

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №1
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Поиск с возвратом

Студент гр. 8304

Щука А. А.

Преподаватель

Размочаева Н.В.

Санкт-Петербург

2020

Цель работы.

Ознакомиться с алгоритмом поиска с возвратом, научиться оценивать временную сложность алгоритма и применять его для решения задач.

Постановка задачи.

Вариант 1р. Рекурсивный бэктрекинг. Поиск решения за разумное время (меньше 2 минут) для $2 \leq N \leq 40$.

Входные данные:

Размер столешницы – одно целое число N ($2 \leq N \leq 20$).

Выходные данные:

Одно число задающее минимально количество обрезков (квадратов), из которых можно построить столешницу (квадрат) заданного размера N . Далее должны идти K строк, каждая из которых должна содержать три целых числа x , y и w , задающие координаты левого верхнего угла ($1 \leq x, y \leq N$) и длину стороны соответствующего обрезка (квадрата).

Описание алгоритма.

Алгоритм разбиения:

- 1) Если квадрат оптимальный (сторона делится на 2, 3, 5), тогда алгоритм за $O(1)$ вычисляет разбиение и завершает работу.
- 2) Если квадрат неоптимальный, запускается оптимизированный алгоритм разбиения.
- 3) Исходный квадрат делится на 3 квадрата и на неполный квадрат. Разбиение представлено на рис. 1.

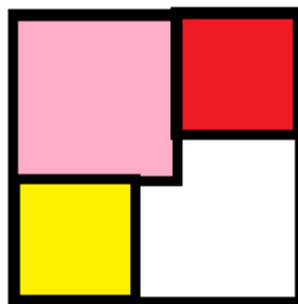


Рисунок 1 – Разбиение квадрата

- 4) Для неполного квадрата запускается бэктрекинг и находится минимальное разбиение.

Анализ алгоритма.

Для оптимальных квадратов алгоритм находит решение за $O(1)$, для неоптимальных – площадь квадрата для бэктрекинга примерно равна $\frac{1}{4}$ исходной площади, что существенно сокращает время работы. Точную оценку времени работы бэктрекинга, из-за того, что он рекурсивный и содержит циклы, дать сложно. Грубая оценка – экспоненциальное время от размера неполного квадрата. Алгоритм дольше всего работает для квадратов, у которых длина стороны – простое число. Для квадрата с длиной стороны, равной 37, алгоритм находит решение менее, чем за 3 секунды, что соответствует временному промежутку в 2 минуты. Алгоритм использует $O(n^2)$ памяти.

Описание функций и СД.

Для решения задачи был реализован класс TableTop.

Класс содержит методы вывода на экран промежуточных решений, минимального числа квадратов, результата решения.

Промежуточные решения хранятся в двумерном массиве.

Функция бэктрекинга:

`void TableTop::backtracking(int length, int x, int y)`

принимает на вход длину квадрата, и координаты левого верхнего угла, возвращаемое значение отсутствует. Функция записывает промежуточные данные и результат в поля класса.

`void TableTop::startBacktracking()`

Единственный публичный метод, который запускает бэктрекинг, применяя оптимизацию разбиением.

`void TableTop::paintSquare(int x, int y, int length)`

Метод раскрашивает квадрат в текущий цвет и меняет цвет.

`bool TableTop::findAvaibleCoord(int x, int y, int& savedX, int& savedY)`

Метод находит координаты некрашеной клетки.

`bool TableTop::canPaintSquare(int x, int y, int length)`

Метод проверки на возможность закрасить квадрат.

```
void TableTop::clearSquare(int x, int y, int len)
```

Отчищает массив-буфер.

```
void TableTop::checkMinSquare()
```

Метод сохранения результата минимального разбиения

Методы для вывода информации на экран

```
void TableTop::printSquare(Square** square)
```

```
void TableTop::writeRes()
```

Спецификация программы.

Программа предназначена для нахождения минимального способа разбиения квадрата на меньшие квадраты. Программа написана на языке C++. Входными данными является число N (сторона квадрата), выходными – минимальное количество меньших квадратов и K строк, содержащие координаты левого верхнего угла и длину стороны соответствующего квадрата. Результат работы программы представлен на рис. 2.

```
Результат:
1 1 1 1 2 2 2
1 1 1 1 2 2 2
1 1 1 1 2 2 2
1 1 1 1 4 4 5
3 3 3 6 4 4 7
3 3 3 8 8 9 9
3 3 3 8 8 9 9

Число квадратов: 9
1 1 4
5 1 3
1 5 3
5 4 2
7 4 1
4 5 1
7 5 1
4 6 2
6 6 2
```

Рисунок 2 – Результат работы программы

Выводы.

