (10). В четвертом случае сработает та же формула (11).

Если мы выполнили формулу (9), то мы начинаем работать со знаком $\#$. Замечу, что добавляем его в конец слова u , так как нет смысла переносить его вручную побуквенно. В этом состоянии, когда $\#$ в конце первого слова u , у нас есть такие варианты действий: встретили букву алфавита, встретили разделитель $\$$ без второго слова или встретили разделитель с вхождением второго слова. Если встретили букву алфавита в конце слова u , то завершается работа НА формулой (7). Во втором случае встретим формулу (8), причем разделитель мы убирать не станем. В успешном варианте встречаем формулу (6) и ставим знак ∇ в конец второго слова.

Если мы успешно нашли второе вхождение слова u , то мы начинаем работать с символом ∇ . У нас снова несколько вариантов действий: мы находимся в конце слова (следующий символ - пробел) или встретили букву после второго вхождения слова. В первом случае мы вводим 'ластик' - γ , в ином случае завершаем работу алгоритма с удалением ∇ . Замечу, что ∇ можно спокойно заменить на $\#\#$.

Формулы (3) и (4) стирают все буквы, в том числе и разделитель. Формула (5) стирает сам ластик и заканчивает работу НА.

При подаче пустого слова сработает формула (12) \rightarrow (11). При подаче слова без вхождения слова u алгоритм завершает работу на (12) \rightarrow (10) формулах. В случае вхождения какого-то слова ω до слова u завершаем НА формулой (12) \rightarrow (10).

3 Прогонка

3.1 Положительный результат работы НА

В случае успеха слово должно быть аннулировано.

Пример 1.

Пусть $u = a$
Тогда

$$\begin{aligned} DoubleDel(a\$a) = \\ = a\$a \vdash_{(12)} \Box a\$a \vdash_{(9)} a\#\$a \vdash_{(6)} a\$a \nabla \vdash_{(2)} a\$a \gamma \models_{(3),(4)}^3 \gamma \vdash_{(5)} \cdot \lambda \end{aligned}$$

Пример 2.

Пусть $u = abba$
Тогда

$$\begin{aligned} DoubleDel(abba\$abba) = \\ = abba\$abba \vdash_{(12)} \Box abba\$abba \vdash_{(9)} abba\#\$abba \vdash_{(6)} \\ \vdash_{(6)} abba\$abba \nabla \vdash_{(2)} abba\$abba \gamma \models_{(3),(4)}^9 \gamma \vdash_{(5)} \cdot \lambda \end{aligned}$$

3.2 Отрицательный результат работы НА

В случае неуспеха нормальный алгоритм вычислит тождественную функцию

Пример 1.

Пусть $u = \{a, b\}^*$
Подадим на вход НА пустое слово. Получаем

$$DoubleDel(\lambda) = \lambda \vdash_{(12)} \Box \vdash_{(11)} \cdot \lambda$$

Пример 2.

Пусть $u = \{a, b\}^*$.
Подадим на вход НА слово вида $\lambda\$ \omega$, где $\omega \in \{a, b\}^*$. Не исключено, что $\omega = u$. Получаем

$$DoubleDel(\$abcde) = \$abcde \vdash_{(12)} \Box \$abcde \vdash_{(11)} \cdot \$abcde$$

Как можем заметить, НА $DoubleDel$ реагирует на такую ситуацию аналогично пустому слову.

Пример 3.

Пусть $u = abba$.

Подадим на вход НА такое до разделителя $\$$ слово ω , чтобы в него входило слово u , причем справа. То есть в виду имеется такое: $\omega = \delta u$, где $\delta \in \{a, b\}^+$, причем $\delta \neq u$. Получаем

$$DoubleDel(aabba\$abba) = aabba\$abba \vdash_{(12)} \Box aabba\$abba \vdash_{(10)} \cdot aabba\$abba$$

Это работает потому, что знак \Box неподвижен и находится всегда в начале слова. Он проверяет сначала вхождение слова u , но если его не находит, то стирается и НА завершает свою работу.

Пример 4.

Пусть $u = ab$.

Подадим на вход НА такое до разделителя $\$$ слово ω , чтобы в него входило слово u , причем слева. То есть в виду имеется такое: $\omega = u\delta$, где $\delta \in \{a, b\}^+$, причем не исключено $\delta = u$. Получаем

$$DoubleDel(abab\$ab) = abab\$ab \vdash_{(12)} \Box abab\$ab \vdash_{(9)} ab\#ab\$ab \vdash_{(7)} \cdot abab\$ab$$

Алгоритм нашел вхождение первого слова. Однако он встретил посторонние буквы после вхождения u . Неважно, будет ли это вторым вхождением слова, так как для этого у нас есть разделитель. В этом случае сработала формула (7) $\# \xi \rightarrow \bullet \xi$, которая просто стёрла знак решетки и завершила работу НА.

Пример 5.

Пусть $u = ab$.

Подадим на вход НА такое слово с разделителем, чтобы он прочитал первое вхождение, но не смог прочитать второе.

$$DoubleDel(ab\$aab) = ab\$aab \vdash_{(12)} \square ab\$aab \vdash_{(9)} ab\#\$aab \vdash_{(8)} \bullet ab\$aab$$

НА нашел вхождение первого слова и создал конструкцию вида $\# \$$, но не нашел вхождения второго слова сразу после нее. Вместо этого он нашел слово вида $\omega \in \{a, b\}^*$, причем ω не начинается со слова u . Результат работы будет таким же, если $\omega = \lambda$, то есть слово вида $u\$ \lambda$.

Пример 6.

Пусть $u = ab$.

Подадим на вход НА такое слово с разделителем, чтобы он прочитал первое и второе вхождение слов u , но нашел 'хвост' после второго вхождения.

$$DoubleDel(ab\$aba) = ab\$aba \vdash_{(12)} \square ab\$aba \vdash_{(9)} ab\#\$aba \vdash_{(6)} ab\$ab \nabla a \vdash_{(1)} \bullet ab\$aba$$

По аналогии с \square знак ∇ тоже неподвижен и всего лишь проверяет конечный символ слова. В нашем случае он встретил не пробельный символ, отчего по формуле (1) завершается работа НА и стирается треугольник.

Пример 7.

Пусть $u = ab$

Подадим на вход НА слово без разделителя вовсе, но при этом на входе будет двойное слово u . Получаем

$$DoubleDel(abab) = abab \vdash_{(12)} \square abab \vdash_{(9)} ab\#ab \vdash_{(7)} \bullet abab$$