

**Домашнее задание по физике  
для студентов II курса IV семестра всех факультетов  
(2019)**

Варианты домашнего задания по физике  
для студентов II курса IV семестра всех факультетов

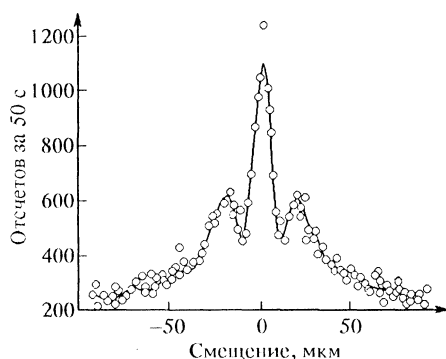
Вариант	Номера задач			
	Модуль 5		Модуль 6	
1	5.1.01	5.2.01	6.1.01	6.2.01
2	5.1.02	5.2.02	6.1.02	6.2.02
3	5.1.03	5.2.03	6.1.03	6.2.03
4	5.1.04	5.2.04	6.1.04	6.2.04
5	5.1.05	5.2.05	6.1.05	6.2.05
6	5.1.06	5.2.06	6.1.06	6.2.06
7	5.1.07	5.2.07	6.1.07	6.2.07
8	5.1.08	5.2.08	6.1.08	6.2.08
9	5.1.09	5.2.09	6.1.09	6.2.09
10	5.1.10	5.2.10	6.1.10	6.2.10
11	5.1.11	5.2.11	6.1.11	6.2.11
12	5.1.12	5.2.12	6.1.12	6.2.12
13	5.1.13	5.2.13	6.1.13	6.2.13
14	5.1.14	5.2.14	6.1.14	6.2.14
15	5.1.15	5.2.15	6.1.15	6.2.15
16	5.1.16	5.2.16	6.1.16	6.2.16
17	5.1.17	5.2.17	6.1.17	6.2.17
18	5.1.18	5.2.18	6.1.18	6.2.18
19	5.1.19	5.2.19	6.1.19	6.2.19
20	5.1.20	5.2.20	6.1.20	6.2.20

При выполнении домашнего задания рекомендуется пользоваться методическими указаниями к решению задач по курсу общей физики: **Л.К. Мартинсон, Е.В. Смирнов**. Разделы: “Волновые свойства частиц. Гипотеза де Бройля”, “Уравнение Шредингера. Стационарные задачи квантовой механики”, “Квантовые свойства атомов”, “Измерение физических величин в квантовых системах”, а также методическими указаниями к домашнему заданию по курсу общей физики (раздел “Элементы квантовой механики”). **Константинов М.Ю.** Методические

указания к решению задач по курсу общей физики, раздел “Принцип суперпозиции в квантовой механике” – М.: МГТУ, 2009. Эти пособия можно найти на сайте кафедры физики МГТУ.

## ЗАДАЧИ

- 5.1.01. В 1999г. в Венском университете был осуществлен эксперимент по дифракции очень массивных частиц – фуллеренов – молекул углерода  $C_{60}$ . Пучок молекул направлялся на



дифракционную решетку с периодом  $d = 100$  нм, а затем на расстоянии  $l = 1,25$  м от решетки измерялось пространственное распределение прошедших частиц. Как видно из графика, приведенного на рисунке, в опыте кроме прямого пучка наблюдалось еще два симметрично расположенных максимума на расстояниях  $\pm 25$  мкм. Какова была скорость фуллеренов в пучке?

- 5.1.02. На какую кинетическую энергию должен быть рассчитан ускоритель заряженных частиц с массой покоя  $m_0$ , чтобы с их помощью можно было исследовать структуры с линейными размерами  $l$ ? Решите задачу для электронов и протонов в случае  $l = 10^{-18}$  м, что соответствует радиусу слабого взаимодействия.

- 5.1.03. Поток нейтронов проходит через узкие радиальные щели в двух дисках из кадмия, поглощающего нейтроны. Диски насажены на общую ось так, что щели повернуты друг относительно друга на угол  $\alpha$ . Диски вращаются с угловой скоростью  $\omega = 400$  рад/с, расстояние между ними  $L = 1$  м. Найти угол  $\alpha$ , если длина волны де Бройля пропускаемых таким устройством нейтронов равна  $\lambda = 0,1$  нм.

