

Самостоятельная работа №1

Задание:

Для электрической цепи, схема которой изображена на рисунке 1, выполнить следующее:

1. Определить токи в ветвях методом контурных токов.
2. Определить токи в ветвях методом узловых потенциалов.
3. Определить ток в любой из ветвей методом эквивалентного генератора.
4. Выполнить моделирование цепи в программе MultiSim.

Исходные данные приведены в таблице 1.

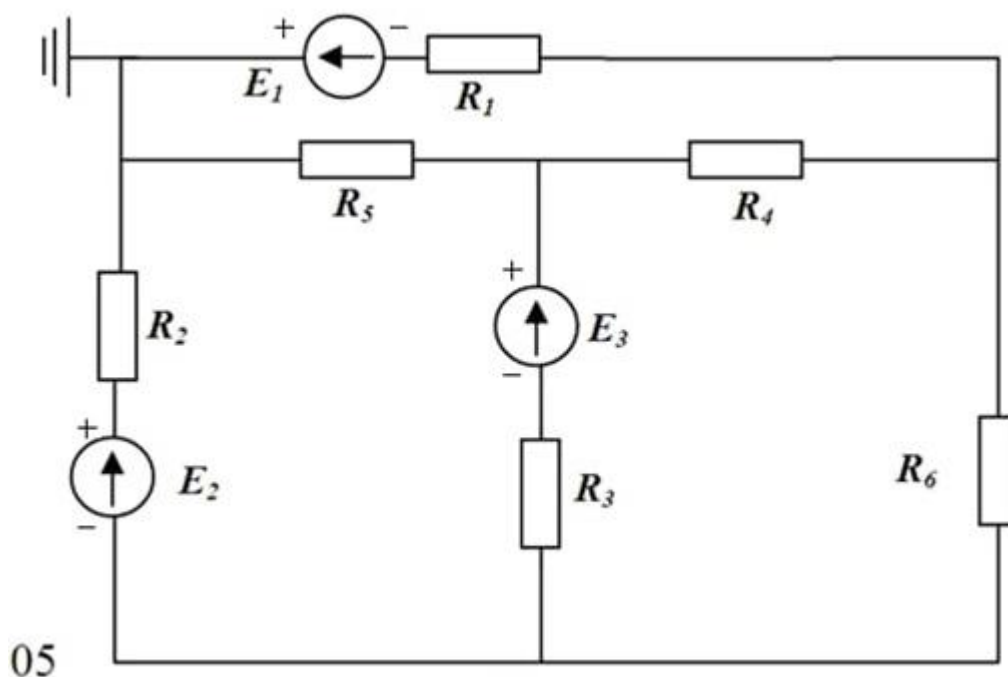


Рисунок 1 – Исходная схема электрической цепи

Таблица 1 – Исходные данные

$E_1, \text{В}$	$E_2, \text{В}$	$E_3, \text{В}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$	$R_4, \text{Ом}$	$R_5, \text{Ом}$	$R_6, \text{Ом}$
190	148	174	18	5	15	45	9	10

Решение:

1. Составляем расчетную схему электрической цепи: выбираем условно-положительные направления токов в ветвях и направление контурных токов (см. рис. 2).

