

# Jak badać rozkład jednej zmiennej?

Matematyka i Analiza Danych, II rok

# Zmienne ilościowe

## - height

```
> starwars$height
 [1] 172 167  96 202 150 178 165  97 183 182 188 180 228 180 173 175 170 180  66 170 183 200 190
[24] 177 175 180 150  NA  88 160 193 191 170 196 224 206 183 137 112 183 163 175 180 178  94 122
[47] 163 188 198 196 171 184 188 264 188 196 185 157 183 183 170 166 165 193 191 183 168 198 229
[70] 213 167  79  96 193 191 178 216 234 188 178 206  NA  NA  NA  NA  NA 165
```

## - mass

```
> starwars$mass
 [1] 77.0  75.0  32.0 136.0  49.0 120.0  75.0  32.0  84.0  77.0  84.0  NA 112.0
[14] 80.0  74.0 1358.0  77.0 110.0  17.0  75.0  78.2 140.0 113.0  79.0  79.0  83.0
[27]  NA  NA  20.0  68.0  89.0  90.0  NA  66.0  82.0  NA  NA  NA  40.0
[40]  NA  NA  80.0  NA  55.0  45.0  NA  65.0  84.0  82.0  87.0  NA  50.0
[53]  NA  NA  80.0  NA  85.0  NA  NA  80.0  56.2  50.0  NA  80.0  NA
[66] 79.0  55.0 102.0  88.0  NA  NA  15.0  NA  48.0  NA  57.0 159.0 136.0
[79] 79.0  48.0  80.0  NA  NA  NA  NA  NA  45.0
```

# Średnia

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$$

```
> mean(starwars$height, na.rm = TRUE)  
[1] 174.358
```

# Średnia obcięta/ucięta

```
> mean(starwars$height, trim = 0.2, na.rm = TRUE)  
[1] 179.3265
```

# Mediana

```
> median(starwars$height, na.rm = TRUE)  
[1] 180
```

# Odchylenie standardowe

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

```
> sd(starwars$height, na.rm = TRUE)  
[1] 34.77043
```

# Rozstęp

```
> range(starwars$height, na.rm = TRUE)
[1] 66 264
```

## Rozstęp kwartylowy

```
> IQR(starwars$height, na.rm = TRUE)
[1] 24
```

## Skośność

Kurtoza, miara spłaszczenia

## Kwantyle

```
> library(e1071)
```

```
> skewness(starwars$height, na.rm = TRUE)
[1] -1.025488
```

```
> kurtosis(starwars$height, na.rm = TRUE)
[1] 1.776414
```

```
> quantile(starwars$height, c(0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 0.9), na.rm = TRUE)
10% 25% 50% 75% 90%
122 167 180 191 206
```

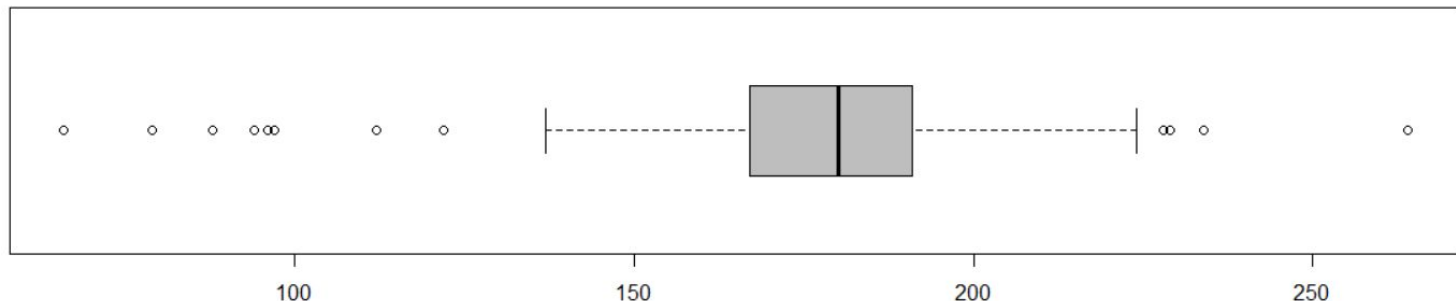
# Najważniejsze statystyki

```
> summary(starwars$height)
```

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.	NA's
66.0	167.0	180.0	174.4	191.0	264.0	6

