
Front matter

title: "Отчет по лабораторной работе №5" subtitle: "Дисциплина: Математическое моделирование" author: "Выполнила: Болотина Александра Сергеевна"

Generic options

lang: ru-RU toc-title: "Содержание"

Bibliography

bibliography: bib/cite.bib csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

Pdf output format

toc: true # Table of contents toc-depth: 2 lof: true # List of figures lot: true # List of tables fontsize: 12pt linestretch: 1.5 papersize: a4 documentclass: scrreprt

I18n polyglossia

polyglossia-lang: name: russian options: - spelling=modern - babelshorthands=true
polyglossia-otherlangs: name: english

I18n babel

babel-lang: russian babel-otherlangs: english

Fonts

mainfont: PT Serif romanfont: PT Serif sansfont: PT Sans monofont: PT Mono
mainfontoptions: Ligatures=TeX romanfontoptions: Ligatures=TeX sansfontoptions:
Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase monofontoptions: Scale=MatchLowercase,Scale=0.9

Biblatex

biblatex: true biblio-style: "gost-numeric" biblatexoptions:

- parenttracker=true
- backend=biber
- hyperref=auto
- language=auto
- autolang=other*
- citestyle=gost-numeric

Pandoc-crossref LaTeX customization

figureTitle: "Рис." tableTitle: "Таблица" listingTitle: "Листинг" lofTitle:
"Список иллюстраций" lotTitle: "Список таблиц" lolTitle: "Листинги"

Misc options

- indent: true header-includes:
- \usepackage[indentfirst]

- `\usepackage{float}` # keep figures where there are in the text
- `\floatplacement{figure}{N}` # keep figures where there are in the text

Цель работы

Построить график для задачи об эпидемии.

Задание

Вариант № 35:

Задача: на одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N=12300$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0)=140$, а число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0)=54$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0)=N-I(0)-R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

- 1) если $I(0) \leq I^*$
- 2) если $I(0) > I^*$

Теоретическое введение

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа - это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ - это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону: $\frac{dS}{dt} = -aI$, если $I(t) > I^*$ и $\frac{dS}{dt} = 0$, если $I(t) \leq I^*$. Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.: $\frac{dI}{dt} = aS - bI$, если $I(t) > I^*$ и $\frac{dI}{dt} = -bI$, если $I(t) \leq I^*$. А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни): $\frac{dR}{dt} = bI$. Постоянные пропорциональности a , b - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0)=0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$.

Выполнение лабораторной работы

Написала программу на Python:

```
import math
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt

a = 0.01
b = 0.02

N = 12300
I0 = 140
R0 = 54
S0 = N - I0 - R0
x0 = [S0, I0, R0]

t0 = 0
tmax = 200
dt = 0.01
t = np.arange(t0, tmax, dt)

def S1(x, t):
    dx1_0 = 0
    dx1_1 = - b*x[1]
    dx1_2 = b*x[1]
    return dx1_0, dx1_1, dx1_2



def S2(x, t):
    dx2_0 = -a*x[0]
    dx2_1 = a*x[0] - b*x[1]
    dx2_2 = b*x[1]
    return dx2_0, dx2_1, dx2_2

y1 = odeint(S1, x0, t)
y2 = odeint(S2, x0, t)

plt.plot(t, y1[:,0], label='S(t)')
plt.plot(t, y1[:,1], label='I(t)')
plt.plot(t, y1[:,2], label='R(t)')
plt.title('I(0) <= I*')
plt.legend()

plt.plot(t, y2[:,0], label='S(t)')
plt.plot(t, y2[:,1], label='I(t)')
plt.plot(t, y2[:,2], label='R(t)')
plt.title('I(0) > I*')
plt.legend()
```

Получила следующие графики (см. рис. -@fig:001 и рис. -@fig:002).

 Рис. 1. График для 1 случая{ #fig:001 width=70% }  Рис. 2. График для 2 случая{
#fig:001 width=70% }

Выводы

Построила график для задачи об эпидемии.

Список литературы{.unnumbered}

::: {#refs} :::