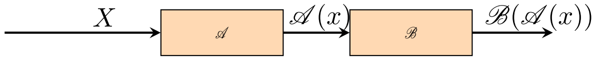
$V_\alpha = \{\alpha, \beta\}$

Чаще всего будет рассматривать такой алфавит: $V_0 = \{0, 1\}$

Теорема 0.1. *(О переводе). Каков бы ни был нормальный алгорифм $\mathcal{A} = (V', S, P)$ над алфавитом $V \subset V'$, может быть построен НА $\mathcal{B}$ в алфавите $V \cup V_\alpha$ так, что $(\forall x \in V^*)(\mathcal{B}(x) \simeq \mathcal{A}(x))$*

0.1 Теорема сочетания

0.1.1 Композиция



Теорема 0.2. *(О композиции). Каковы бы ни были НА $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ в алфавите V может быть построен НА алгорифм $\mathcal{C}$ над алфавитом V такой, что*

$$(\forall x \in V^*)(\mathcal{C}(x) \simeq \mathcal{B}(\mathcal{A}(x)))$$

Доказательство. Вводится алфавит двойников.

$V = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ $\overline{V} = \{\overline{a_1}, \overline{a_2}, \ldots, \overline{a_n}\}$

Вводятся две буквы α, β такие, что $\alpha, \beta \notin V \cup \overline{V}$

$$\mathcal{C} : \begin{cases} \xi\alpha \to \alpha\xi \ //\xi \in V \\ \alpha\xi \to \alpha\overline{\xi} \\ \overline{\xi}\eta \to \overline{\xi}\overline{\eta} \ //\xi, \eta \in V \\ \overline{\xi}\beta \to \beta\overline{\xi} \\ \beta\overline{\xi} \to \beta\xi \\ \xi\overline{\eta} \to \xi\eta \\ \alpha\beta \to \cdot \\ \overline{\mathcal{B}_\alpha^\beta} \\ \mathcal{A}^\alpha \end{cases}$$

$A^\cdot$	A^α
u $\to v$	u$\to v$
u$\to \cdot v$	u$\to \alpha v$

$B^\cdot$	$\overline{\mathcal{B}_\alpha^\beta}$
u$\to v$	$\overline{u} \to \overline{v}$
u $\neq \lambda$	
$\to v$	$\alpha \to \alpha\overline{v}$
u$\to \cdot v$	$\overline{u} \to \beta\overline{v}$
$\to \cdot v$	$\alpha \to \alpha\beta\overline{v}$

Примерно идея доказательства. $x \in V^*$

$$\mathcal{C} : x \models_{(9)}^{!\mathcal{A}^\cdot(x)} y_1\alpha y_2, \text{ где } y_1 y_2 = \mathcal{A}^\cdot(x)$$

Если $\neg!\mathcal{A}^\cdot(x)$, то и $\neg!\mathcal{C}(x)$, заметим. Отсюда

$$y_1\alpha y_2 \models_{(1)} \alpha y_1 y_2 = \alpha y = \alpha y(1)y(2)\ldots y(m),$$

где $y_1 y_2 = y$. Далее получаем

$$\alpha y(1)y(2)\ldots y(m) \vdash_{(2)} \alpha\overline{y(1)}y(2)\ldots y(m) \models_{(3)} \alpha\overline{y(1)y(2)}\ldots\overline{y(m)} = \alpha\overline{y}$$

Следующий, третий шаг

$$\alpha\overline{y} \models_{(8)} \alpha\overline{z_1}, \beta\overline{z_2}_z, \text{ где } z_1, z_1 = z = \mathcal{B}^{\bullet}(y), \text{ если } !\mathcal{B}(y)$$

Заметим, что если $\neg!\mathcal{B}^{\bullet}(y) \implies \neg!\mathcal{C}(y) \implies \neg!\mathcal{C}(x)$. Получаем

$$\alpha\overline{z_1}\beta\overline{z_2} \models_{(4)} \alpha\beta\overline{z_1 z_2} = \alpha\beta\overline{z} \models_{(5),(6)} \alpha\beta z \vdash \bullet z = \mathcal{B}^{\bullet}(y) = \mathcal{B}^{\bullet}(\mathcal{A}^{\bullet}(x)) = \mathcal{B}(\mathcal{A}(x))$$

$\square$

Пример.

$$\mathcal{A}^{\bullet} : \begin{cases} \#\alpha \to \alpha\# \\ \#\beta \to \beta\# \\ \# \to \bullet aba \\ \to \# \\ \to \bullet \end{cases}$$

$$\mathcal{B}^{\bullet} : \begin{cases} \to \bullet babb \\ \to \bullet \end{cases}$$

Строим систему:

$$\mathcal{A}^{\alpha} : \left[\begin{array}{c} a \to a\# \\ \#b \to b\# \\ \# \to \alpha aba \\ \to \# \\ \to \alpha \end{array}\right.$$

$$\overline{B}_{\alpha}^{\beta} : \left[\begin{array}{c} \alpha \to \alpha\beta\overline{babb} \\ \alpha \to \alpha\beta \end{array}\right.$$

$$\begin{aligned} &x = bab \vdash \#bab \models bab\# \vdash bab\alpha aba \models \alpha bababa \vdash \\ &\vdash \alpha\overline{b}ababa \models \alpha\overline{bababa} \vdash \\ &\vdash \alpha\beta\overline{babbbababa} \vdash \alpha\beta\alpha\beta b\overline{abbbababa} \models \\ &\models \alpha\beta babbbababa \vdash \bullet babbbababa \end{aligned}$$