## Wykres pudełkowy (boxplot)

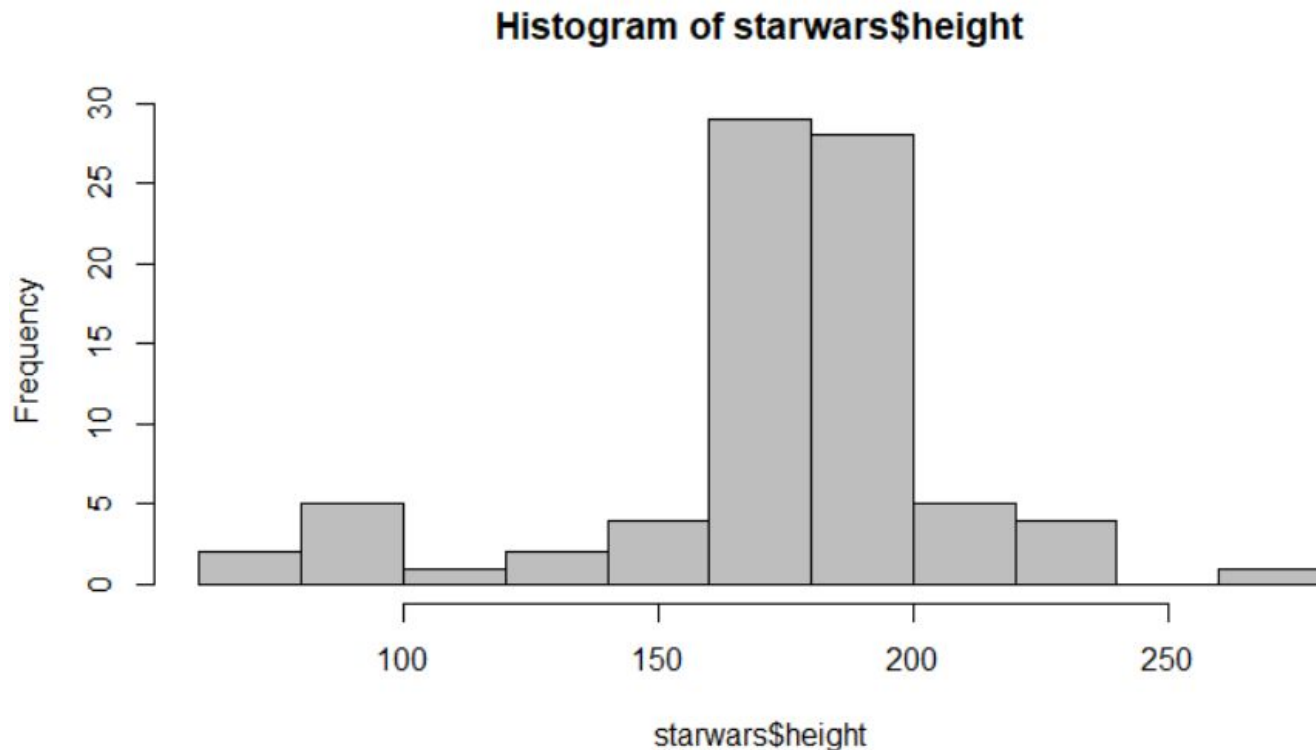
```
> boxplot(starwars$height, col = "grey", horizontal = TRUE)
```



# Histogram

```
> hist(starwars$height, col = "grey")
```

```
hist(x,  
  breaks = "Sturges",  
  freq = NULL,  
  probability = !freq,  
  right = TRUE,  
  plot = TRUE,  
  labels = FALSE, ...)
```



# Dystrybuanta empiryczna

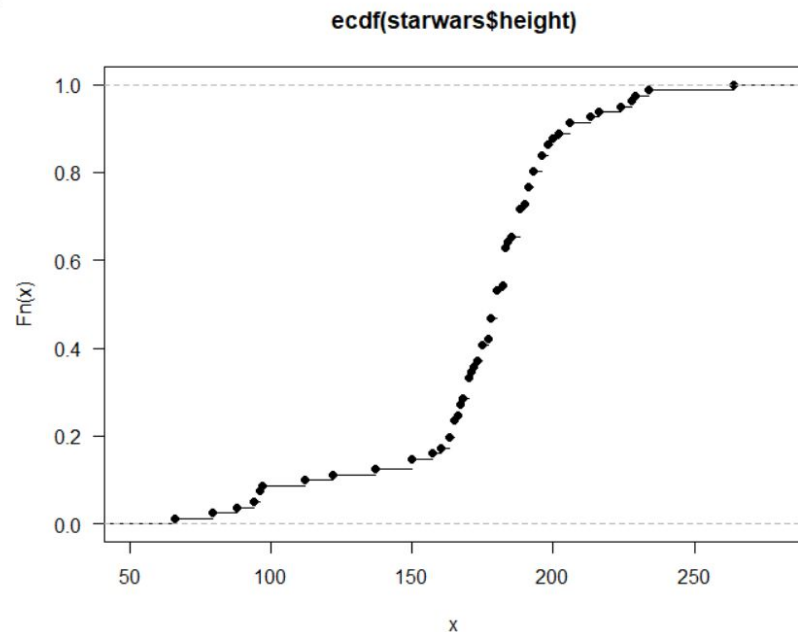
## Definicja

Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie próbką z rozkładu o dystrybuancie  $F$ . Funkcję  $\hat{F}_n : \mathbf{R} \times \Omega \rightarrow [0, 1]$  określoną wzorem

$$\hat{F}_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{(-\infty, x]}(X_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{[X_i, \infty)}(x) = \frac{\#\{i : X_i \leq x\}}{n}$$

nazywamy *dystrybuantą empiryczną*.

```
> plot(ecdf(starwars$height), las = 1)
```