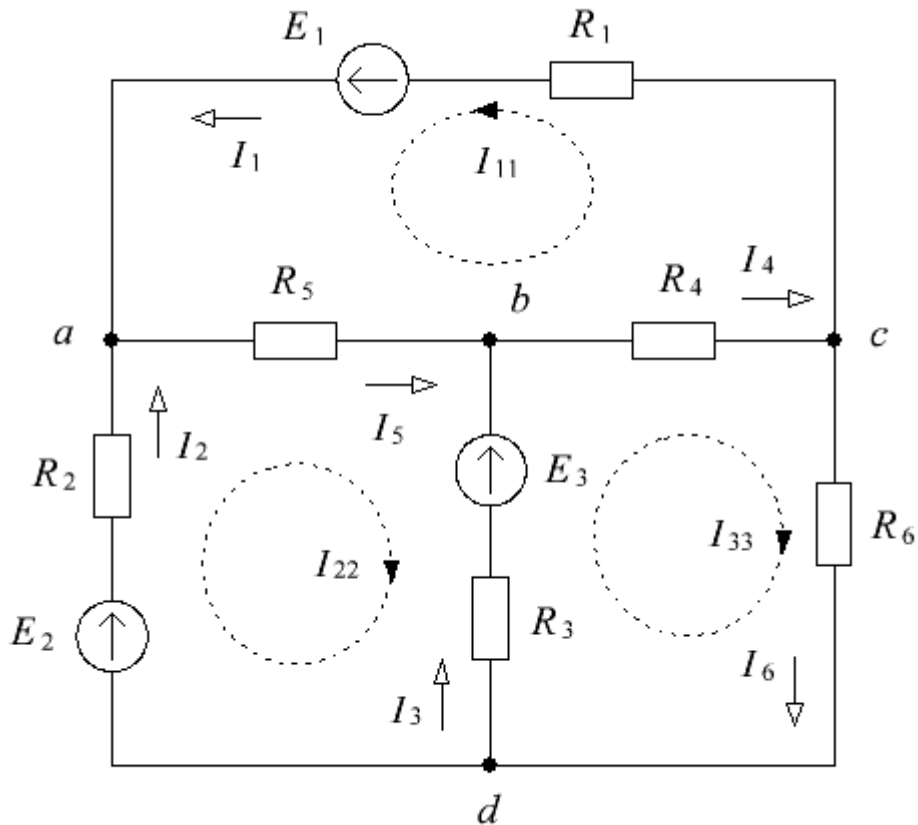


Рисунок 2 – Расчетная схема электрической цепи

2. Рассчитаем токи во всех ветвях схемы методом контурных токов.

Система уравнений для определения контурных токов имеет вид:

$$\begin{cases} (R_1 + R_4 + R_5) \cdot I_{11} + R_5 \cdot I_{22} + R_4 \cdot I_{33} = E_1, \\ R_5 \cdot I_{11} + (R_2 + R_3 + R_5) \cdot I_{22} - R_3 \cdot I_{33} = E_2 - E_3, \\ R_4 \cdot I_{11} - R_3 \cdot I_{22} + (R_3 + R_4 + R_6) \cdot I_{33} = E_3. \end{cases}$$

Подставляем числовые значения сопротивлений и ЭДС:

$$\begin{cases} 72I_{11} + 9I_{22} + 45I_{33} = 190, \\ 9I_{11} + 29I_{22} - 15I_{33} = -26, \\ 45I_{11} - 15I_{22} + 70I_{33} = 174. \end{cases}$$

В результате решения системы получим:

$$I_{11} = 2,365 \text{ А},$$

$$I_{22} = -1,272 \text{ А},$$

$$I_{33} = 0,693 \text{ А}.$$

Значения токов ветвей найдем как алгебраическую сумму контурных токов:

$$I_1 = I_{11} = 2,365 \text{ А},$$

$$I_2 = I_{22} = -1,272 \text{ А},$$

$$I_3 = I_{33} - I_{22} = 0,693 - (-1,272) = 1,965 \text{ А},$$

$$I_4 = I_{11} + I_{33} = 2,365 + 0,693 = 3,058 \text{ А},$$

$$I_5 = I_{11} + I_{22} = 2,365 + (-1,272) = 1,093 \text{ А},$$

$$I_6 = I_{33} = 0,693 \text{ А}.$$

3. Рассчитаем токи во всех ветвях схемы методом узловых потенциалов.

Примем потенциал узла a равным нулю ($\varphi_a = 0$).