В ходе выполнения лабораторной работы был реализован алгоритм рекурсивного бэктрекинга, дана оценка времени работы алгоритма, а также были получены навыки решения задач с помощью поиска с возвратом.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

main.cpp.

```
#include <iostream>
#include <Windows.h>
#include <ctime>

#include "TableTop.h"

bool isOptimalLength(int n);
void optimalSolution(int n);

int main() {
    SetConsoleCP(1251);
    SetConsoleOutputCP(1251);

    std::cout << "Введите длину стороны квадрата [2; 40]: ";
    int n = 0; //Длина стороны квадрата
    std::cin >> n;
    if (std::cin.bad()) {
        std::cout << "\nОшибка ввода";
        exit(1);
    }
    if (n < 2 || n > 40) {
        std::cout << "\nОшибка ввода";
        exit(1);
    }

    if (isOptimalLength(n)) { //Если можно дать ответ сразу - вызываем соответствующую функцию
        optimalSolution(n);
    }
    else { //Иначе - вызываем менее производительную функцию с бэктрекингом
        TableTop tableTop(n);
        // auto startTime = clock();
        tableTop.startBacktracking();
        // auto endTime = clock();
        // std::cout << endTime - startTime << std::endl;
    }

    std::cout << std::endl;
    return 0;
}

bool isOptimalLength(int n) {
    if (n % 2 == 0 || n % 3 == 0 || n % 5 == 0) {
        return true;
    }
    return false;
}

void optimalSolution(int n) {
    if (n % 2 == 0) {
```

```

std::cout << "\nЧисло квадратов: 4\n"; //Получится 4 одинаковых квадрата
std::cout << "1 1 " << n/2 << std::endl;
std::cout << 1 + n/2 << " 1 " << n/2 << std::endl;
std::cout << "1 " << 1 + n/2 << " " << n/2 << std::endl;
std::cout << 1 + n/2 << " " << 1 + n/2 << " " << n/2 << std::endl;
}
else if (n % 3 == 0) {
std::cout << "\nЧисло квадратов: 6\n" << std::endl; // Получится квадрат размером 2/3
std::cout << "1 1 " << 2 * n / 2 << std::endl; // от размера заданного и 5 квадратов
размером 1/3
std::cout << 1 + 2 * n / 2 << " 1 " << n / 2 << std::endl;
std::cout << "1 " << 1 + 2 * n / 2 << " " << n / 2 << std::endl;
std::cout << 1 + 2 * n / 2 << " " << 1 + n / 2 << " " << n / 2 << std::endl;
std::cout << 1 + n / 2 << " " << 1 + 2 * n / 2 << " " << n / 2 << std::endl;
std::cout << 1 + 2 * n / 2 << " " << 1 + 2 * n / 2 << " " << n / 2 << std::endl;
}
else if (n % 5 == 0) {
std::cout << "\nЧисло квадратов: 8\n" << std::endl; // Получится квадрат размером 3/5 от
std::cout << "1 1 " << 3 * n / 5 << std::endl; // размера заданного, 3 квадрата 2/5 и
4 квадрата 1/5
std::cout << 1 + 3 * n / 5 << " 1 " << 2 * n / 5 << std::endl;
std::cout << "1 " << 1 + 3 * n / 5 << " " << 2 * n / 5 << std::endl;
std::cout << 1 + 3 * n / 5 << " " << 1 + 3 * n / 5 << " " << 2 * n / 5 << std::endl;
std::cout << 1 + 2 * n / 5 << " " << 1 + 3 * n / 5 << " " << n / 5 << std::endl;
std::cout << 1 + 2 * n / 5 << " " << 1 + 4 * n / 5 << " " << n / 5 << std::endl;
std::cout << 1 + 3 * n / 5 << " " << 1 + 2 * n / 5 << " " << n / 5 << std::endl;
std::cout << 1 + 4 * n / 5 << " " << 1 + 2 * n / 5 << " " << n / 5 << std::endl;
}
}
}

```

tabletop.cpp

```
#include "TableTop.h"
```

```

TableTop::TableTop(int length)
{
    this->length = length;

    bufSquare = new Square*[length];
    minSquare = new Square*[length];

    for (auto i = 0; i < length; ++i) {
        bufSquare[i] = new Square[length];
        minSquare[i] = new Square[length];
    }

    minSquareNum = length * length;
    colorCount = 0;
    squareCount = 0;
}

```

```

TableTop::~~TableTop()
{
    for (auto i = 0; i < length; ++i) {
        delete [] bufSquare[i];
        delete [] minSquare[i];
    }
}