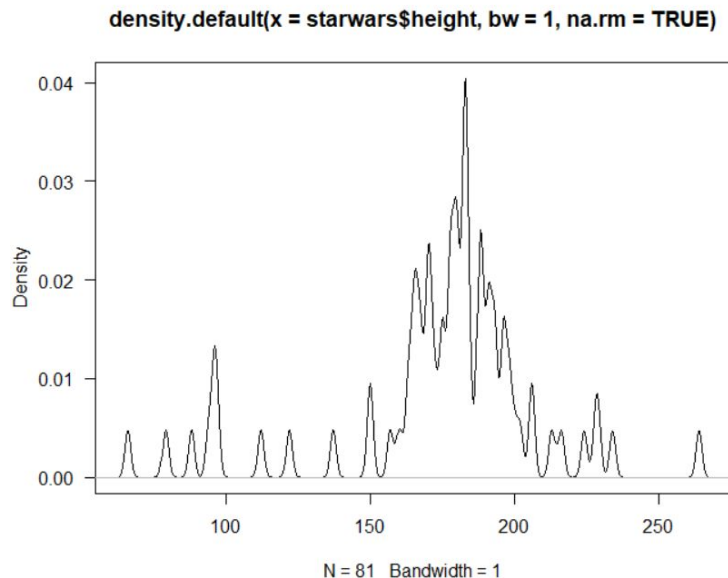




# Jądrowy estymator gęstości

```
> plot(density(starwars$height, bw = 1, na.rm = TRUE), las = 1)
```

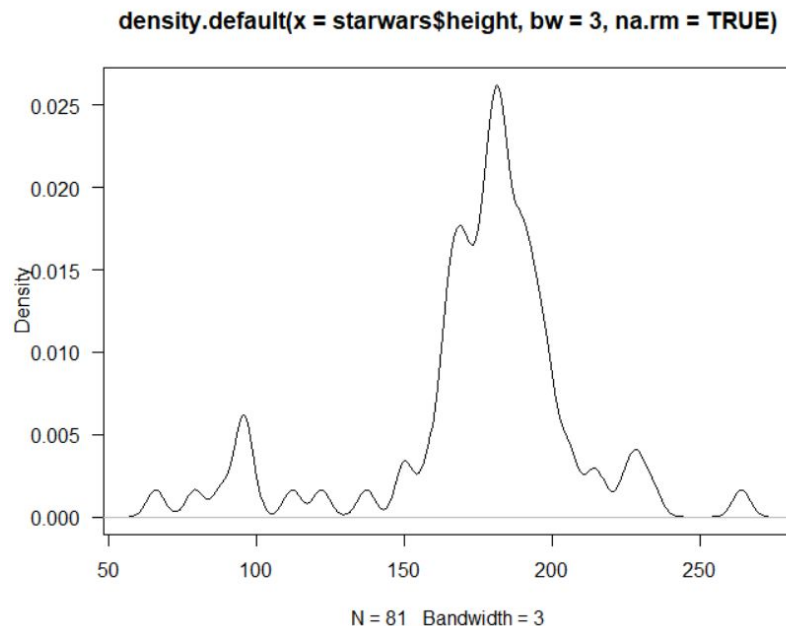
```
density(x,  
  bw = "nrd0",  
  adjust = 1,  
  kernel,  
  weights = NULL,  
  window = kernel,  
  n = 512,  
  from,  
  to,  
  ...)
```



# Jądrowy estymator gęstości

```
> plot(density(starwars$height, bw = 3, na.rm = TRUE), las = 1)
```

```
density(x,  
  bw = "nrd0",  
  adjust = 1,  
  kernel,  
  weights = NULL,  
  window = kernel,  
  n = 512,  
  from,  
  to,  
  ...)
```



# Zmienne jakościowe

- eye\_color

```
> starwars$eye_color
[1] "blue"      "yellow"    "red"       "yellow"    "brown"
[6] "blue"      "blue"      "red"       "brown"     "blue-gray"
[11] "blue"      "blue"      "blue"      "brown"     "black"
[16] "orange"    "hazel"     "blue"      "brown"     "yellow"
[21] "brown"     "red"       "red"       "brown"     "blue"
[26] "orange"    "blue"      "brown"     "brown"     "black"
[31] "blue"      "red"       "blue"      "orange"    "orange"
[36] "orange"    "blue"      "yellow"    "orange"    "brown"
[41] "brown"     "yellow"    "pink"      "hazel"     "yellow"
[46] "black"     "orange"    "brown"     "yellow"    "black"
[51] "brown"     "blue"      "orange"    "yellow"    "black"
[56] "blue"      "brown"     "brown"     "blue"      "yellow"
[61] "blue"      "blue"      "brown"     "brown"     "brown"
[66] "brown"     "yellow"    "yellow"    "black"     "black"
[71] "blue"      "unknown"   "red, blue" "unknown"   "gold"
[76] "black"     "green, yellow" "blue"     "brown"     "white"
[81] "black"     "dark"      "hazel"     "brown"     "black"
[86] "unknown"   "brown"
```