- 5.1.04. Условие Брэгга-Вульфа с учетом преломления электронных волн в кристалле имеет вид  $2d\sqrt{n_e^2 - \cos^2 \vartheta} = k\lambda$ , где  $d$  - межплоскостное расстояние,  $n_e$  - показатель преломления,  $\vartheta$  - угол скольжения,  $k$  - порядок отражения. Найдите с помощью этого условия угол  $\vartheta$ , если пучок электронов, ускоренный разностью потенциалов  $U = 85$  В, образует максимум 2-го порядка при брэгговском отражении от кристаллических плоскостей с  $d = 0,204$  нм. Внутренний потенциал монокристалла серебра  $\varphi = 15$  В.

- 5.1.05. Коллимированный пучок электронов, прошедших ускоряющую разность потенциалов  $U = 30$  кВ, падает нормально на тонкую поликристаллическую фольгу золота. Постоянная кристаллической решетки золота  $d = 0,41$  нм. На фотопластинке, расположенной за фольгой на расстоянии  $l = 20$  см от нее, получена дифракционная картина, состоящая из ряда концентрических окружностей. Определите: а) длину волны де Бройля электронов  $\lambda$ ; б) брэгговский угол  $\vartheta_A$ , соответствующий первой окружности; в) радиус  $r$  первой окружности.

- 5.1.06. Покажите, что в атоме водорода и водородоподобных атомах на круговой стационарной боровской орбите укладывается целое число длин волн де Бройля электрона. Определите длину волны де Бройля электрона на круговой орбите с главным квантовым числом  $n$ .

- 5.1.07. Узкий пучок электронов, прошедших ускоряющую разность потенциалов  $U$ , падает нормально на поверхность некоторого монокристалла. Под углом  $\vartheta = 55^\circ$  к нормали к поверхности кристалла наблюдается максимум отражения электронов первого порядка. Определите  $U$ , если расстояние между отражающими атомными плоскостями кристалла составляет  $d = 0,2$  нм.
- 5.1.08. Получите приближенное выражение для длины волны де Бройля ультрарелятивистской частицы, т.е. такой частицы, кинетическая энергия  $E$  которой много больше ее энергии покоя  $mc^2$ . При каких значениях  $E$  можно пользоваться этим выражением, чтобы ошибка не превосходила 5%? Вычислить длину волны де Бройля  $\lambda$  для ультрарелятивистских протонов с энергией  $E = 76$  ГэВ, ускоряющихся на Серпуховском протонном синхротроне.
- 5.1.09. При дифракции атомов гелия на дифракционной нанорешетке с периодом  $d = 200$  нм максимум первого порядка наблюдался под углом  $\varphi_1 = 1,7$  мрад. В пучке наряду с атомами гелия присутствовали кластеры  $He_2$  (димеры) и  $He_3$  (тримеры), обладавшие той же скоростью, что и атомы гелия. Найдите угловое положение дифракционных максимумов первого порядка  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  для этих кластеров.
- 5.1.10. При пропускании пучка нейтронов от ядерного реактора через блок прессованного графита все нейтроны с длинами волн де Бройля короче  $\lambda_0 = 0,67$  нм испытывают дифракционное отражение Брэгга-Вульфа. Проходят через блок только медленные, так называемые холодные нейтроны. Определите максимальную температуру, соответствующую самым коротким волнам де Бройля нейтронов, пропускаемых графитом, а также вычислите постоянную  $d$  решетки графита.
- 5.1.11. Считая, что минимальная энергия  $E$  нуклона (протона или нейтрона) в ядре равна 10 МэВ, оцените, исходя из соотношения неопределенностей, линейные размеры ядра.
- 5.1.12. Исходя из предположения, что заряд атомного ядра равномерно распределен по его объему, покажите, используя соотношение неопределенностей, что электроны не могут входить в состав ядра. Линейные размеры ядра считать равными  $5 \cdot 10^{-15}$  м.
- 5.1.13. Используя соотношение неопределенностей энергии и времени, определите среднее время жизни атома в возбужденном состоянии  $\tau$ , если естественная ширина спектральной линии излучения атома при переходе его из возбужденного состояния в основное  $\Delta\lambda = 20$  фм, а длина волны излучения  $\lambda = 600$  нм.
- 5.1.14. Покажите с помощью отношения неопределенностей, что для движущейся частицы, неопределенность координаты которой равна длине волны де Бройля, неопределенность скорости равна по порядку величины самой скорости частицы.
- 5.1.15. Оцените с помощью соотношения неопределенностей Гейзенберга неопределенность скорости электрона в атоме водорода, полагая размер атома  $a = 10^{-10}$  м. Сравните полученную величину со скоростью электрона на первой боровской орбите.
- 5.1.16. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии составляет величину  $\Delta t \sim 10^{-8}$  с. При переходе атома в основное состояние испускается фотон, средняя длина волны которого

