Манасян Оганес, Орова Александра, 33601\2

Лабораторная №3

Транспортная задача

1. **Постановка задачи:**

– стоимость перевозки из пункта в пункт .

– количество товара которое лежит на складе .

– количество товара, которое необходимо привести в пункт j.

*−* объем перевозок.

Требуется

Наша задача решается методом северо-западного угла. Имеются усложнения: запрет на поставку и многопродуктовая задача.

1. **Пример решения.**

В этом примере в условиях задачи заданы возможности поставщиков *Ai* и потребности потребителей *Bj*. Требуется найти допустимые объемы перевозки от каждого поставщика к каждому потребителю *Xij*.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | , 20кг. | , 30кг | , 30кг | , 10кг |
| , 30кг |  |  |  |  |
| , 40кг |  |  |  |  |
| , 20кг |  |  |  |  |

*Шаг 1*: Первая ячейка — с которой начинается распределение — будет «северо-западная» ячейка в левом верхнем углу таблицы *X11* (1-й поставщик, 1-й потребитель). Вписываем в эту ячейку максимальный объем, который позволяет запас поставщика и спрос потребителя (берем минимум между 20 и 30 кг, то есть 20 кг). Поскольку спрос 1-го потребителя полностью удовлетворен, ячейки соответствующего столбца заполняться больше не будут, для ясности закрашиваем 1-й столбец в серый цвет.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | , 20кг. | , 30кг | , 30кг | , 10кг |
| , 30кг |  |  |  |  |
| , 40кг |  |  |  |  |
| , 20кг |  |  |  |  |

*Шаг 2*: Переходим в следующую «северо-западную» ячейку, не считая окрашенной серым цветом (в таблице выше) уже распределенной области. Этой ячейкой будет *X12* (1-й поставщик, 2-й потребитель). Вписываем в эту ячейку максимальный объем, который позволяет запас поставщика и спрос потребителя (берем минимум между 30 и 10 кг, то есть 10 кг). Соответственно, уменьшаем оставшиеся не распределенными объемы поставки и потребления в строке и столбце на 10 кг. Запасы 1-го поставщика (в 1-й — верхней — строке) теперь исчерпаны, окрашиваем эту строку в серый цвет (распределение по этой строке завершено).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | , 20кг. | , 30кг | , 30кг | , 10кг |
| , 30кг |  |  |  |  |
| , 40кг |  |  |  |  |
| , 20кг |  |  |  |  |

*Шаг 3*: Переходим в следующую «северо-западную» ячейку, не считая окрашенной серым цветом (в таблице выше) уже распределенной области. Этой ячейкой будет *X22* (2-й поставщик, 2-й потребитель). Вписываем в эту ячейку максимальный объем, который позволяет запас поставщика и спрос потребителя (берем минимум между 40 и 20 кг, то есть 20 кг). Соответственно, уменьшаем оставшиеся не распределенными объемы поставки и потребления в строке и столбце на 20 кг. Потребности 2-го потребителя теперь полностью удовлетворены, окрашиваем этот столбец таблицы в серый цвет (распределение по этому столбцу завершено).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | , 20кг. | , 30кг | , 30кг | , 10кг |
| , 30кг |  |  |  |  |
| , 40кг |  |  |  |  |
| , 20кг |  |  |  |  |

*Шаг 4*: Переходим в следующую «северо-западную» ячейку, не считая окрашенной серым цветом (в таблице выше) уже распределенной области. Этой ячейкой будет *X23* (2-й поставщик, 3-й потребитель). Вписываем в эту ячейку максимальный объем, который позволяет запас поставщика и спрос потребителя (берем минимум между 30 и 20 кг, то есть 20 кг). Соответственно, уменьшаем оставшиеся не распределенными объемы поставки и потребления в строке и столбце на 20 кг. Запасы 2-го поставщика (в 2-й сверху строке) теперь исчерпаны, окрашиваем эту строку в серый цвет (распределение по этой строке завершено).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | , 20кг. | , 30кг | , 30кг | , 10кг |
| , 30кг |  |  |  |  |
| , 40кг |  |  |  |  |
| , 20кг |  |  |  |  |

*Шаг 5*: Распределение оставшихся у последнего поставщика 20 кг груза по двум потребителям по 10 кг.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | , 20кг. | , 30кг | , 30кг | , 10кг |
| , 30кг |  |  |  |  |
| , 40кг |  |  |  |  |
| , 20кг |  |  |  |  |

Полученное методом северо-западного угла решение транспортной задачи, скорее всего, окажется не оптимальным, поскольку в нем не учитываются цены доставки. Для его проверки на оптимальность и дальнейшей пошаговой оптимизации используют метод потенциалов.

1. **Метод потенциалов**

Метод потенциалов является модификацией симплекс-метода, в котором базисная матрица представлена в виде дерева. Двойственные переменные симплекс-метода для транспортной задачи называются потенциалами. Потенциалы вычисляются по формуле , что эквивалентно {\displaystyle C[N\_{B}]=B[M,N\_{B}]P[M]}{\displaystyle B[M,N\_{B}]}. Для дуги потенциалы дуг связаны формулой

Таким образом, потенциал потребителя равен потенциалу производителя + стоимость перевозки. С экономической точки зрения это можно трактовать как стоимость продукта в точке потребления.

Проверка оптимальности плана легко трактуется с экономической точки зрения — если стоимость продукта в точке потребления больше стоимости в точке производства + цена перевоза, по этой дуге следует везти. Величина  называется невязкой дуги.

Добавление дуги приводит к возникновению цикла в дереве. Увеличение провоза по вводимой дуге приводит к пересчету потоков в цикле, провоз по одной из дуг при этом уменьшится до нуля. Дугу с нулевым потоком удаляем из базиса, при этом базисный граф остаётся деревом (цикл разрывается).

Остаётся только пересчитать потенциалы — добавить (или вычесть — зависит от направления дуги) ко всем вершинам «повисшей ветки» на величину невязки

Процесс завершается, когда условие оптимальности {\displaystyle P[i]+C[n]\geq P[j]}

выполняется для всех дуг.{\displaystyle P[j]-P[i]-C[n]}