МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«Национальный исследовательский

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

(ННГУ)

Институт информационных технологий, математики и механики

Кафедра математического обеспечения и суперкомпьютерных технологий

Направление подготовки: «Прикладная математика и информатика»

Профиль подготовки: «Вычислительная математика и суперкомпьютерные технологии»

Отчет по лабораторной работе

«Современные проблемы прикладной математики и информатики»

Выполнил: студент группы 381903-3м

________________________ Панов А.А.

Подпись

Нижний Новгород

2020

1. Постановка задачи

Рассматривается задача синтеза белка. Реакция моделируется следующим дифференциальным уравнением $\dot{x} = \mathrm{f}(x)$:

$$\dot{x} = \frac{\alpha}{1+x^N} - \gamma x \tag{1}$$

x − концентрация белка, $x \geq 0$

α − отвечает за синтез белка, $\alpha \geq 0$

γ − отвечает за деградацию белка

Исследуется точка равновесия x^* которая находится из условия (2):

$$\mathrm{f}(x^*) = 0 \tag{2}$$

Из условия (2) можно получить условие (3):

$$x^{N+1} + x - \alpha = 0 \tag{3}$$

Цель работы:

1. Для решения уравнения (3) необходимо реализовать метод дихотомии и метод Ньютона.
2. Для n = 2, 4, 6 построить зависимость корней уравнения (3) от α.
3. Сравнить сходимость метода дихотомии и Ньютона при $\alpha = 0$ и $n = 2$.

2. Решение

Метод Ньютона и дихотомии были реализованы на языке Python. Полный код расположен на github: https://github.com/AleksandrPanov/Modern-problems-of-applied-mathematics-and-computer-science

```python
def dichotomy(func, a, b, eps_x, eps_val, max_it=1000000):
    c = (a + b) / 2
    val = func(c)
    it = 1
    while b - a > eps_x and abs(val) > eps_val and it < max_it:
        if val < 0:
            a = c
        else:
            b = c
        c = (a + b) / 2
        val = func(c)
        it += 1
    return c


def newton(func, derivative, x, eps_val, max_it=1000000):
    val = func(x)
    it = 0
    while abs(val) > eps_val and it < max_it:
        x = x - func(x)/derivative(x)
        it += 1
        val = func(x)
    return x
```

Рисунок 1 — Реализация метода Ньютона и дихотомии.