равна  $\lambda = 500$  нм. Оцените ширину  $\Delta\lambda$  и относительную ширину  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  излучаемой спектральной линии, если не происходит ее уширения за счет других процессов. (Такая ширина называется естественной шириной спектральной линии).

- 5.1.17. Длина волны  $\lambda$  излучаемого атомом фотона составляет 0,6 мкм. Принимая время жизни возбужденного состояния  $\Delta t = 10^{-8}$  с, определите отношение естественной ширины  $\Delta E$  возбужденного энергетического уровня к энергии  $E$ , излученной атомом.
- 5.1.18. С помощью соотношения неопределенностей оцените минимальную энергию  $E_1$ , которой может обладать частица массы  $m$ , находящаяся в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной  $a$ .
- 5.1.19. Нейтрон, летящий со скоростью  $V = 0,1$  м/с, попадает в щель с абсолютно отражающими стенками, параллельными направлению его движения. Длина щели в этом направлении  $l = 0,01$  м, ширина  $d = 10^{-6}$  м. Пользуясь соотношением неопределенностей, оцените время, в течение которого нейтрон пройдет через щель.
- 5.1.20. Используя соотношение неопределенностей энергии и времени, определите длину волны излучения  $\lambda$ , если среднее время жизни атома в возбужденном состоянии  $\tau = 10^{-8}$  с, а естественная ширина спектральной линии излучения атома при переходе его из возбужденного состояния в основное  $\Delta\lambda = 20$  фм.
- 5.2.01. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найдите массу частицы, если ширина ямы  $a$  и разность энергий второго и первого возбужденных состояний равна  $\Delta E$ .
- 5.2.02. Частица находится в двумерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Координаты  $x$  и  $y$  частицы лежат в пределах  $0 < x < a$ ,  $0 < y < b$ , где  $a$  и  $b$  - стороны ямы. Определите вероятность нахождения частицы с наименьшей энергией в области: а)  $0 < x < \frac{a}{4}$  ( $P_1$ ); б)  $0 < y < \frac{b}{4}$  ( $P_2$ );  
в)  $0 < x < \frac{a}{4}$ ,  $0 < y < \frac{b}{4}$  ( $P_3$ ). Убедитесь, что  $P_1 \cdot P_2 = P_3$ .
- 5.2.03. Частица массой  $m_0$  находится в основном состоянии в двумерной квадратной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найдите энергию частицы, если максимальное значение плотности вероятности местонахождения частицы равно  $w_m$ .
- 5.2.04. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками, имеющей ширину  $a$ . В каких точках интервала  $0 < x < a$  плотность вероятности обнаружения частицы одинакова для основного и второго возбужденного состояний?
- 5.2.05. Частица массой  $m_0$  находится в одномерном потенциальном поле  $U(x)$  в стационарном состоянии, описываемом волновой функцией  $\psi(x) = A \exp(-\alpha x^2)$ ,

где  $A$  и  $\alpha$  - заданные постоянные ( $\alpha > 0$ ). Найдите энергию частицы и вид функции  $U(x)$ , если  $U(0) = 0$ .

