

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МГТУ им Н.Э.Баумана

Факультет ФН

Кафедра вычислительной математики и математической физики

Соколов Арсений Андреевич

Домашнее задание №7 по математической  
статистике

3 курс, группа ФН11-53Б  
Вариант 9

Преподаватель

\_\_\_\_\_ Т. В. Облакова

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

Москва, 2019 г.

# Задание 1

Используя группированную выборку из задачи №1, проверить на уровне  $\alpha$  гипотезу  $H_0$ : выборка взята из генеральной совокупности, распределенной по закону  $F(x)$ . Неизвестные параметры распределения  $F(x)$  найти методом моментов.

**Решение.**

Рассмотрим выборку:

```
> df <- read.csv("db.csv", header = F) #data import
> df$V1
[1] 14.495  5.343 14.396 12.888  2.375  9.234
[7]  5.811  4.727  4.843  3.377  8.681 12.173
[13]  4.715 17.985  8.592 10.268 17.921  6.078
[19]  7.241  4.646  9.927 16.195  5.006 17.757
[25]  7.175 15.992  8.206  9.182  9.097  4.964
[31]  5.814 15.535 15.864 12.040  3.608  6.883
[37]  8.428 13.890 14.237  5.647 15.850  6.355
[43]  3.086  9.919  3.635 12.768  2.867  2.666
[49] 11.093  9.838  7.357  8.282 11.449 13.957
[55]  6.875 17.117 17.963  2.744 12.177  9.861
[61]  3.375 13.924 10.821  2.903 11.095 12.911
[67]  3.878 10.351  8.250 14.186 15.506  5.743
[73] 12.906  9.012 12.767 15.988  9.493 15.694
[79]  5.333 16.892  5.140  9.354  7.683 16.175
[85]  8.415  9.458 16.058 12.959 12.175 14.286
[91] 15.134 12.423  6.734 15.439 14.022 15.308
[97]  8.916 17.690 12.959 14.919  7.479  9.869
[103] 12.924 10.511 12.622 14.612 17.103  7.039
[109] 13.480  6.542  4.354  6.339 13.535  5.175
[115]  9.159  4.942 13.325 15.649  8.905 15.238
```

Параметры нашего распределения имеют вид:

$$a = X_{(1)}$$
$$b = X_{(120)}$$

```
> a <- min(df)
> a
[1] 2.375
> b <- max(df)
> b
[1] 17.985
```

Тогда исходная случайная величина имеет непрерывное равномерное распределение на отрезке  $[a; b] = [2.375; 17.985]$  и ее плотность  $f_X(x)$  имеет вид:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{15.610}, & x \in [2.375; 17.985] \\ 0, & x \notin [2.375; 17.985]. \end{cases}$$

Рассмотрим нулевую гипотезу  $H_0$ , заключающуюся в том, что выборка взята из генеральной совокупности, распределенной по равномерному закону, с уровнем доверия  $\alpha = 0.01$ .

Для проверки выдвинутой гипотезы воспользуемся критерием хи-квадрат: сравним рассчитанные по нашей выборке статистику  $\chi_B^2$  с квантилем  $\chi_{1-\alpha}^2(m-1)$ , где  $m$  – число степеней свободы, которое в данном случае равно  $m = 6$ .

Рассчитаем статистику  $\chi_B^2 = \sum_{i,j} \frac{f_{ij} - e_{ij}}{e_{ij}}$ , где  $f_{ij}$  – относительные выборочные частоты, а  $e_{ij}$  – теоретические частоты:

```
> pt1 <- c(punif(pl1$breaks[2], a, b),
+          punif(pl1$breaks[-c(1:2, length(pl1$breaks))], a, b)
+          - punif(pl1$breaks[-c(1, (length((pl1$breaks))-1) :
+          length((pl1$breaks))]), a, b))
> pt1
[1] 0.125 0.125 0.125 0.125 0.125 0.125 0.125 0.125
> pt <- c(pt1, 1-sum(pt1))
> pt
[1] 0.125 0.125 0.125 0.125 0.125 0.125 0.125 0.125
> npt <- pt * n
> npt
[1] 15 15 15 15 15 15 15 15
> chi_sq <- sum((npt - pl1$counts)^2/(npt))
> chi_sq
[1] 11.06667
```

