tags: **SK**

Aleksandra Kosińska 317841

Ćwiczenia Lista 2

Zadanie 1

W kablu koncentrycznym używanym w standardowym 10-Mbitowym Ethernecie sygnał rozchodzi się z prędkością $10^8 m/s$. Standard ustala, że maksymalna odległość między dwoma komputerami możewynosić co najwyżej $2,5km$. Oblicz, jaka jest minimalna długość ramki (wraz z nagłówkami).

droga $s = 2.5km = 2500m$
prędkość $V = 10^8 m/s$
przepustowość $b = 10Mb = 10^7$
opóźnienie $d = s/V = 2500/10^8 = 2.5 \cdot 10^{-5}$

minimalna długość ramki = $b \cdot d \cdot 2 = 10^{-7} \cdot 2.5 \cdot 10^{-5} \cdot 2 = 500\ bitów$

Zadanie 2

Rozważmy rundowy protokół Aloha we współdzielonym kanale, tj. w każdej rundzie każdy z n uczestników usiłuje wysłać ramkę z prawdopodobieństwem p. Jakie jest prawdopodobieństwo $P(p, n)$, że jednej stacji uda się nadać (tj. że nie wystąpi kolizja)? Pokaż, że $P(p, n)$ jest maksymalizowane dla $p = 1/n$.

Prawdopodobieństwo udanego nadania:
$P(p, n) = \binom{n}{1} p(1-p)^{n-1} = n \cdot p \cdot (1-p)^{n-1}$

Pochodna po p:
$\frac{\partial}{\partial p}(n\,p\,(1-p)^{n-1}) = -n\,(1-p)^{n-2}\,(n\,p-1)$
$P'(p, n) = -n(np-1)(1-p)^{n-2}$

Ekstrema:
po sprawdzeniu $\frac{1}{n}$ jest maksimum

Ile wynosi $lim_{n\to\infty} P(1/n, n)$?

$lim_{n\to\infty} P(1/n, n) = lim_{n\to\infty}(1-1/n)^{n-1} = lim_{n\to\infty}[(1-1/n)^n \cdot (1-1/n)^{-1}] = 1/e$

Zadanie 4

Jaka suma kontrolna CRC zostanie dołączona do wiadomości `1010` przy założeniu że CRC używa wielomianu $x^2 + x + 1$?

$G(x) = x^2 + x + 1$
bitowo $\rightarrow$ `111`
długość sumy kontrolnej $\rightarrow$ 2 bity

```
1010 00
111

0100 00
 111

0011 00
  11 1

0000 10
```

CRC $\rightarrow$ `10`

A jaka jeśli używa wielomianu $x^7 + 1$?

$G(x) = x^7 + 1$
bitowo $\rightarrow$ `10000001`
długość sumy kontrolnej $\rightarrow$ 7 bitów

```
1010 0000000
1000 0001

0010 0001000
  10 000001

0000 0001010
```

CRC $\rightarrow$ `0001010`

Zadanie 5

Pokaż, że CRC-1, czyli 1-bitowa suma obliczana na podstawie wielomianu $G(x) = x + 1$, działa identycznie jak bit parzystości.

$G(x) = x + 1$

bitowo → `11`

Przesuwamy się w prawo aż do napotkania pierwszego zapalonego bitu. Dostajemy dwa przypadki ustawienia bitu na kolejnej pozycji od znalezionego:

1. `1` , wtedy nasze dwa bity będą wyglądać następująco → `11` . Po zrobieniu `xor` na tych bitach otrzymamy `00` . Teraz przesuwamy się dalej w poszukiwaniu następnego zapalonego bitu.

2. `0` , wtedy nasze dwa bity będą wyglądać następująco → `10` . Po zrobieniu `xor` na tych bitach otrzymamy `01` . Teraz przesuwamy się dalej i rozpatrujemy pod-przypadki:
    - jeśli kolejnym bitem będzie `1` dostaniemy pierwszy przypadek
    - jeśli kolejnym bitem będzie `0` to nasz zapalony bit przesunie się o kolejną pozycję w prawo → ta sytuacja będzie występować aż do momentu gdy kolejnym bitem będzie `1` (przypadek 1) lub gdy dojdziemy do końca ciągu naszych bitów. Po zrobieniu `xor` na bicie sumy kontrolnej pojawi się `1` . Taka sytuacja może wystąpić tylko wtedy gdy mamy w siągu bitów nieparzystą liczbę jedynek.

Widzimy z powyższego rozpisania, że suma kontrolna będzie równa 1 wtedy i tylko wtedy, gdy liczba ustawionych bitów w ciągu będzie nieparzysta, czyli operacja działa tak jak bitow parzystości.