- 5.2.06. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найдите отношение вероятностей нахождения частицы в средней трети ямы для первого и второго возбужденных состояний.
- 5.2.07. Частица массы  $m$  находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме ширины  $a$  с бесконечно высокими стенками. Найдите число  $dN$  энергетических уровней в интервале энергий  $(E, E + dE)$ , если уровни расположены весьма густо.
- 5.2.08. Однократно ионизованную молекулу органического красителя, в которой электрон может двигаться от одного конца цепочки к другому, в некотором приближении можно считать одномерной бесконечно глубокой потенциальной ямой с шириной  $a = 0,84$  нм. Цвет красителя в данном случае определяется переходом  $4 \rightarrow 3$ . Какой цвет имеет краситель?
- 5.2.09. Частица массы  $m$  локализована в трехмерной сферически симметричной потенциальной яме радиуса  $a$  с непроницаемыми стенками. Для состояния, в котором волновая функция частицы зависит только от  $r$ , максимальное значение плотности вероятности местонахождения частицы равно  $P_m$ . Найдите радиус ямы  $r$  и энергию частицы  $E$  в данном состоянии.
- Указание: Волновую функцию частицы следует искать в виде  $\psi(r) = \frac{u(r)}{r}$ .
- 5.2.10. Покажите, что среди сферически симметричных решений уравнения Шредингера для водородоподобного атома, конечных при  $r = 0$  и обращающихся в нуль при  $r \rightarrow \infty$ , имеется экспоненциальное решение  $\exp(-\alpha r)$ . Найдите постоянную  $\alpha$ , волновую функцию  $\psi(r)$  и энергию атома в рассматриваемом состоянии.
- 5.2.11. Электрон с энергией  $E = 4,9$  эВ налетает на прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U = 5$  эВ. Оцените, при какой ширине барьера  $d$  коэффициент прохождения электрона через барьер  $D$  будет равен  $0,2$ ?
- 5.2.12. Электрон, обладающий энергией  $E = 50$  эВ, встречает на своем пути потенциальный порог высотой  $U = 20$  эВ. Определите вероятность отражения электрона от этого порога.
- 5.2.13. Микрочастица налетает на прямоугольный потенциальный порог высотой  $U_0$ . Энергия частицы равна  $E$ , причем  $E > U_0$ . Найдите коэффициент отражения  $R$  и коэффициент прозрачности  $D$  этого барьера. Убедитесь, что значения этих коэффициентов не зависят от направления движения падающей частицы (слева направо или справа налево).
- 5.2.14. Найдите коэффициент прохождения частицы массой  $m_0$  через треугольный потенциальный барьер вида

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ U_0 \left(1 - \frac{x}{d}\right), & 0 < x < d \\ 0, & x > d \end{cases}$$

в зависимости от энергии частицы  $E$  при  $E < U_0$ . Такой вид потенциального барьера соответствует барьеру, преодолеваемому электронами при холодной (полевой) эмиссии из металла.

- 5.2.15. Найдите коэффициент прохождения частицы массой  $m_0$  через потенциальный барьер вида

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ U_0 \left(1 - \frac{x^2}{d^2}\right), & 0 < x < d \\ 0, & x > d \end{cases}$$

в зависимости от энергии частицы  $E$  при  $E < U_0$ .

- 5.2.16. Частица с энергией  $E$  налетает на прямоугольный потенциальный порог высотой  $U_0$ .

Найдите приближенное выражение для коэффициента отражения  $R$  для случая  $\frac{U_0}{E} \ll 1$ .

- 5.2.17. Электрон с энергией  $E$  движется над прямоугольной потенциальной ямой шириной  $a$  и глубиной  $U_0$ . Найдите значения энергии  $E$ , при которых электрон будет беспрепятственно проходить над ямой. Убедитесь, что это будет происходить при условии, что ширина ямы  $a$  равна целому числу дебройлевских полувольт частицы внутри ямы. Вычислите минимальную энергию электрона  $E_{min}$  при  $U_0 = 10 \text{ эВ}$  и  $a = 0,25 \text{ нм}$ .

- 5.2.18. Частица массы  $m_0$ , обладающая энергией  $E$ , налетает на прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U_0$  и шириной  $a$ . Энергия частицы  $E > U_0$ . Найдите коэффициент “надбарьерного” отражения  $R$  и коэффициент прозрачности барьера  $D$  для этой частицы.

- 5.2.19. Частица с энергией  $E$  налетает на прямоугольный потенциальный порог высотой  $U_0$  ( $E > U_0$ ). Найдите приближенное выражение для коэффициента отражения  $R$  для случая  $\frac{E - U_0}{U_0} \ll 1$ .

- 5.2.20. В 1921г. немецкий физик К. Рамзауэр обнаружил аномальную “прозрачность” атомов криптона для электронов с энергией  $E = 0,6 \text{ эВ}$ . Этот эффект обусловлен волновыми свойствами электронов. Моделируя поле атома с помощью одномерной прямоугольной потенциальной ямы глубиной  $U_0 = 2,5 \text{ эВ}$ , оцените радиус атома криптона.