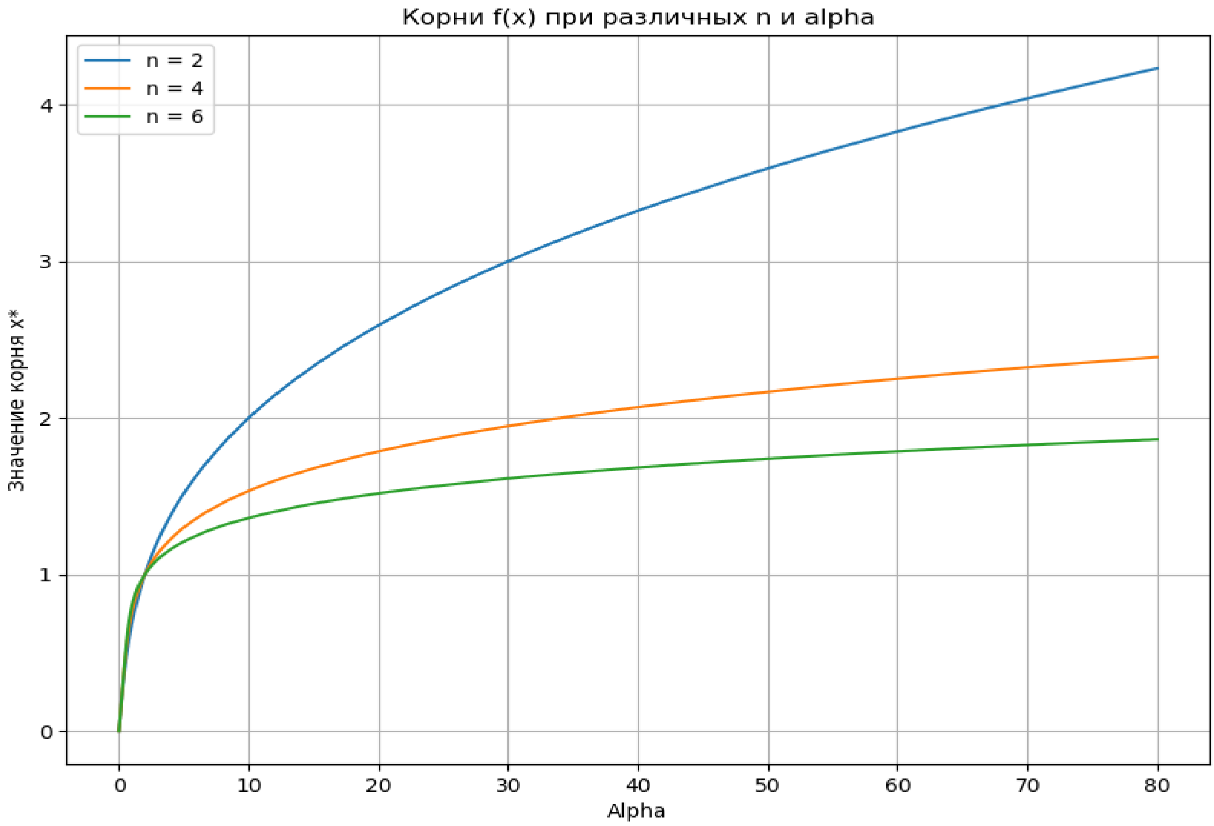


Рисунок 2 — корни уравнения (3) при различных n и alpha.

