

Цель работы

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решить уравнения гармонического осциллятора.

Задание

Вариант 35

Задача: Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
$$x'' + 7.4x = 0$$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы
$$x'' + 10.1x' + 0.1x = 0$$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы
$$x'' + 3x' + 3.3x = 0.2\sin(3.5t)$$

На интервале $t = [0; 33]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0=0$, $y_0=-1.4$

Выполнение лабораторной работы

1. Теоретические сведения

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$x'' + 2\gamma x' + \omega_0^2 x = 0$$

где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), γ – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), ω_0 – собственная частота колебаний, t – время.

Предыдущее уравнение – линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы.

При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени: $x'' + \omega_0^2 x = 0$.

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия $x(t_0) = x_0$ и $x'(t_0) = y_0$.

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка: $x' = y$ и $y' = -\omega_0^2 x$; и тогда начальные условия примут вид: $x(t_0) = x_0$ и $y(t_0) = y_0$.

2. Построение графиков

2.1. Я написала программу на python:

```

import math
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
x0 = np.array([0, -1.4]) #вектор начальных условий

w1 = 7.4
g1 = 0.0

w2 = 0.1
g2 = 10.0

w3 = 3.3
g3 = 3

t0 = 0
tmax = 33
dt = 0.05
t = np.arange(t0, tmax, dt)

def Y1(x, t):
    dx1_1 = x[1]
    dx1_2 = - w1*x[0] - g1*x[1] - 0
    return dx1_1, dx1_2

def Y2(x, t):
    dx2_1 = x[1]
    dx2_2 = - w2*x[0] - g2*x[1] - 0
    return dx2_1, dx2_2

def Y3(x, t):
    dx3_1 = x[1]
    dx3_2 = - w3*x[0] - g3*x[1] - 0.2*math.cos(4*t)
    return dx3_1, dx3_2

x1 = odeint(Y1, x0, t)
x2 = odeint(Y2, x0, t)
x3 = odeint(Y3, x0, t)

y1_1 = x1[:, 0]
y1_2 = x1[:, 1]

y2_1 = x2[:, 0]
y2_2 = x2[:, 1]

y3_1 = x3[:, 0]
y3_2 = x3[:, 1]

plt.plot(y1_1, y1_2)
plt.grid(axis = 'both')

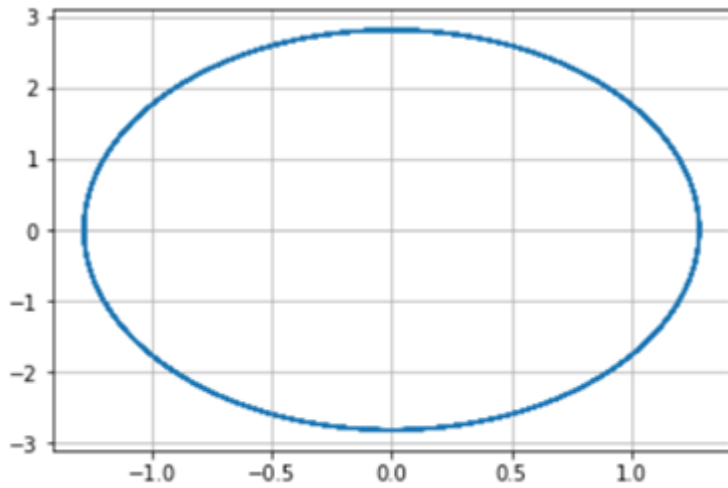
plt.plot(y2_1, y2_2)

```

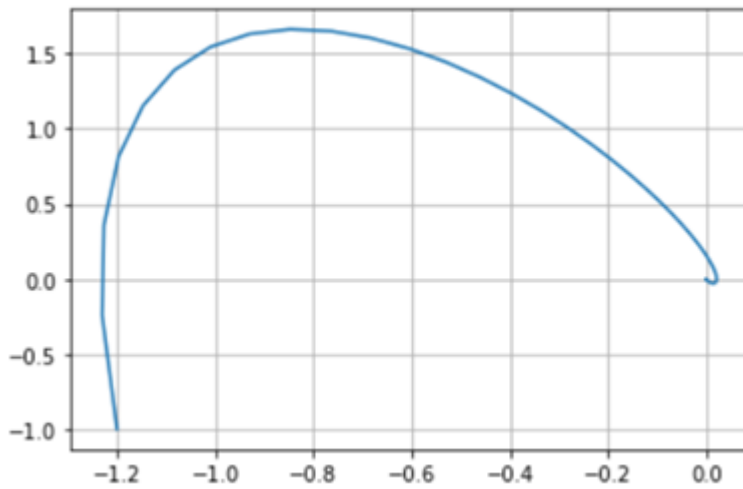
```
plt.grid(axis = 'both')

plt.plot(y3_1, y3_2)
plt.grid(axis = 'both')
```

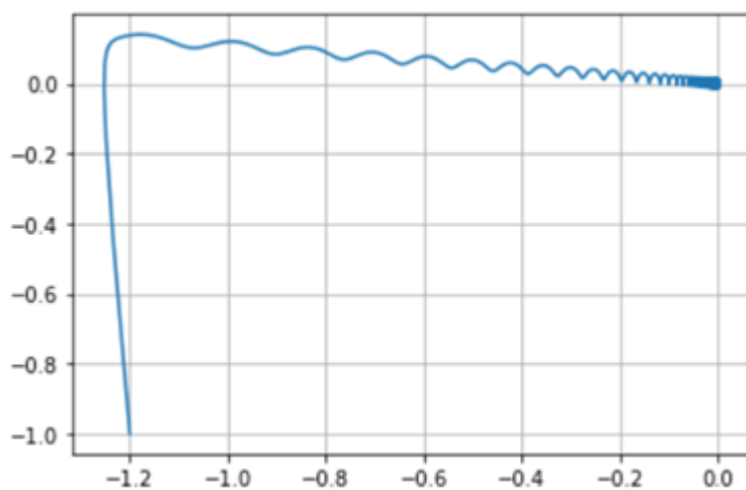
Получила следующие графики (см. рис. -@fig:001, -@fig:002, -@fig:003).



{ #fig:001 width=70% }



{ #fig:002 width=70% }



{ #fig:003 width=70% }

Выводы

Я построила фазовый портрет гармонического осциллятора и решила уравнения гармонического осциллятора.