- 6.1.01. Волновая функция основного состояния электрона в атоме водорода имеет вид

$$\psi(r) = A \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right), \text{ где } r - \text{расстояние электрона от ядра, } a_0 - \text{радиус первой боровской}$$

орбиты ( $a_0 = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/me^2$ ),  $m$  - масса электрона,  $e$  - заряд электрона,  $A$  - нормировочная константа. Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром  $U(r) = -e^2/4\pi\epsilon_0 r$ . Определите  $A$  и среднее значение потенциальной энергии  $\langle U \rangle$ .

- 6.1.02. Частица находится в двумерной квадратной потенциальной яме с непроницаемыми стенками во втором возбужденном состоянии. Найдите среднее значение квадрата импульса частицы  $\langle p^2 \rangle$ , если сторона ямы равна  $a$ .
- 6.1.03. Частица массой  $m_0$  находится в одномерной потенциальной яме с непроницаемыми стенками во втором возбужденном состоянии. Найдите среднее значение кинетической энергии частицы  $\langle E_K \rangle$ , если ширина ямы равна  $a$ .
- 6.1.04. Рассчитайте  $\langle x \rangle$ ,  $\langle x^2 \rangle$ ,  $\langle p \rangle$ ,  $\langle p^2 \rangle$  для уровня  $n$  бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной ямы. Выполняется ли в этом случае принцип неопределенности? Для какого уровня результат ближе всего к теоретическому пределу?
- 6.1.05. В некоторый момент времени координатная часть волновой функции частицы, находящейся в одномерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками ( $0 < x < a$ ), имеет вид  $\psi(x) = Ax(a-x)$ . Найдите среднюю кинетическую энергию частицы в этом состоянии, если масса частицы равна  $m_0$ .
- 6.1.06. Волновая функция, описывающая состояние частицы, имеет вид  $\Psi(x,t) = A \exp(-\lambda|x| - i\omega t)$ , где  $A$ ,  $\lambda$  и  $\omega$  - положительные действительные константы. Определите  $A$ ,  $\langle x \rangle$ ,  $\langle x^2 \rangle$ , а также среднее квадратичное отклонение (дисперсию)  $\sigma_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$ . При решении обратите внимание на четность подынтегральных функций.
- 6.1.07. В некоторый момент времени координатная часть волновой функции частицы, находящейся в одномерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками ( $0 < x < a$ ), имеет вид  $\psi(x) = A \sin^2 \frac{\pi x}{a}$ . Найдите вероятность пребывания частицы в основном состоянии.
- 6.1.08. Найдите средние значения кинетической и потенциальной энергий квантового осциллятора с частотой  $\omega_0$  в основном состоянии, описываемом волновой функцией  $\psi(x) = A \exp\left(-\frac{m_0\omega_0 x^2}{2\hbar}\right)$ , где  $A$  - некоторая постоянная, а  $m_0$  - масса осциллятора.
- 6.1.09. Докажите, что квадрат момента импульса частицы  $L^2$  может быть одновременно измерим с кинетической энергией частицы  $E_K$ .  
Указание: Рассмотрите коммутатор операторов  $\hat{L}^2$  и  $\hat{E}_K$ .
- 6.1.10. В момент времени  $t = 0$  волновая функция частицы в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками имеет вид

$$\psi(x) = A \sin \frac{3\pi x}{2a} \cos \frac{\pi x}{2a}.$$

Считая, что масса частицы равна  $m_0$ , найдите среднюю кинетическую энергию частицы в данном состоянии. Укажите, суперпозицией каких состояний частицы в потенциальной яме является данное состояние. Найдите волновую функцию  $\Psi(x, t)$ .

- 6.1.11. В момент времени  $t = 0$  волновая функция частицы в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками имеет вид

$$\psi(x) = A \sin \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi x}{a}.$$

Считая, что масса частицы равна  $m_0$ , найдите среднее значение импульса частицы в данном состоянии. Укажите, суперпозицией каких состояний частицы в потенциальной яме является данное состояние. Найдите волновую функцию  $\Psi(x, t)$ .

- 6.1.12. Определите среднее значение кинетической энергии  $\langle E_{кин} \rangle$  и средней квадратичной скорости электрона  $v_{кв}$  в основном состоянии атома водорода.

- 6.1.13. В момент времени  $t = 0$  волновая функция частицы в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками имеет вид

$$\psi(x) = A \sin \frac{5\pi x}{2a} \cos \frac{\pi x}{2a}.$$

Считая, что масса частицы равна  $m_0$ , найдите среднюю кинетическую энергию частицы в данном состоянии. Укажите, суперпозицией каких состояний частицы в потенциальной яме является данное состояние. Найдите волновую функцию  $\Psi(x, t)$ .