# Tabela liczebności

```
> table(starwars$eye_color)
```

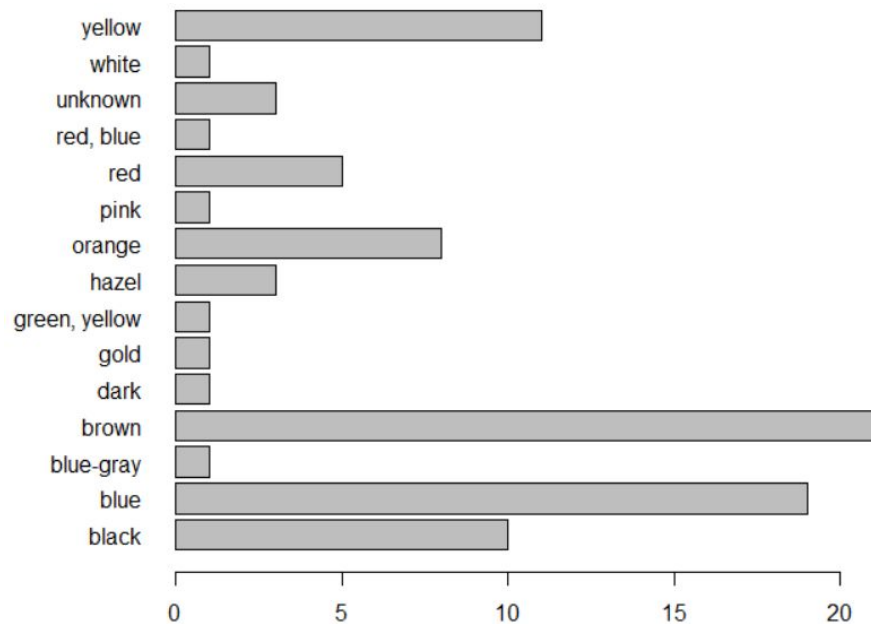
black	blue	blue-gray	brown	dark	gold
10	19	1	21	1	1
green, yellow	hazel	orange	pink	red	red, blue
1	3	8	1	5	1
unknown	white	yellow			
3	1	11			

```
> proportions(table(starwars$eye_color))
```

black	blue	blue-gray	brown	dark	gold
0.11494253	0.21839080	0.01149425	0.24137931	0.01149425	0.01149425
green, yellow	hazel	orange	pink	red	red, blue
0.01149425	0.03448276	0.09195402	0.01149425	0.05747126	0.01149425
unknown	white	yellow			
0.03448276	0.01149425	0.12643678			

# Wykres słupkowy (paskowy)

```
> barplot(table(starwars$eye_color), horiz = TRUE, las = 1)
```



Kolory i skale

Kolory

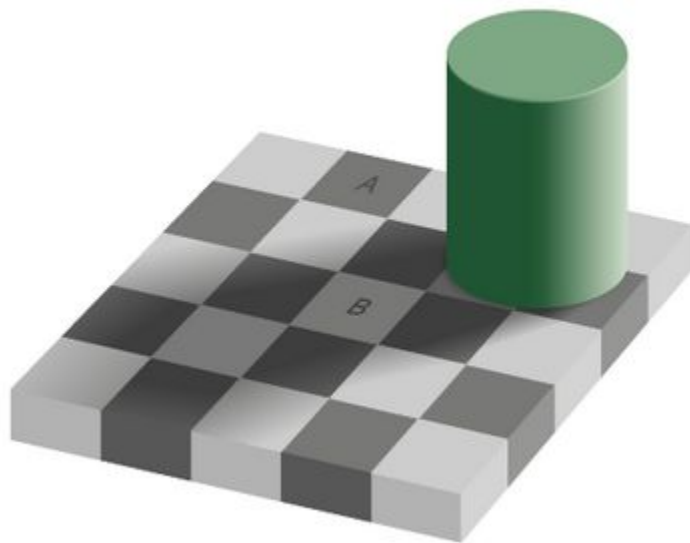
# Dlaczego dobór koloru jest ważny?

Podświadomie przypisujemy barwom znaczenia.

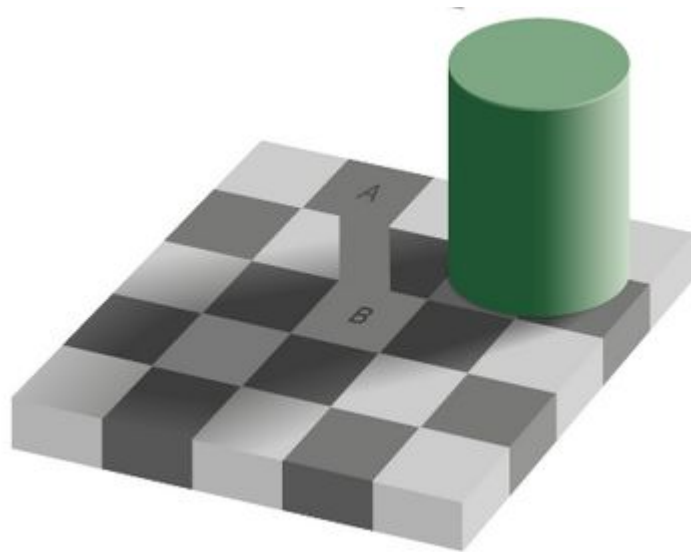
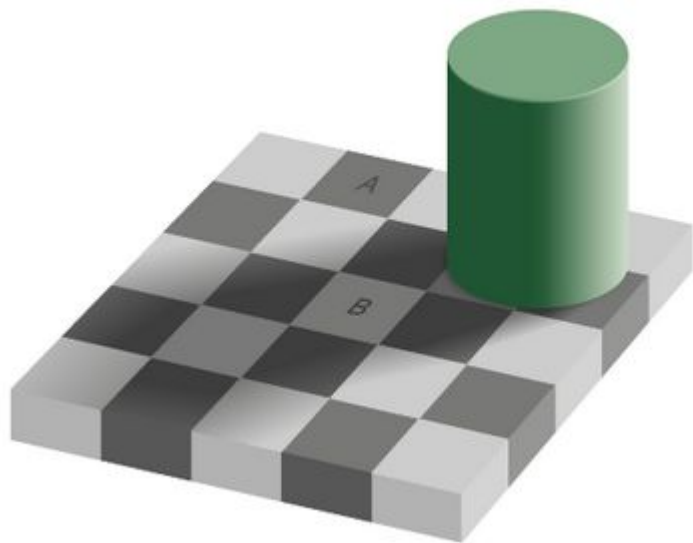
Postrzeganie barw różni się w zależności od oświetlenia jakości wydruku, ekranu lub projektora.