Для определения потенциалов остальных узлов цепи необходимо составить систему трех уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) \cdot \varphi_b - \frac{1}{R_4} \cdot \varphi_c - \frac{1}{R_3} \cdot \varphi_d = \frac{E_3}{R_3}, \\ -\frac{1}{R_4} \cdot \varphi_b + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) \cdot \varphi_c - \frac{1}{R_6} \cdot \varphi_d = -\frac{E_1}{R_1}, \\ -\frac{1}{R_3} \cdot \varphi_b - \frac{1}{R_6} \cdot \varphi_c + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} \right) \cdot \varphi_d = -\frac{E_2}{R_2} - \frac{E_3}{R_3}. \end{array} \right.$$

После подстановки численных значений коэффициентов и необходимых преобразований система уравнений примет вид

$$\begin{cases} 0,2\varphi_b - 0,022\varphi_c - 0,067\varphi_d = 11,6, \\ -0,022\varphi_b + 0,178\varphi_c - 0,1\varphi_d = -10,556, \\ -0,067\varphi_b - 0,1\varphi_c + 0,367\varphi_d = -41,2. \end{cases}$$

В результате решения системы получим следующие значения потенциалов узлов:

$$\varphi_b = -9,835 \text{ В},$$

$$\varphi_c = -147,432 \text{ В},$$

$$\varphi_d = -154,361 \text{ В}.$$

По закону Ома рассчитаем токи ветвей:

$$I_1 = \frac{\varphi_c - \varphi_a + E_1}{R_1} = \frac{-147,432 - 0 + 190}{18} = 2,365 \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{\varphi_d - \varphi_a + E_2}{R_2} = \frac{-154,361 - 0 + 148}{5} = -1,272 \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{\varphi_d - \varphi_b + E_3}{R_3} = \frac{-154,361 - (-9,835) + 174}{15} = 1,965 \text{ А},$$

$$I_4 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_4} = \frac{-9,835 - (-147,432)}{45} = 3,058 \text{ А},$$

$$I_5 = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R_5} = \frac{0 - (-9,835)}{9} = 1,093 \text{ А},$$

$$I_6 = \frac{\varphi_c - \varphi_d}{R_6} = \frac{-147,432 - (-154,361)}{10} = 0,693 \text{ А}.$$

4. Определим ток в 6 ветви методом эквивалентного генератора.

Для заданной цепи ток 6 ветви может быть выражен следующим образом:

$$I_6 = \frac{U_{xx}}{R_6 + R_{6x}}.$$

Определим напряжение холостого хода и входное сопротивление эквивалентного генератора.

Схема эквивалентного генератора изображена на рисунке 3.