- 6.1.14. В момент времени  $t = 0$  волновая функция частицы в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с непроницаемыми стенками является равновероятной суперпозицией второго и четвертого возбужденных состояний. Считая, что масса частицы равна  $m_0$ , найдите среднее значение импульса частицы в данном состоянии.

- 6.1.15. Найдите среднее значение кинетической и потенциальной энергии квантового гармонического осциллятора с частотой  $\omega_0$ , находящегося в первом возбужденном состоянии, описываемом волновой функцией

$$\psi(x) = A x \exp\left(-\frac{m_0 \omega_0 x^2}{2\hbar}\right), \quad -\infty < x < +\infty.$$

Здесь  $A$  - некоторая нормировочная постоянная,  $m_0$  - масса частицы.

- 6.1.16. В некоторый момент времени координатная часть волновой функции частицы, находящейся в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками, имеет вид

$$\psi(x) = A \sin^3 \frac{\pi x}{a}.$$



Найдите вероятность пребывания частицы в первом возбужденном состоянии.

- 6.1.17. В некоторый момент времени координатная часть волновой функции частицы, находящейся в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками, имеет вид

$$\psi(x) = A \sin^3 \frac{\pi x}{a}.$$

Найдите среднее значение кинетической энергии частицы в этом состоянии.

- 6.1.18. В некоторый момент времени координатная часть волновой функции частицы, находящейся в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками, имеет вид

$$\psi(x) = A \left( \sin \frac{\pi x}{a} + \sin^2 \frac{\pi x}{a} \right).$$

Найдите вероятность пребывания частицы в первом возбужденном состоянии. Укажите, суперпозицией каких состояний частицы в потенциальной яме является данное состояние. Найдите волновую функцию  $\Psi(x, t)$ .

- 6.1.19. Определите результаты измерения проекции импульса  $L_z$  и их вероятности для системы, находящейся в состоянии, описываемом волновой функцией

$$\psi(\varphi) = A(1 + \sin 2\varphi),$$

где  $\varphi$  - азимутальный угол.

- 6.1.20. Определите результаты измерения проекции импульса  $L_z$  и их вероятности для системы, находящейся в состоянии, описываемом волновой функцией

$$\psi(\varphi) = A(1 + \cos \varphi),$$

где  $\varphi$  - азимутальный угол.

- 6.2.01. Оцените минимальную дебройлевскую длину волны свободных электронов в металле при температуре  $T = 0$ , считая, что металл содержит по одному свободному электрону на атом, а его кристаллическая решетка является простой кубической с периодом  $a$ .

- 6.2.02. Чему равна энергия Ферми  $E_F$  натрия при температуре  $T = 0$ , если число свободных электронов, приходящихся на один атом натрия, составляет  $\eta = 0,96$ ? Плотность натрия  $\rho = 0,97 \text{ кг/м}^3$ .

- 6.2.03. Найдите интервал между соседними энергетическими уровнями свободных электронов в металле при температуре  $T = 0$  вблизи уровня Ферми. Считайте, что концентрация свободных электронов  $n = 3 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ .

- 6.2.04. Найдите среднюю скорость свободных электронов в рубидии при температуре  $T = 0$ , если энергия Ферми рубидия  $E_F = 1,82 \text{ эВ}$ .

- 6.2.05. Для того, чтобы средняя энергия электронов классического (невыврожденного) электронного газа была равна средней энергии свободных электронов в меди при

температуре  $T = 0$ , классический газ электронов нужно нагреть до температуры  $T = 3 \cdot 10^4$  К. Найдите энергию Ферми  $E_F$  для меди.

6.2.06. Найдите энергию Ферми  $E_F$  для алюминия при температуре  $T = 0$ . Считайте, что на каждый атом алюминия приходится  $\eta = 3$  свободных электрона, а плотность алюминия  $\rho = 2,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

6.2.07. При какой температуре металла  $T$  вероятность найти в нем электрон с энергией  $E$ , превосходящей энергию Ферми  $E_F$  на  $\Delta E = 0,5$  эВ, составляет  $P = 0,02$ ?