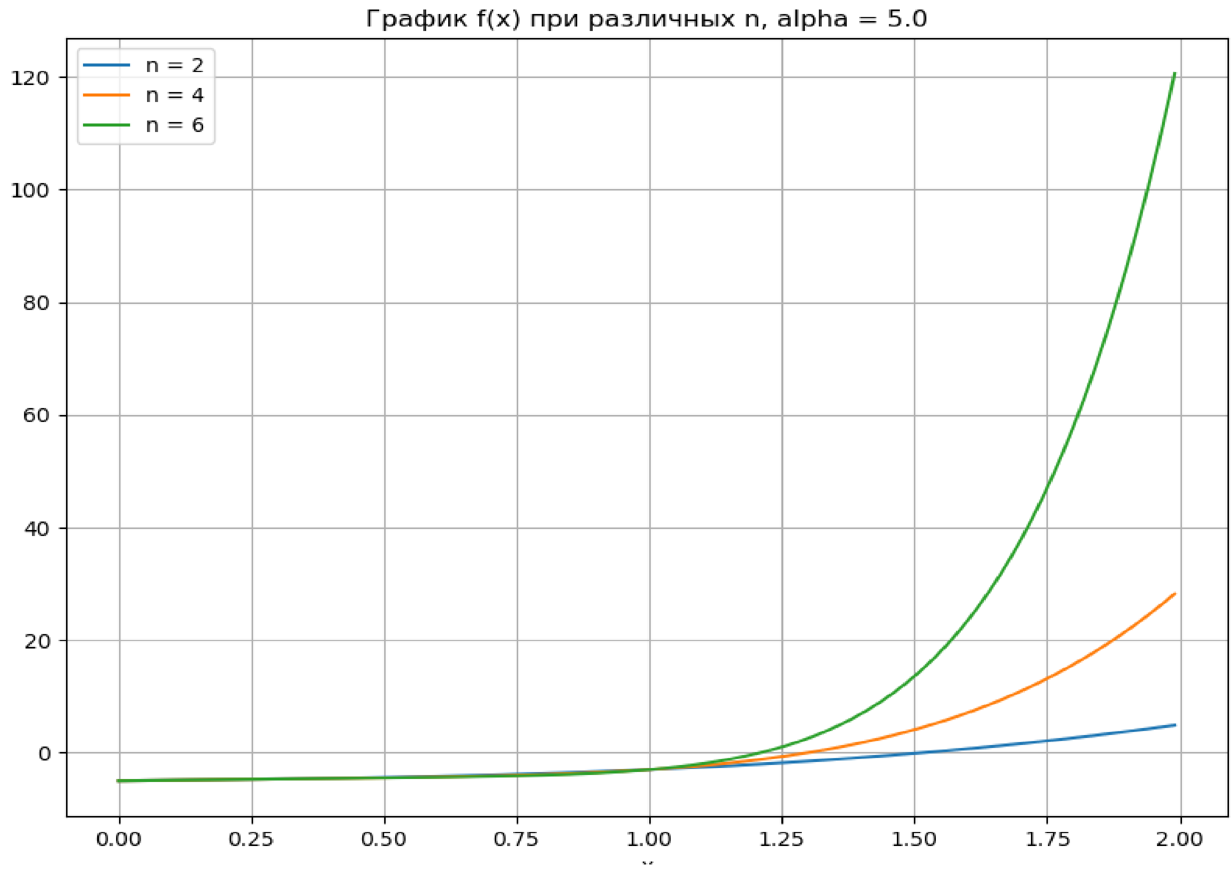


Рисунок 3 — График уравнения (3) при различных n.

При $\alpha = 0$ и $n = 2$ уравнение (3) имеет решение $x = 0$.

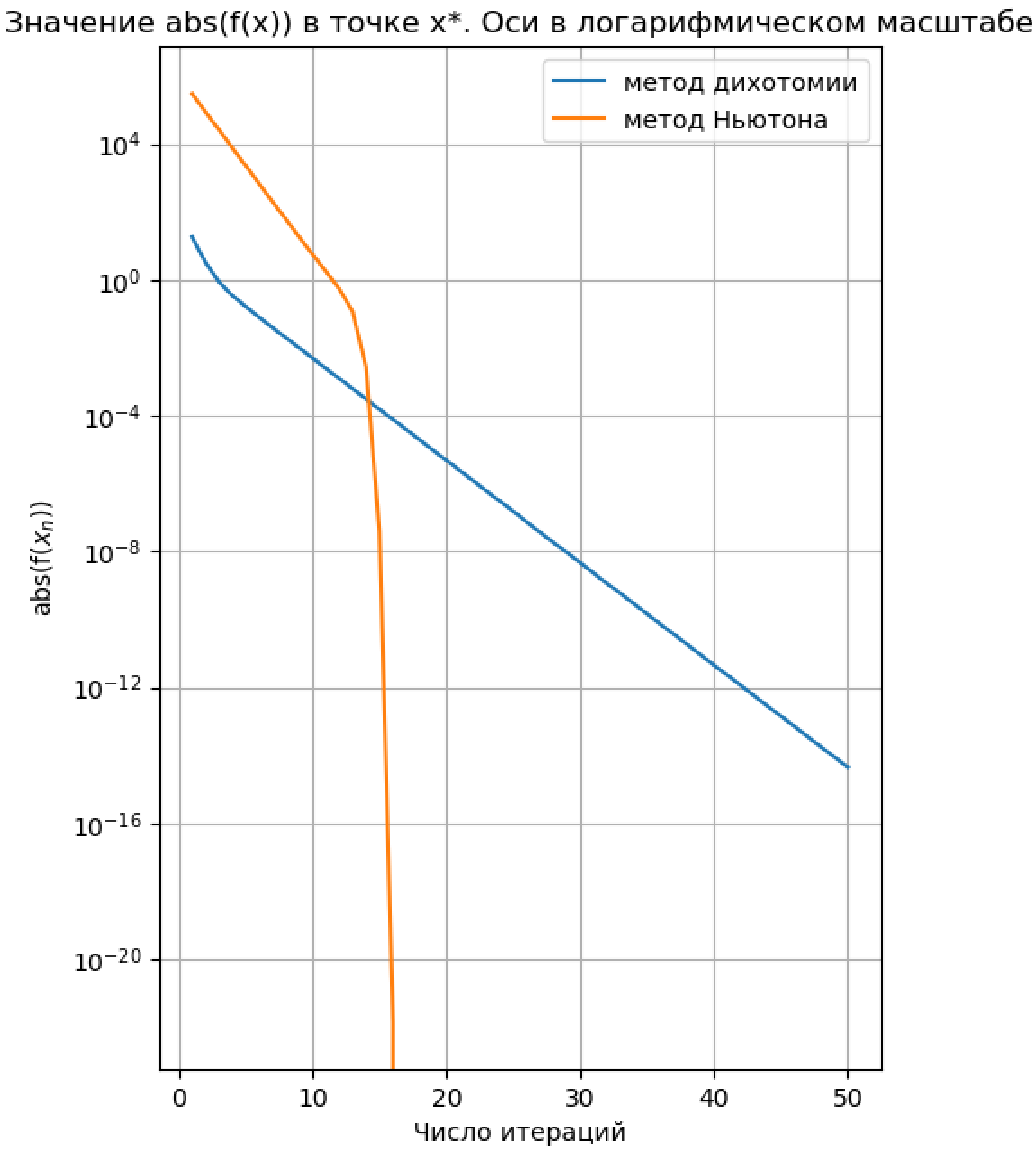


Рисунок 4 — Сходимость методов.

