**Теоретические вопросы к коллоквиуму**

**по модулю 4 « Проверка гипотез».**

1. Задача проверки гипотез. Основные определения: виды гипотез, критерий, функция мощности, ошибки 1-го и 2-го рода. Проверка простых гипотез о параметрах нормально распределенной совокупности. Примеры.

2. Критерий отношения правдоподобия Неймана-Пирсона. Его оптимальность (с доказательством).

3. Последовательный критерий отношения правдоподобия Вальда. Тождества Вальда. Средний объем испытаний. Пример применения.

4. Непараметрические гипотезы. Проверка простой гипотезы о законе распределения генеральной совокупности. Теорема Пирсона (с доказательством).

5. Критерий хи-квадрат Пирсона. Проверка сложных гипотез о законе распределения генеральной совокупности. Проверка гипотезы о независимости признаков. Примеры.

6. Критерий согласия Колмогорова. Независимость закона распределения статистики Колмогорова от вида непрерывной функции распределения генеральной совокупности (с доказательством). Примеры вычисления статистики Колмогорова.

7. Двумерная выборка. Выборочные характеристики, законы распределения выборочных характеристик в случае выборки из двумерного нормального закона. Построение доверительных интервалов для коэффициента корреляции. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции (Критерии Фишера и Стьюдента).

8. Функция регрессии. Линейность функции регрессии в гауссовском случае (с выводом). Свойства функции регрессии с доказательством (математическое ожидание, представление дисперсии, минимизация среднего квадрата отклонения).

9. Корреляционное отношение, его смысл, связь с коэффициентом корреляции.

10. Линейная модель регрессии. Матричная запись. Примеры. Метод наименьших квадратов. Свойства ОНК (с доказательством).

11. Матрица ковариаций ОНК параметров линейной регрессии (с выводом).

12. Несмещенная оценка дисперсии ошибок (с доказательством)

13. Совместный закон распределения ОНК параметров регрессии и остаточной дисперсии в случае гауссовских ошибок (с доказательством).

14. Доверительные интервалы для параметров простейшей линейной регрессии в случае известной и неизвестной дисперсии ошибок.

15. Статистический анализ регрессионной модели.

# Примерный вариант контрольной работы

# «Проверка гипотез» -2019

(билет рубежного контроля состоит из 5 задач, зачетный минимум -3 верно решенные задачи)

За первые три задачи начисляются по 4 балла, за 4 и 5 еще по три балла

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| \ | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 |  |
| 16 | 4 | 6 | - | - | - | 10 |
| 26 | - | 8 | 10 | - | - | 18 |
| 36 | - | - | 32 | 3 | 9 | 44 |
| 46 | - | - | 4 | 12 | 6 | 22 |
| 56 | - | - | - | 1 | 5 | 6 |
|  | 4 | 14 | 46 | 15 | 20 | 100 |

1. Проверьте на уровне значимость коэффициента корреляции, если объем выборки ,, а альтернатива двусторонняя: .
2. Найдите выборочное уравнение прямой регрессии на по данным приведенным в таблице.
3. Найдите дисперсионную матрицу Фишера для регрессионной модели

, если .

1. Через равные промежутки времени в тонком слое раствора золота регистрировалось число частиц золота, попавших в поле зрения микроскопа. Результаты наблюдений:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число частиц | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Итого |
| Число опытов | 112 | 168 | 130 | 68 | 32 | 5 | 1 | 1 | 517 |

Проверьте на уровне гипотезу о пуассоновском распределении числа частиц.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|  | 2 | 4 | 4 | 3 | 5 | 2 |

1. Дана выборка объема из генеральной совокупности. На уровне значимости по критерию Колмогорова проверьте гипотезу о равномерном на отрезке распределении генеральной совокупности.
2. По паспортным данным автомобиля расход топлива составляет 10 л на 100 км. В результате внесения изменений в конструкцию двигателя предполагается, что расход топлива уменьшится. Были проведены измерения для 25 модернизированных машин, средний расход топлива оказался 9,3 л на 100 км.

Считая, что с.к.о. , проверьте на уровне 0,05 гипотезу о неизменности расхода против односторонней альтернативы. Найдите ошибку второго рода.

При каком количестве испытаний можно гарантировать, что при том же ошибка второго рода ? Постройте критическое множество в этом случае.

1. Выборка объема получена из распределения Пуассона. Укажите вид оптимального критического множества для проверки гипотезы против односторонней альтернативы , если , а велико (ошибку первого рода принять равной )

# Ответы Примерный вариант контрольной работы «Проверка гипотез»-2016

1. Незначим.
2. ,

Гипотеза принимается.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число частиц | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | >=5 | Итого |
| Число опытов | 112 | 168 | 130 | 68 | 32 | 7 | 517 |
| Теор.  частоты | 110,45 | 170,48 | 131,57 | 67,69 | 26,12 | 10,69 | 517 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|  | 2 | 4 | 4 | 3 | 5 | 2 |
|  | 0.1 | 0.2 | 0.2 | 0.15 | 0.25 | 0.1 |
|  | 0.1 | 0.3 | 0.5 | 0.65 | 0.9 | 1 |
|  | 0.1(6) | 0.(3) | 0.5 | 0.(6) | 0.8(3) | 1 |
|  | 0.0(6) | 0.0(3) | 0 | 0.01(6) | 0.0(6) | 0 |

Критическая точка

Поскольку , гипотеза о равномерном распределении принимается

**Замечание**. Решение относится к дискретному равномерному распределению, то есть теоретические вероятности .

1. Критическая область ,

гипотеза отклоняется, , , .

1. Составим отношение правдоподобия:

, ,

Если велико, то в предположении статистика

Следовательно, с вероятностью имеет место