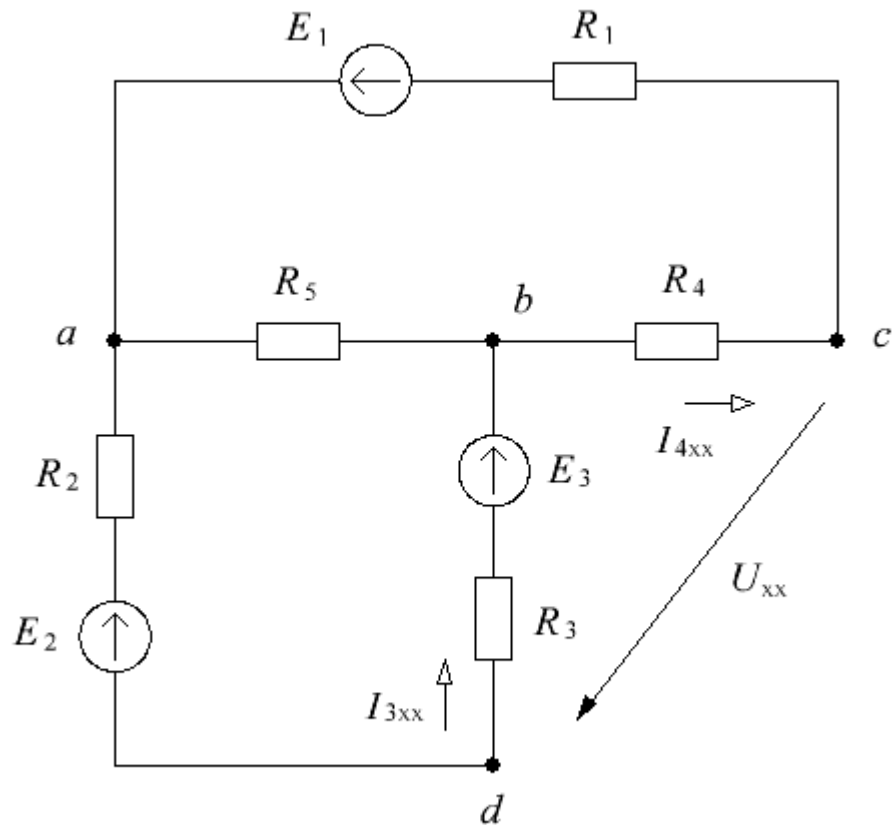


Рисунок 3 – Схема эквивалентного генератора

Определим токи в ветвях эквивалентного генератора, используя метод двух узлов:

$$U_{ab} = \frac{\frac{E_1}{R_1 + R_4} + \frac{E_2 - E_3}{R_2 + R_3}}{\frac{1}{R_1 + R_4} + \frac{1}{R_2 + R_3} + \frac{1}{R_5}} = \frac{\frac{190}{18 + 45} + \frac{148 - 174}{5 + 15}}{\frac{1}{18 + 45} + \frac{1}{5 + 15} + \frac{1}{9}} = 9,695 \text{ В},$$

$$I_{3xx} = -\frac{E_2 - E_3 - U_{ab}}{R_2 + R_3} = -\frac{148 - 174 - 9,695}{5 + 15} = 1,785 \text{ А},$$

$$I_{4xx} = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1 + R_4} = \frac{190 - 9,695}{18 + 45} = 2,862 \text{ А}.$$

Определим напряжение холостого хода эквивалентного генератора, используя второй закон Кирхгофа:

$$U_{xx} = E_3 - I_{3xx} \cdot R_3 - I_{4xx} \cdot R_4 = 174 - 1,785 \cdot 15 - 2,862 \cdot 45 = 18,439 \text{ В}.$$

Определяем входное сопротивление генератора, исключив источник (см. рис. 4).

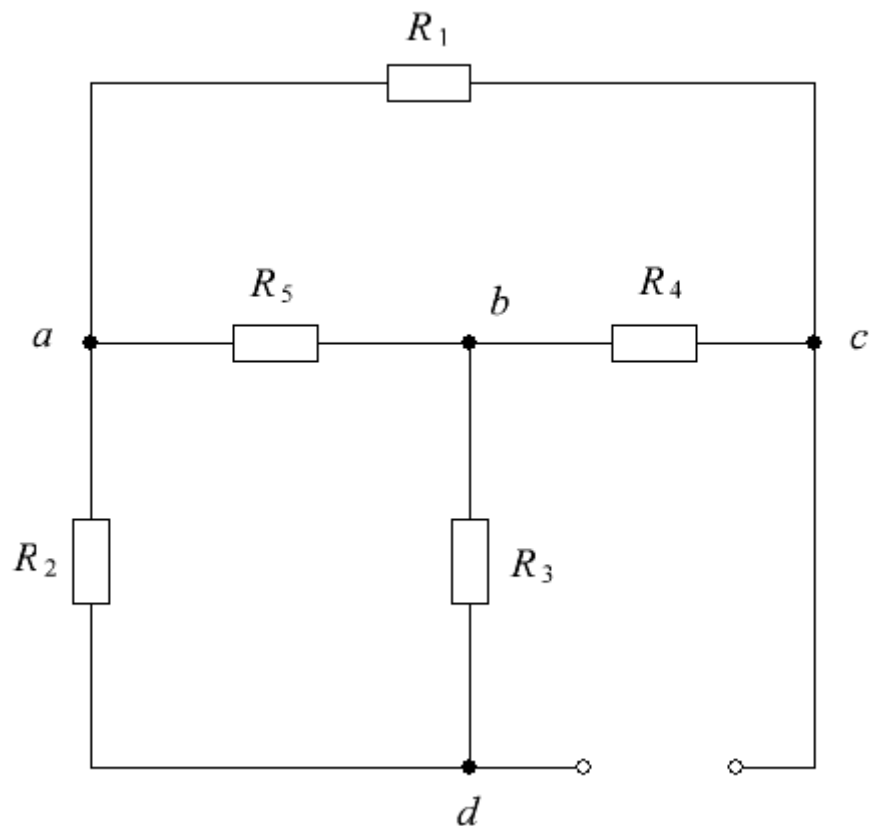


Рисунок 4 – Схема для определения входного сопротивления эквивалентного генератора

Выполняем преобразование треугольника сопротивлений эквивалентной звездой (см. рис. 5):

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_5} = \frac{5 \cdot 15}{5 + 15 + 9} = 2,586 \text{ Ом},$$

$$R_{25} = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_3 + R_5} = \frac{5 \cdot 9}{5 + 15 + 9} = 1,552 \text{ Ом},$$

$$R_{35} = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_2 + R_3 + R_5} = \frac{15 \cdot 9}{5 + 15 + 9} = 4,655 \text{ Ом}.$$

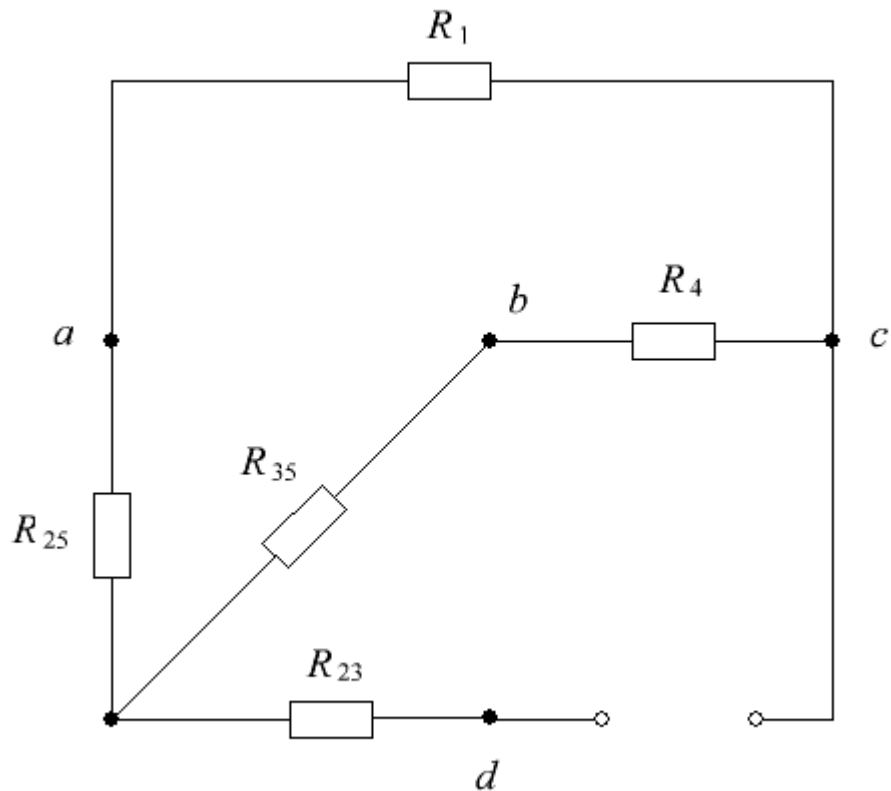


Рисунок 5 – Схема для определения входного сопротивления эквивалентного генератора после преобразования