6.2.08. Найдите при температуре  $T = 0$  плотность состояний электронов в серебре  $\frac{dn}{dE}$  вблизи уровня Ферми, если энергия Ферми серебра составляет  $E_F = 5,5$  эВ.

6.2.09. Определите, во сколько раз изменится вероятность заполнения электронами в металле энергетического уровня, расположенного на  $\Delta E = 0,1$  эВ выше уровня Ферми, если температуру металла повысить от  $T_1 = 300$  К до  $T_2 = 400$  К.

6.2.10. Найдите положение уровня Ферми и суммарную кинетическую энергию свободных электронов в объеме  $\Delta V = 1$  см<sup>3</sup> серебра при температуре  $T = 0$ , полагая, что число свободных электронов равно количеству атомов серебра.

6.2.11. Получите выражение для постоянной Холла  $R_H$  в примесном полупроводнике, в котором концентрации электронов и дырок равны, соответственно,  $n$  и  $p$ , а их подвижности –  $\mu_n$  и  $\mu_p$ . При каком соотношении между этими величинами эффект Холла будет отсутствовать?

6.2.12. Тонкая металлическая лента шириной  $d$  и толщиной  $a$  помещена в однородное магнитное поле с индукцией  $B$ , перпендикулярное плоскости ленты. По ленте пропускают ток  $I$ . Найдите разность потенциалов, возникающую между краями ленты (на расстоянии  $d$ ), если концентрация свободных электронов в металле равна  $n$ .

6.2.13. По металлической трубе с внутренним и внешним радиусами, равными, соответственно,  $R_1$  и  $R_2$ , течет равномерно распределенный ток  $I$ . Определите разность потенциалов, установившуюся между внутренней и наружной поверхностями трубы. Концентрация свободных электронов в металле равна  $n$ .

6.2.14. Температурный коэффициент сопротивления  $\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}$  чистого беспримесного германия при комнатной температуре равен  $\alpha = -0,05 \text{ K}^{-1}$ . Найдите красную границу фотопроводимости  $\lambda_e$  для этого полупроводника при низких температурах.

6.2.15. Собственный полупроводник с шириной запрещенной зоны  $\Delta E_g = 0,67$  эВ находится при температуре  $T_1 = 300$  К. До какой температуры  $T_2$  нужно нагреть полупроводник, чтобы

его проводимость увеличилась в  $\eta = 2$  раза?

- 6.2.16. Удельное сопротивление некоторого чистого беспримесного полупроводника при комнатной температуре  $\rho = 50 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . После включения источника света оно стало  $\rho_1 = 40 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ , а через  $t = 8 \text{ мс}$  после выключения источника света удельное сопротивление оказалось  $\rho_2 = 45 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . Найдите среднее время жизни электронов проводимости и дырок.
- 6.2.17. Ширина запрещенной зоны полупроводника  $\Delta E_g = 1,0 \text{ эВ}$ . Какова вероятность заполнения электроном вблизи дна зоны проводимости при температуре  $T = 300 \text{ К}$ ? Увеличится ли эта вероятность, если на полупроводник действует электромагнитное излучение с длиной волны  $\lambda_1 = 1 \text{ мкм}$ ;  $\lambda_2 = 2 \text{ мкм}$ ?
- 6.2.18. Удельное сопротивление чистого кремния при комнатной температуре равно  $\rho = 1000 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ , ширина запрещенной зоны  $\Delta E_g = 1,12 \text{ эВ}$ . Предполагая, что эффективные плотности состояний и подвижности электронов и дырок не зависят от температуры, найдите величину удельного сопротивления кремния при температуре  $T = 320 \text{ К}$ .
- 6.2.19. Определите ток через образец кремния, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с размерами  $a \times b \times c = 50 \times 5 \times 1 \text{ мм}$ , если вдоль образца приложено напряжение  $U = 10 \text{ В}$ . Известно, что концентрация электронов в полупроводнике  $n = 10^{21} \text{ м}^{-3}$ , а их подвижность  $\mu_n = 0,14 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ .
- 6.2.20. Найдите отношение полного тока через полупроводник к току, обусловленному только дырочной составляющей: а) в собственном германии; б) в германии  $p$ -типа с удельным сопротивлением  $\rho = 0,05 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ . Принять собственную концентрацию носителей заряда при комнатной температуре  $n_n = n_p = 2,1 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ , подвижность электронов  $\mu_n = 0,39 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , подвижность дырок  $\mu_p = 0,19 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ .