

### Модуль 1, задача 1 - Метод Галеркина

Рассматривается начально краевая задача в двумерной пространственно-временной области  $D = \{(x, t) : 0 \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T\}$ . Найти решение уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

удовлетворяющее условиям

$$u(0, t) = c_2, \quad u(l, t) = c_3,$$

$$u(x, 0) = c_4 x^2 + \frac{c_3 - c_2 - c_4 l^2}{l} x + c_2,$$

$$\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = 0,$$

где  $c_1, c_2, c_3, c_4$  – некоторые заданные постоянные величины.

1. Методом Фурье разделения переменных (краевая задача со стационарными неоднородностями) найти точное решение  $U(x, t)$  задачи и построить совмещенные графики точного решения при  $T = 0, 1, 2, 3, 4$ .

2. Методом Галеркина найти пробные решения  $u_n(x, T)$ ,  $n = 0, 1, 2, 3$ , используя системы пробных  $u_n(x, t)$  и поверочных функций  $w_n(x, t)$ . Определить меры точности полученных решений. Сделать вывод о точности решений.

No	$l$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
1	3	9	0.1	-0.1	1
2	2	4	-0.1	0.1	-1
3	1	1	0.1	0.2	1
4	3	4/9	0.2	0.1	-1
5	2	9	-0.1	0.1	1
6	1	4	0.1	-0.1	-1
7	2	9	-0.1	-0.2	1
8	3	4/3	0.1	0.2	-1
9	1	9	-0.2	0.1	1
10	2	4	0.1	-0.1	-1
11	3	9	-0.1	-0.2	1

Рассматривается начально краевая задача в двумерной пространственно-временной области  $D = \{(x, t) : 0 \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T\}$ . Найти решение уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

удовлетворяющее условиям

$$u(0, t) = c_2, u(l, t) = c_3,$$

$$u(x, 0) = c_4 x^2 + \frac{c_3 - c_2 - c_4 l^2}{l} x + c_2,$$

где  $c_1, c_2, c_3, c_4$  – некоторые заданные постоянные величины.

1. Методом Фурье разделения переменных (краевая задача со стационарными неоднородностями) найти точное решение  $U(x, t)$  задачи и построить совмещенные графики точного решения при  $T = 0, 1, 2, 3, 4$ .

2. Методом Галеркина найти пробные решения  $u_n(x, T)$ ,  $n = 0, 1, 2, 3$ , используя системы пробных  $u_n(x, t)$  и поверочных функций  $w_n(x, t)$ . Определить меры точности полученных решений. Сделать вывод о точности решений.

<i>No</i>	<i>l</i>	<i>c</i> <sub>1</sub>	<i>c</i> <sub>2</sub>	<i>c</i> <sub>3</sub>	<i>c</i> <sub>4</sub>
12	$\pi$	0.1	1	3	1
13	$0.5\pi$	0.2	2	4	−1
14	$0.25\pi$	0.4	3	5	1
15	$\pi$	0.1	3	1	−1
16	$0.5\pi$	0.2	4	2	1
17	$0.25\pi$	0.4	5	3	−1
18	$0.25\pi$	0.3	1	3	1
19	$0.5\pi$	0.4	2	4	−1
20	$\pi$	0.2	3	5	1
21	$3/2\pi$	0.1	5	1	−1
22	$3/4\pi$	0.2	4	2	1