Используя преобразование параллельного и последовательного соединений, получим:

$$R_{\text{ex}} = R_{23} + \frac{(R_1 + R_{25}) \cdot (R_4 + R_{35})}{(R_1 + R_{25}) + (R_4 + R_{35})} = 2,586 + \frac{(18 + 1,552) \cdot (45 + 4,655)}{(18 + 1,552) + (45 + 4,655)} = 16,614 \text{ Ом.}$$

Искомый ток методом эквивалентного генератора:

$$I_6 = \frac{U_{\text{xx}}}{R_6 + R_{\text{ex}}} = \frac{18,439}{10 + 16,614} = 0,693 \text{ А.}$$

5. Выполним моделирование электрической цепи в программе MultiSim 14 (см. рис. 6).

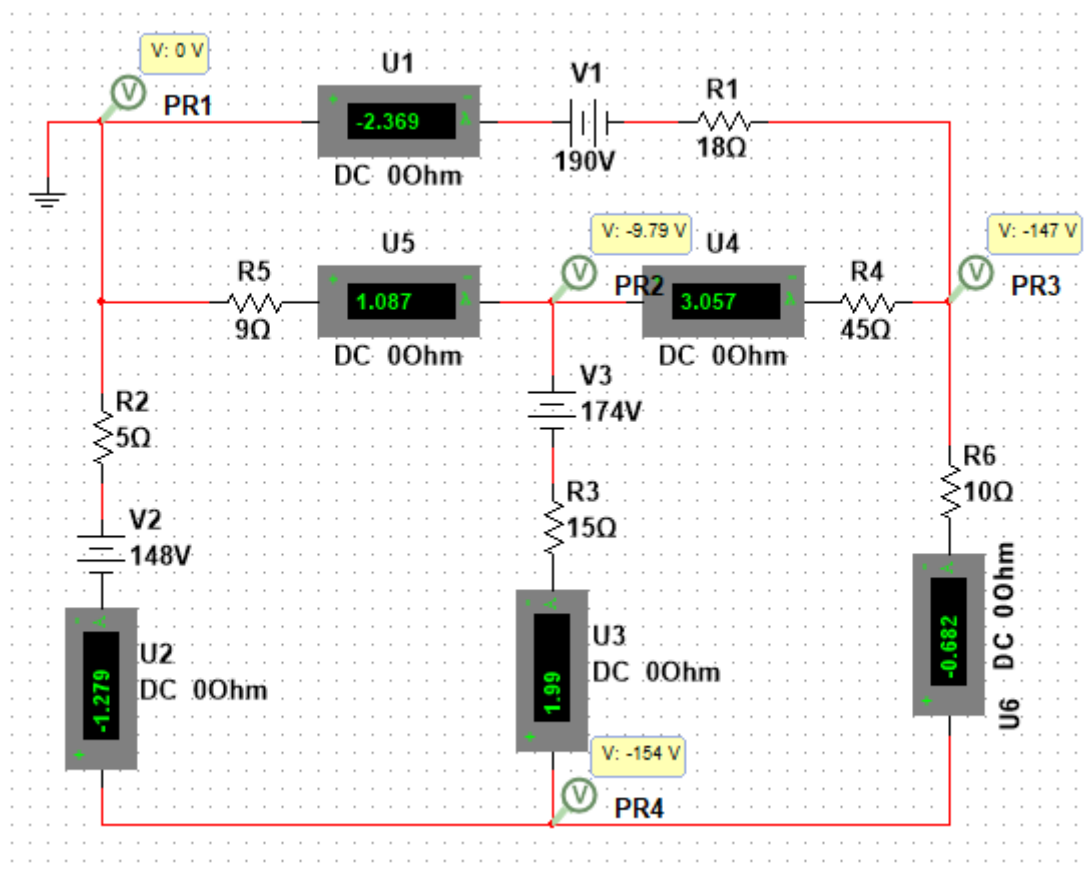


Рисунок 6 – Моделирование электрической цепи

Результаты измерений токов в ветвях и потенциалов узлов с помощью программы совпадают с результатами расчета.