А также квантиль  $\chi_{0.99}^2(5)$ :

```
> qchisq(0.99, 5)
[1] 15.08627
```

Имеем:

$$\begin{aligned} 11.06667 &< 15.08627 \\ \Updownarrow \\ \chi_B^2 &< \chi_{0.99}^2(5) \end{aligned}$$

Таким образом, у нас нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу  $H_0$ . Построим гистограмму частот:

```

> png(filename = "../img/hist_with_unif_dens.png",
+       width = 1920, height = 1080,
+       pointsize = 24, res = 96 * 1.25)
> par(mar = c(3, 3, 2, 1), xaxs = "i", yaxs = "i")
> pl1 <- hist(df$V1,
+             breaks = seq(min_el, max_el, by = bin_width),
+             xlim = c(0, 20), ylim = c(0.00, 0.10), axes = F, freq = F,
+             main = "Histogram of data")
> axis(1, seq(0, 20, 1))
> axis(2, seq(0.00, 0.10, 0.01), las = 1)
> grid(nx = 20, ny = 10, equilogs = F)
> curve(dunif(x, 2.5978, 17.9383), 2.5978, 17.9383,
+       xlim = c(0, 20), add = T, col = "red", lwd = 3)
> legend("topright", c("uniform density"),
+       lty=c(1),
+       fill=c("red"))
> dev.off()

```

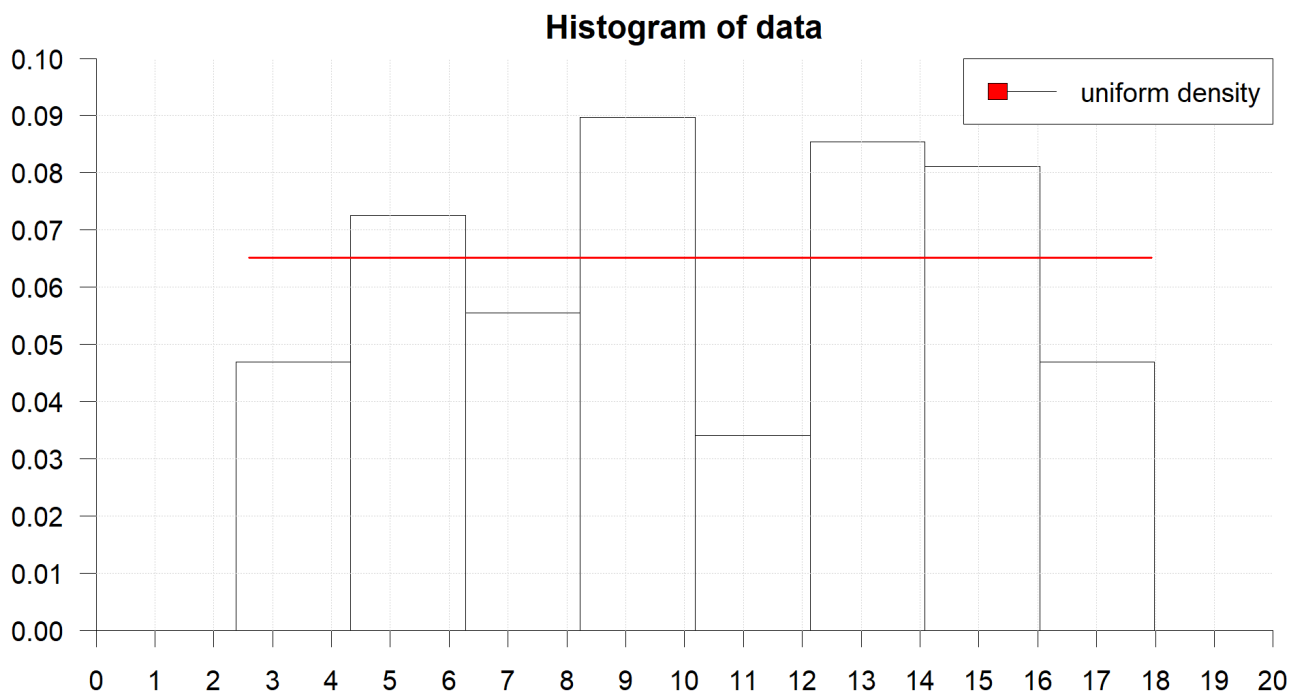


Рис. 1: Совмещённый график гистограммы и плотности равномерного закона.