Отсюда видно:

$$\mathcal{C} \risingdotseq \mathcal{B} \circ \mathcal{A};$$

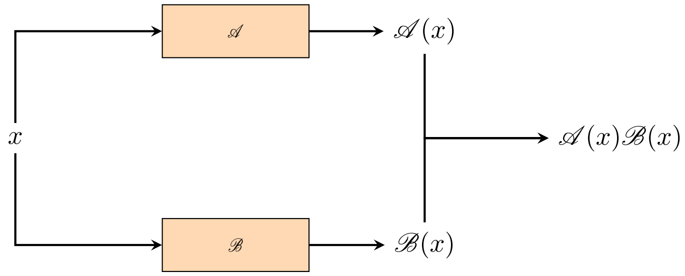
$$\mathcal{B} \circ \mathcal{A}(x) \simeq \mathcal{B}(\mathcal{A}(x));$$

$$\mathcal{A}_n \circ \mathcal{A}_{n-1} \circ \ldots \circ \mathcal{A}_1 \risingdotseq \mathcal{A}_n \circ (\mathcal{A}_{n-1} \circ \ldots \circ \mathcal{A}_1), n \geq 1;$$

Определение 1. Степень алгорифма:

$$\mathcal{A}^n \risingdotseq \mathcal{A} \circ \mathcal{A}^{n-1}, n \geq 1, \text{ где } \mathcal{A}^0 \risingdotseq \mathcal{J}\alpha$$

0.1.2 Объединение



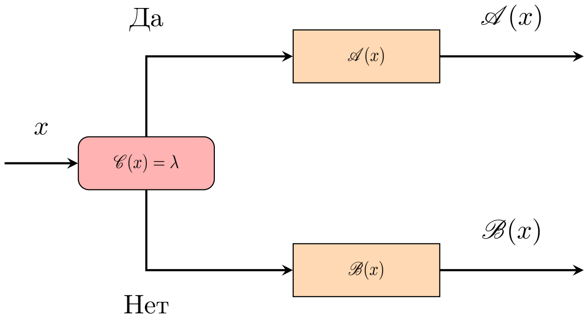
Теорема 0.3. *(Объединения). Каковы бы ни были НА $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ в алфавите V, может быть построен НА $\mathcal{A}$ над алфавитом V так, что*

$$(\forall x \in V^*)(\mathcal{C}(x) \simeq \mathcal{A}(x)\mathcal{B}(x))$$

Можно представить это так:

$$\overline{\mathcal{C}(x\$y)} \simeq \mathcal{A}(x)\$\mathcal{B}(y)$$
$$\$ \notin V$$

0.1.3 Разветвление



Записать в виде псевдокода можно так:

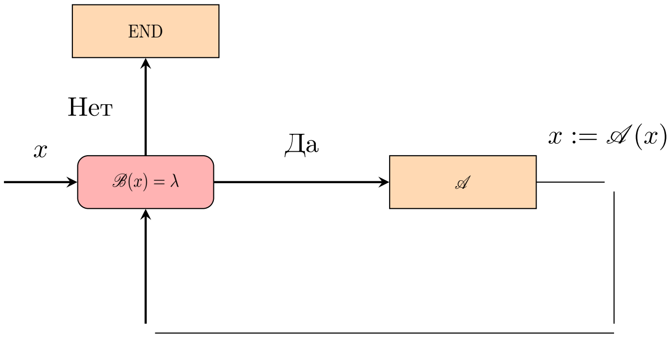
$$if(\mathcal{C}(x) = \lambda)\ \underline{then}\ y := \mathcal{A}(x)\ \underline{else}\ y := \mathcal{B}(x);$$

Теорема 0.4. *(О разветвлении). Каковы бы ни были НА $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ в алфавите V, может быть построен НА D над алфавитом V так, что*

$$(\forall x \in V^*)(D(x) = \mathcal{A}(x),\ \textit{если}\ \mathcal{C}(x) = \lambda)\ \textit{и}\ (D(x) = \mathcal{B}(x),\ \textit{если}\ \mathcal{C}(x) \neq \lambda)$$

$D \leftrightharpoons \mathcal{C}(\mathcal{A} \vee \mathcal{B})$

0.1.4 Повторение



В виде псевдокода:

- Для цикла с условием, пока правда:

$$\underline{while}\ \mathcal{B}(x) = \lambda\ \underline{do}\ x := \mathcal{A}(x)\ \underline{end};\ \text{Записывается так: } {}_{\beta}\{\mathcal{A}\}$$

- Для цикла с условием, пока неправда:

$$\underline{while}\ \mathcal{B}(x)! = \lambda\ \underline{do}\ x := \mathcal{A}(x)\ \underline{end};\text{Записывается так: } {}_{\beta}\langle\mathcal{A}\rangle$$

Теорема 0.5. *(Повторения). Каковы бы ни были НА $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ в алфавите V, может быть построен НА $\mathcal{C}$ над алфавитом V такой, что $!\mathcal{C}(x) \leftrightharpoons (\mathcal{B}(x) \neq \lambda)$ и тогда $\mathcal{C}(x) = x$ или существует последовательность $x = x_0, x_1, \ldots, x_n$, где $(\forall i = \overline{0, n-1})$ $(\mathcal{B}(x_i) = \lambda)$ и $x_{i+1} = \mathcal{A}(x_i)$; $\mathcal{B}(x_n) \neq \lambda$ и $\mathcal{C}(x) = x_n$*