Wszystko jest względne



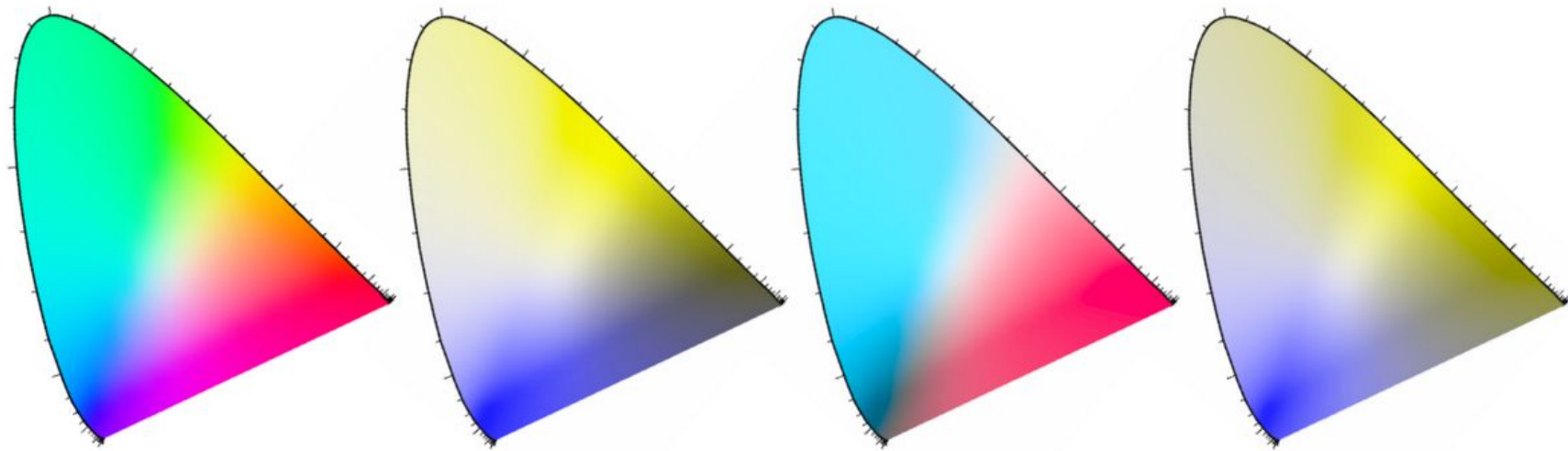
# Wszystko jest względne



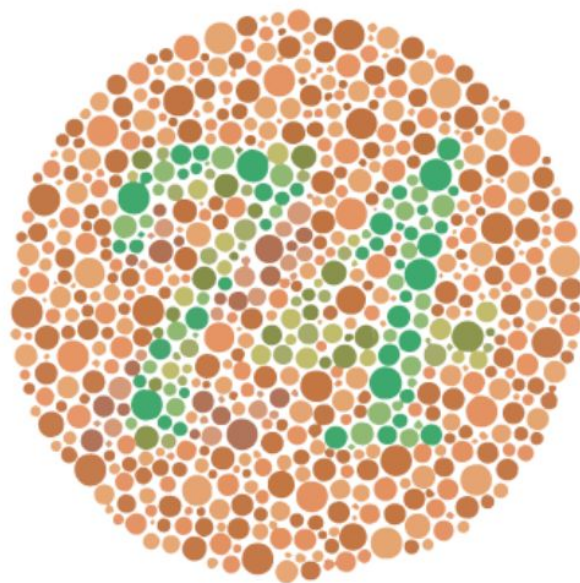
Wszystko jest względne



# Zaburzenia w postrzeganiu barw



# Zaburzenia w postrzeganiu barw



# Zaburzenia w postrzeganiu barw

Jeżeli w naszej wizualizacji kolory pełnią kluczową funkcję to warto upewnić się, że przynajmniej osoby z typowymi dysfunkcjami widzenia kolorów będą w stanie odczytać informacje.

<https://projects.susielu.com/viz-palette>

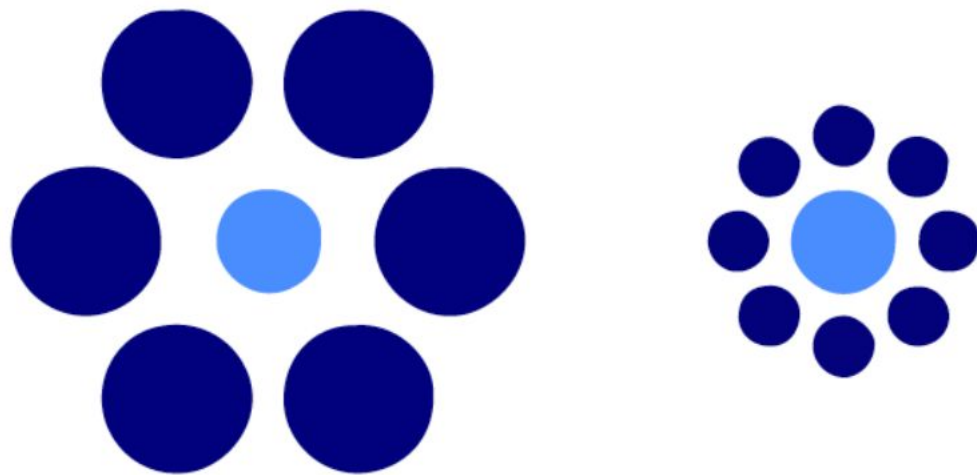
Skale

# Pasma Macha





# Iluzja Titchenera - Zniekształcenie postrzegania wielkości



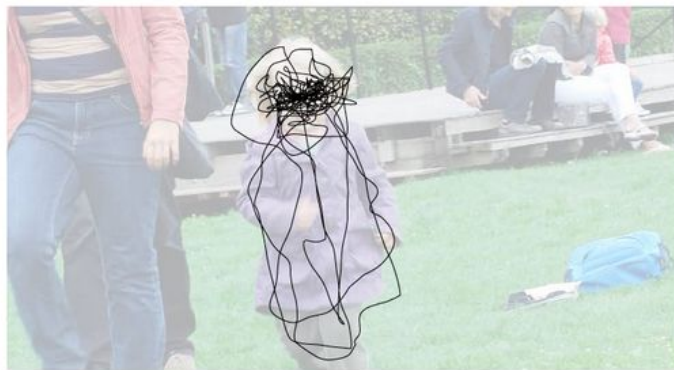
# Obszar widzenia



# Obszar widzenia



# Fiksacje i sakady



# Jak wiedza o strategiach przeglądania obrazu może pomóc w przygotowaniu lepszej prezentacji danych?

- Im więcej informacji, tym ważniejsze jest, by informacja była przedstawiana warstwowo.
- Jeżeli wykresowi towarzyszy słowna prezentacja, to warto powiedzieć, gdzie są interesujące elementy, ułatwi to ich lokalizację.
- Tytuł wykresu bardzo pomaga, ponieważ wstępnie informuje percepcję, czego wykres dotyczy i ułatwia wybór elementów wykresu do obserwacji.
- Wiele też zależy od tego, ile czasu odbiorca poświęci na analizę wykresu.

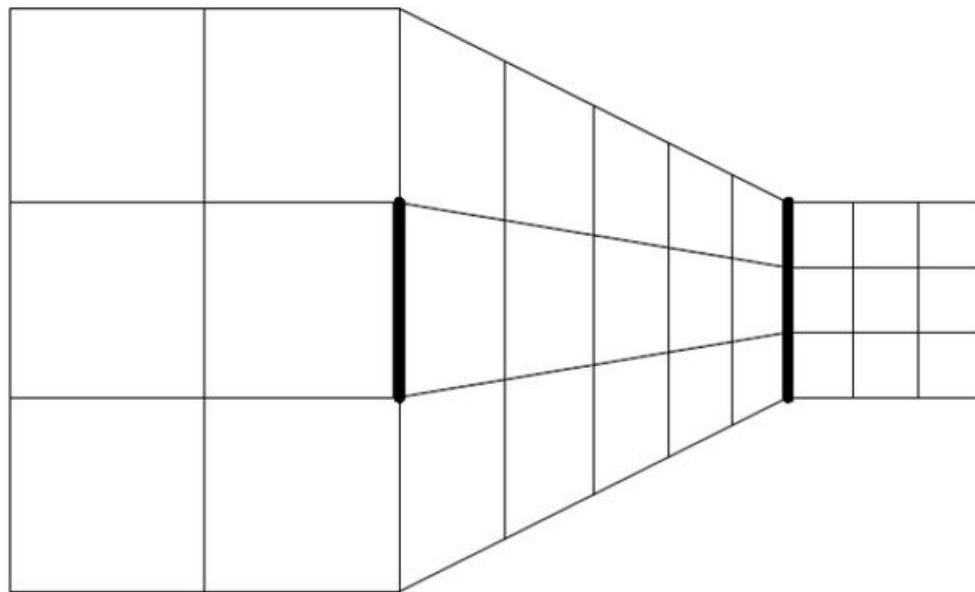
# Iluzje

Pierwsza grupa iluzji dotyczy widzenia tego, czego nie ma. Im bardziej skomplikowany wykres, tym większa szansa, że coś przypadkowego zostanie uznane za ten “istotny” wzorzec.

Widzenie tego, czego nie ma



# Pseudo perspektywa





# Pseudo perspektywa

Jeżeli na wykresie znajdzie się cokolwiek, co może sugerować perspektywę, to zostanie dostrzeżona przez mózg. Automatycznie wpłynie to na zniekształconą ocenę wielkości.

Dlatego wszelkim trójwymiarowym wykresom, czy to kołowym, słupkowym czy piramidowym powinniśmy zdecydowanie powiedzieć: **NIE**.

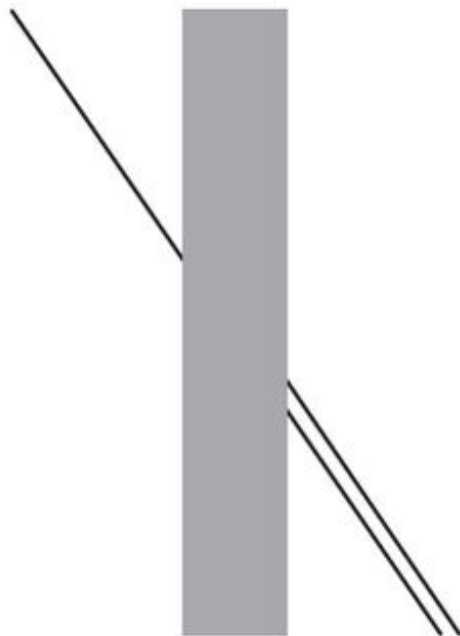
# Problemy z kątami

Pewnych charakterystyk mózg nie jest w stanie dobrze ocenić. Dobrym przykładem są kąty.

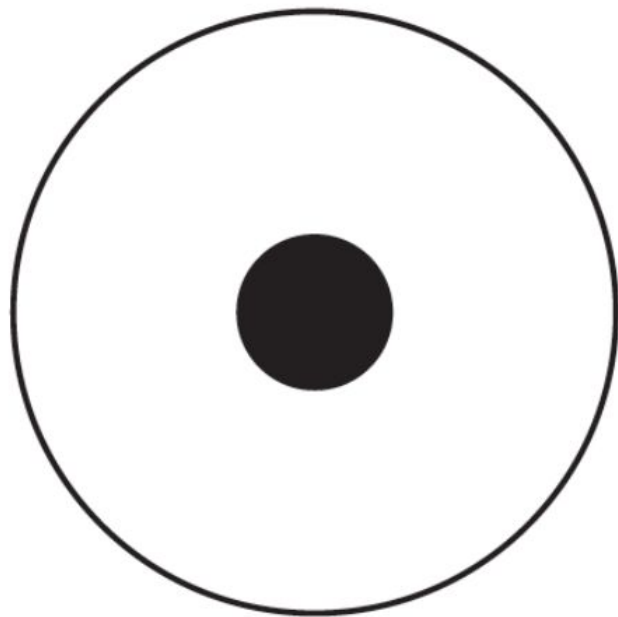
Ludzki mózg jest w stanie z dużą dokładnością ocenić, czy kąt jest bliski kątowi prostemu, ale ma duże problemy z oceną wielkości kątów ostrych i rozwartych.

Mózg ma skłonność do zawyżania wielkości kątów ostrych i zaniżania kątów rozwartych.

# Problemy z kątami



# Co łączy dentystę i dietetyka?



# Ocena wielkości



Które województwo jest większe?



# Które województwo jest większe?



warmińsko-mazurskie

lubelskie

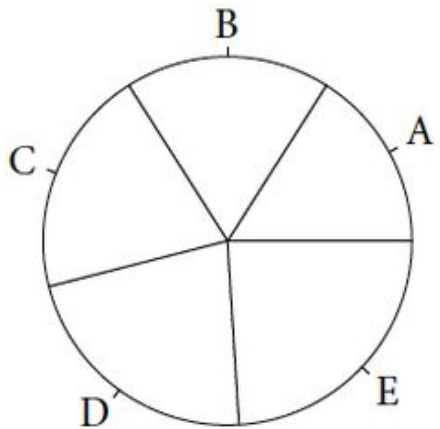
# Hierarchia odczytywania charakterystyk

1. pozycje obiektów rozmieszczonych wzdłuż wspólnej skali (przykładowo wykres punktowy),
2. pozycje obiektów wzdłuż takiej samej, ale nie wspólnej skali (przykładowo sąsiadujące wykresy punktowe),
3. długości odcinków rozmieszczonych wzdłuż wspólnej skali,
4. długości odcinków wzdłuż takiej samej, ale nie wspólnej skali (o różnych punktach zaczepienia),
5. wielkości kątów i nachylenia (przy ocenie tempa wzrostu w wykresach liniowych),
6. powierzchnie,
7. objętości, gęstości, natężenia koloru,
8. sama barwa koloru.