```

```

        delete [] bufSquare;
        delete [] minSquare;
    }

void TableTop::startBacktracking()
{
    paintSquare(0, 0, length/2 + 1);
    paintSquare(length / 2 + 1, 0, length / 2);
    paintSquare(0, length / 2 + 1, length / 2); //оптимизация алгоритма, оставляем 1/4 часть квадрата

    backtracking(length/2, length/2, length/2);
    writeRes();
}

void TableTop::paintSquare(int x, int y, int length)
{
    ++squareCount;
    for (auto i = y; i < y + length; ++i) {
        for (auto j = x; j < x + length; ++j) {
            bufSquare[i][j].size = length;
            bufSquare[i][j].number = squareCount;
        }
    }

    colorCount++;
    if (this->length <= 10) {
        std::cout << "Покраска " << colorCount << std::endl;
        printSquare(bufSquare);
    }
}

void TableTop::printSquare(Square** square)
{
    std::cout << "_____ " << std::endl;
    for (auto i = 0; i < length; ++i) {
        for (int j = 0; j < length; ++j) {
            std::cout << square[i][j].number << " ";
        }
        std::cout << std::endl;
    }
    std::cout << "_____ " << std::endl;
}

void TableTop::backtracking(int length, int x, int y)
{
    if (squareCount >= minSquareNum) {
        return;
    }

    int savedX;
    int savedY;

    if (findAvaibleCoord(x, y, savedX, savedY)) {
        for (auto len = length; len > 0; --len) {
            if (canPaintSquare(savedX, savedY, len)) {

```



```

        backtracking(length, x, savedY);
        clearSquare(savedX, savedY, len);
    }
}
return;
}
checkMinSquare();
}

bool TableTop::findAvaibleCoord(int x, int y, int& savedX, int& savedY)
{
    for (auto i = y; i < length; ++i) {
        for (auto j = x; j < length; ++j) {
            if (bufSquare[i][j].size == 0) {
                savedX = j;
                savedY = i;
                return true;
            }
        }
    }
    return false;
}

bool TableTop::canPaintSquare(int x, int y, int length)
{
    if (x + length > this->length || y + length > this->length) {
        return false;
    }

    for (auto i = y; i < y + length; ++i) {
        for (int j = x; j < x + length; ++j) {
            if (bufSquare[i][j].size != 0) {
                return false;
            }
        }
    }

    paintSquare(x, y, length);

    return true;
}

void TableTop::clearSquare(int x, int y, int len)
{
    for (auto i = y; i < y + len; ++i) {
        for (int j = x; j < x + len; ++j) {
            bufSquare[i][j].number = 0;
            bufSquare[i][j].size = 0;
        }
    }
    --squareCount;
}

void TableTop::checkMinSquare()
{

```

```

        if (squareCount < minSquareNum) {
            minSquareNum = squareCount;

            for (auto i = 0; i < length; ++i) {
                for (int j = 0; j < length; ++j) {
                    minSquare[i][j] = bufSquare[i][j];
                }
            }
        }
    }

void TableTop::writeRes()
{
    std::cout << "Результат: " << std::endl;
    printSquare(minSquare);
    std::cout << "Число квадратов: " << minSquareNum << std::endl;

    for (auto i = 1; i <= minSquareNum; ++i) {
        for (auto y = 0; y < length; ++y) {

            int len = 0;
            for (auto x = 0; x < length; ++x) {
                if (minSquare[y][x].number == i) {
                    len = minSquare[y][x].size;
                    std::cout << x + 1 << " " << y + 1 << " " << len << std::endl;
                    break;
                }
            }

            if (len) {
                break;
            }
        }
    }
}

```

square.h

```
#pragma once
```

```

struct Square //структура для хранения единичного квадрата
{
    Square()
    {
        size = 0;
        number = 0;
    }

    int size;
    int number;
};

```

tabletop.h

```

#pragma once
#include "Square.h"
#include <iostream>

```

```

class TableTop
{
public:
    TableTop(int length);
    ~TableTop();
    void startBacktracking();

private:
    void paintSquare(int x, int y, int length);
    void printSquare(Square** square);
    void backtracking(int length, int x, int y);
    bool findAvaibleCoord(int x, int y, int& savedX, int& savedY);
    bool canPaintSquare(int x, int y, int length);
    void clearSquare(int x, int y, int len);
    void checkMinSquare();
    void writeRes();

private:
    Square** bufSquare;
    Square** minSquare;
    int length;
    int minSquareNum;
    int colorCount;
    int squareCount;
};

```