Метод Ньютона запускался из точки x = 100. Дихотомия же запускалась на отрезке [-5;10]. Так как метод Ньютона запускался из весьма удаленной от решения точки, где значение производной достаточно большое, вначале он сходится медленней дихотомии. Но далее, с уменьшением значения производной функции метод Ньютона сходится горазда быстрее дихотомии.

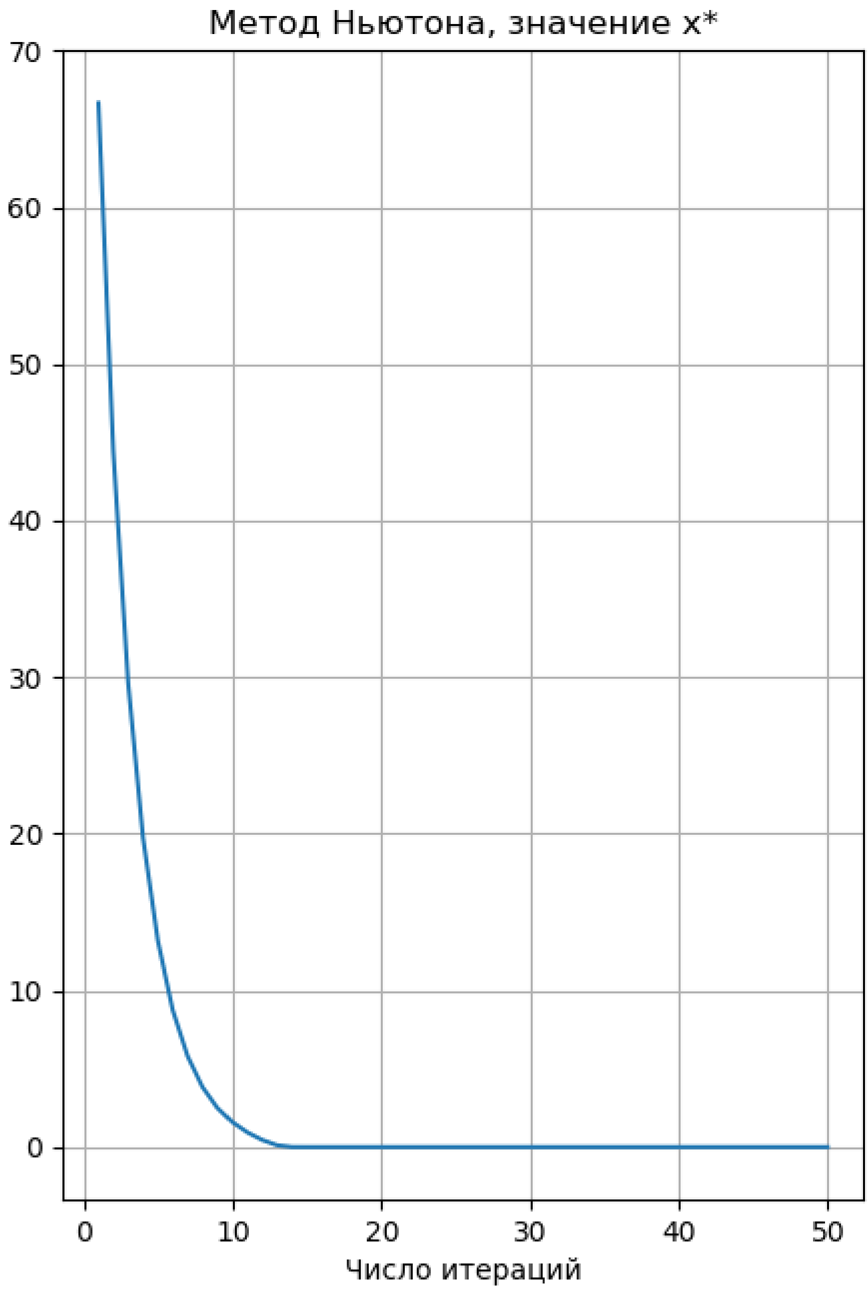
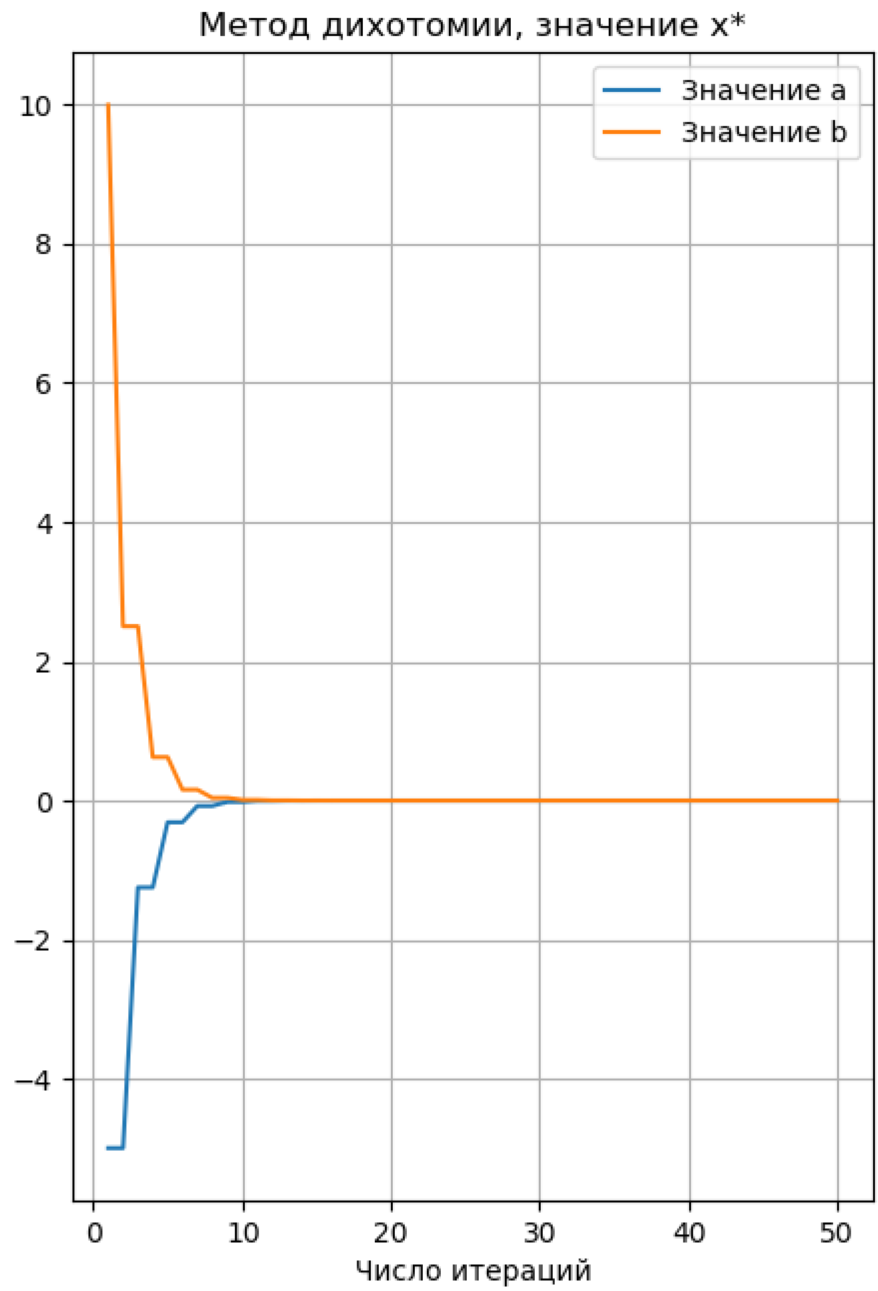


Рисунок 5 — Сходимость метода Ньютона.

Метод Ньютона запускался из точки x = 100.



Дихотомия запускалась на отрезке [-5;10].

3. Вывод

Так как метод Ньютона имеет квадратичную сходимость, он сходится быстрее дихотомии. Сходимость обоих методов зависит от начальных условий, с которыми их запускают и от функции и значения её производной. В данной задаче при «больших» значениях производной выгодней использовать дихотомию, а затем метод Ньютона.