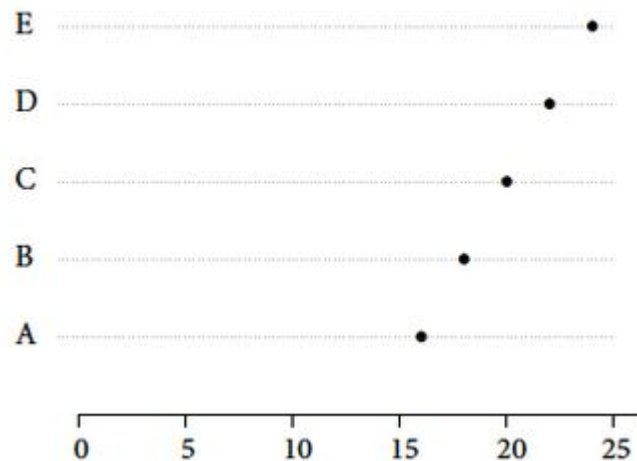
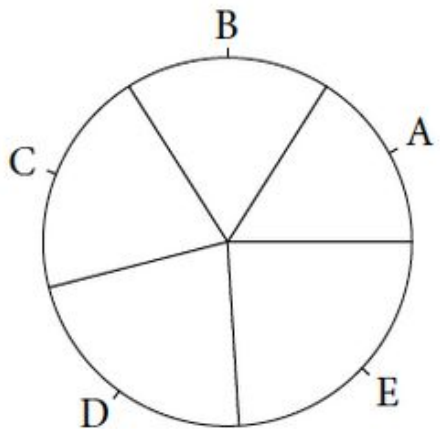
Na bazie The Visual Decoding of Quantitative Information on Statistical Graphs [Journal of the Royal Statistical Society Series A, 150:192–229, 1987]



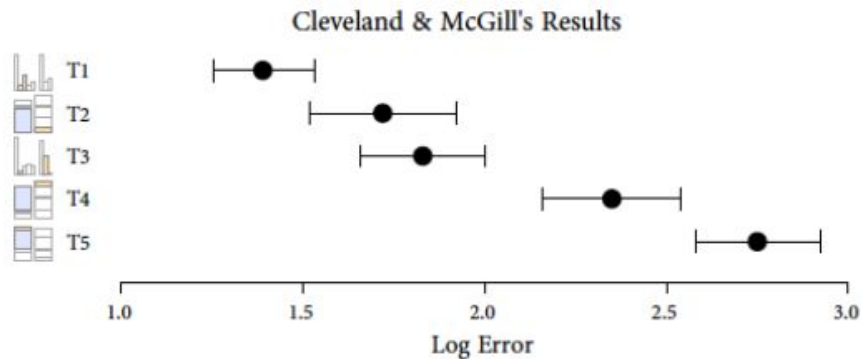
# Porównanie



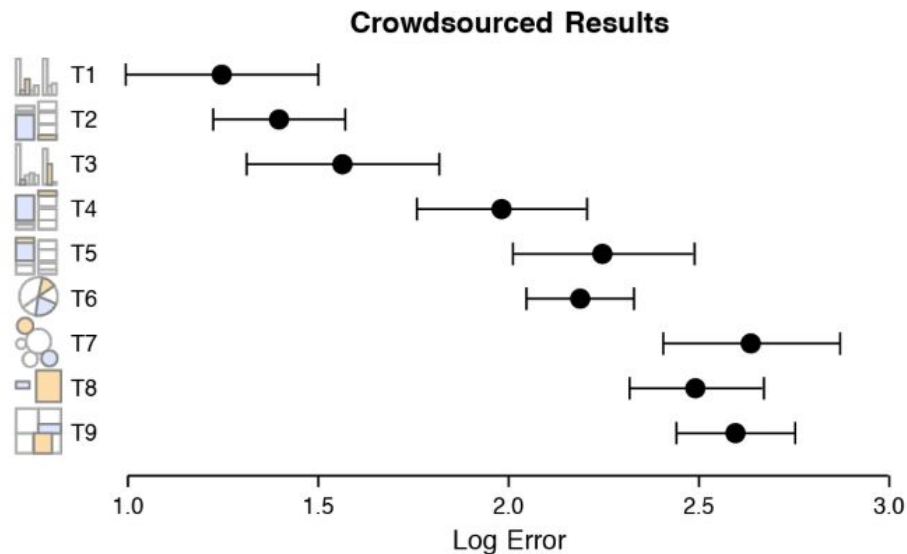
# Badania nad percepcją



# Badania nad percepcją



T1 – wysokości sąsiednich pasków,  
T2 – pola prostokątów o wspólnej podstawie,  
T3 – wysokości odległych pasków,  
T4, T5 – pola prostokątów bez wspólnej podstawy,  
T6 – pola wycinków koła,  
T7 – pola kół,  
T8, T9 – pola niewyrównanych prostokątów.



# Do poczytania

Percepcja danych:

<http://www.biecek.pl/Eseje/indexDane.html>

Percepcja kolorów:

<http://www.biecek.pl/Eseje/indexKolory.html>