**Теоретические вопросы к коллоквиуму**

**по модулю 3 « Оценивание параметров».**

1. Неравенство Чебышева (с доказательством).

2. Сходимость почти наверное. Эквивалентные определения (с доказательством). Примеры.

3. Сходимость по вероятности. Связь со сходимостью почти наверное.

4. Сходимость по распределению. Связь со сходимостью по вероятности.

5. Доказательство ЦПТ для независимых одинаково распределенных случайных величин (теорема Леви). Формулировка теоремы Ляпунова.

6. Сходимость в среднем порядка . Связь с другими видами сходимости.

7. Закон больших чисел Чебышева (с доказательством). Формулировки теорем Хинчина, Маркова, Колмогорова.

8. Эмпирическая функция распределения и ее свойства. Закон распределения . Следствия (с доказательством).

9. Законы распределения крайних членов вариационного ряда, их совместный закон распределения (с доказательством). Примеры.

10. Выборочное среднее и выборочная дисперсия и их свойства (с доказательством).

11. Точечные оценки параметров. Несмещенность, состоятельность, примеры.

Достаточные условия состоятельности (с доказательством).

12. Методы получение точечных оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия. Оценка параметров нормального распределения.

13. Эффективность оценки. Неравенство Рао-Крамера (док-во). Информация Фишера. Примеры.

14. Достаточные статистики. Критерий факторизации (док-во). Примеры достаточных статистик.

15. Принцип построения доверительных интервалов. Привести примеры.

16. Независимость выборочного среднего и выборочной дисперсии для нормально распределенной совокупности. Законы распределения выборочного среднего и выборочной дисперсии (с доказательством).

17. Основные распределения математической статистики (нормальное, хи-квадрат, Стьюдента, Фишера) и их характеристики.

# Примерный вариант контрольной работы

# «Оценивание параметров»

1. (?) Методом моментов найдите оценки неизвестных параметров  и , если распределение случайной величины задано формулой:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значения | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| частоты | 1 | 11 | 14 | 8 | 6 | 7 | 3 |

Таблица частот

1. Методом максимального правдоподобия найдите оценку неизвестного параметра θ, если плотность распределения с.в. имеет вид

и по наблюдениям получены следующие данные:

7,4; 1,5; 4,2; 4,4; 3,5; 3,4; 1,1; 2,4; 0,8; 2,6.

1. Урожайность куста картофеля равна 0 кг с вероятностью 0,1, 1 кг с вероятностью 0,2, 1,5 кг с вероятностью 0,2, 2 кг с вероятностью 0,3 и 2,5 кг с вероятностью 0,2. Какое наименьшее число клубней надо посадить, чтобы с вероятностью не менее 0,975 урожай был не менее 1 тонны?
2. На основе выборки 24; 54; 41; 17; 48; 33; 42; 44; 92; 27 для нормально распределенной величины постройте доверительный интервал для среднеквадратичного отклонения  при неизвестном среднем с коэффициентом доверия (доверительной вероятностью) 
3. Дана выборка объема из распределения Парето с плотностью

. В качестве оценки неизвестного параметра используется . Докажите, что эта оценка является асимптотически несмещенной.

**Ответы.**

1.

2.

3.

4. .

5.