
Front matter

title: "Отчет по лабораторной работе №5" subtitle: "Дисциплина: Математическое моделирование" author: "Выполнила: Болотина Александра Сергеевна"

Generic options

lang: ru-RU toc-title: "Содержание"

Bibliography

bibliography: bib/cite.bib csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

PDF output format

toc: true # Table of contents toc-depth: 2 lof: true # List of figures lot: true # List of tables fontsize: 12pt linestretch: 1.5 papersize: a4 documentclass: scrreprt

I18n polyglossia

polyglossia-lang: name: russian options: - spelling=modern - babelshorthands=true
polyglossia-otherlangs: name: english

I18n babel

babel-lang: russian babel-otherlangs: english

Fonts

mainfont: PT Serif romanfont: PT Serif sansfont: PT Sans monofont: PT Mono
mainfontoptions: Ligatures=TeX romanfontoptions: Ligatures=TeX sansfontoptions:
Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase monofontoptions: Scale=MatchLowercase,Scale=0.9

Biblatex

biblatex: true biblio-style: "gost-numeric" biblatexoptions:

- parenttracker=true
- backend=biber
- hyperref=auto
- language=auto
- autolang=other*
- citestyle=gost-numeric

Pandoc-crossref LaTeX customization

figureTitle: "Рис." tableTitle: "Таблица" listingTitle: "Листинг" lofTitle:
"Список иллюстраций" lotTitle: "Список таблиц" lolTitle: "Листинги"

Misc options

- indent: true header-includes:
- \usepackage{indentfirst}

- `\usepackage{float} # keep figures where there are in the text`
 - `\floatplacement{figure}{N} # keep figures where there are in the text`
-

Цель работы

Рассмотреть простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник – жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Выполнить задание согласно варианту: построить график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях, найти стационарное состояние системы.

Задание

Вариант № 35:

Задача: Для модели «хищник-жертва»:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -0,29x(t) + 0,031x(t)y(t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = 0,33y(t) - 0,024x(t)y(t)$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 7$, $y_0 = 14$. Найдите стационарное состояние системы.

Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник – жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствие взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = ax(t) - bx(t)y(t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -cy(t) + dx(t)y(t)$$

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c

- естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и

dxу в правой части уравнения).

Стационарное состояние системы (1) (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:

$$x_{\{0\}} = \frac{c}{d}$$

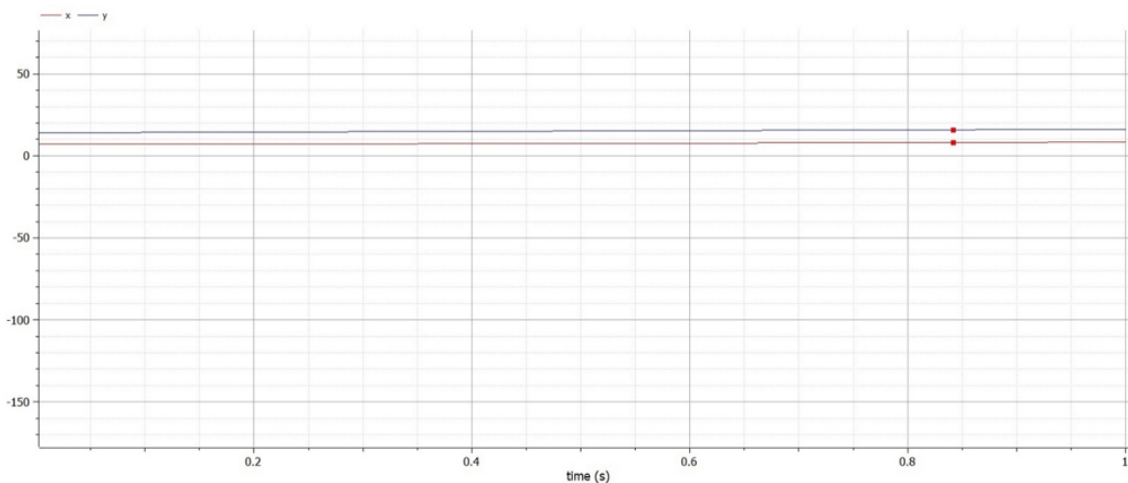
$$y_{\{0\}} = \frac{a}{b}$$

Выполнение лабораторной работы

Написала программу на Modelica:

```
model lab05
  parameter Real a=-0.29;
  parameter Real b=-0.031;
  parameter Real c=-0.33;
  parameter Real d=-0.024;
  parameter Real x0=7;
  parameter Real y0=14;
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);
equation
  der(x)=a*x-b*x*y;
  der(y)=-c*y+d*x*y;
end lab05;
```

Получила следующий график (см. рис. -@fig:001).



{ #fig:001 width=70% }

3. Стационарное состояние

Стационарная точка будет иметь координаты $x_{\{0\}} = \frac{c}{d} = \frac{-0,33}{-0,024} = 13,75$ и $y_{\{0\}} = \frac{a}{b} = \frac{-0,29}{-0,031} = 9,35$

Выводы

Я рассмотрела простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Выполнила задание согласно варианту: построила график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях, нашла стационарное состояние системы.

Список литературы{.unnumbered}

::: {#refs} :::