# Цель работы

Решить задачу о погоне.

# Задание

**Вариант 45** Задача: на море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,2 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

# Выполнение лабораторной работы

## Вывод дифференциального уравнения

* 1. Принимаем за $t\_{0} = 0$, $x\_{Л0} = 0$ -- место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x\_{К0} = 16,4$ км -- место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
  2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс – это точка обнаружения лодки браконьеров $x\_{Л0} (θ = x\_{Л0} = 0)$, а полярная ось $r$ проходит через точку нахождения катера береговой охраны. (см. рис. -@fig:001)

Положение катера и лодки в начальный момент времени{ #fig:001 width=70% }

* 1. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса $θ$, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
  2. Чтобы найти расстояние x (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время $t$ катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет $x$, а катер $16,4 - x$ (или $16,4 + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $x

\over v$ или $16,4 - x \over 4,2v$ (во втором случае $16,2 + x \over 4,2v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние $x$ можно найти из следующего уравнения: $$ \frac{x}{v} = \frac{16,4-x}{4,2v}\ или\ \frac{x}{v}

= \frac{16,4+x}{4,2v}\ $$

Тогда $x\_{1} = \frac{83}{15}$ (км), а $x\_{2} = 16,4$ (км), задачу будем решать для двух случаев.

* 1. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки $v$. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: $v\_{r}$ – радиальная скорость и $v\_{τ}$ – тангенциальная скорость.

Радиальная скорость – это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v\_{r} =

\frac{\partial r}{\partial t}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $v\_{r} = \frac{\partial r}{\partial t} = v$.

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус, $v\_{τ} = r\frac{\partial θ}

{\partial t}$.

По теореме Пифагора: $v\_{τ} = \sqrt{19,36v^2 - v^2} = \sqrt{18,36}v, тогда получаем

$r\frac{\partial θ}{\partial t} = \sqrt{18,36}v$.

* 1. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений: \begin{equation*} \begin{cases} \frac{\partial r}{\partial t} = v \ r\frac{\partial θ}{\partial t} = \sqrt{18,36}v \end{cases} \end{equation*}

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению:

$$ \frac{\partial r}{\partial θ} = \sqrt{5}r}{\sqrt{21}} $$

Решив это уравнение, я получу траекторию движения катера в полярных координатах. Начальные условия: \begin{equation*} \begin{cases} θ{0} = 0 \ r{0} = x\_{1} = \frac{83}*

*{15}$ \end{cases} \end{equation*}

\begin{equation*} \begin{cases} θ{0} = 0 \ r{0} = x\_{2} = \16,4$ \end{cases}*

*\end{equation*}

## Построение траекторий движения катера и лодки

* 1. Написала программу на Python:

import math import numpy as np

from scipy.integrate import odeint import matplotlib.pyplot as plt

k = 16.4

fi = 3\*math.pi/4

#функция, описывающая движение катера береговой охраны def dr(r, tetha):

dr = sqrt(5)\*r/math.sqrt(21) return dr

r01 = 83/15

te = np.arange(0, 2\*math.pi, 0.01) r1 = odeint(dr, r01, te)

#функция, описывающая движение лодки браконьеров

def xt(t):

xt = math.tan(fi)\*t return xt

t = np.arange(0, 20, 1)

#Перевод в полярные координаты tete = (np.tan(xt(t)/t))\*\*-1 rr = np.sqrt(t\*t + xt(t)\*xt(t))

#построение траектории движения катера в полярных координатах. 1 случай plt.polar(te, r1, 'g')

#построение траектории движения лодки в полярных координатах plt.polar(tete, rr, 'b')

#точки пересечения

idx = np.argwhere(np.diff(np.sign(rr - r1))).flatten() print (tete[-1])

print (rr[idx[-1]])

* 1. Получил график:(см. рис. -@fig:002 )

Траектории движения катера и лодки для 1 случая{ #fig:002 width=70% }

3.2. В итоге точка пересечения имеет следующие координаты: $θ = -0.6420926159343304, r

= 25.455844122715714$,

# Выводы

Я решила задачу о погоне.