

Rozwiązywanie równań dynamiki Newtona z automatyczną kontrolą błędu i doбором kroku czasowego.

lab. MOFiT 1 2019/2020

Aleksandra Pestka

09.04.2020

1 Cel projektu

Projekt miał na celu wykorzystanie podstawowych metod numerycznych do wyliczenia orbity ciała o parametrach ruchu zbliżonych do komety Halleya. Warunki początkowe:

- kometa znajduje się w peryhelium orbity (0, 0.586 au)
- prędkość początkowa komety (54.6 km/s, 0)
- Słońce unieruchamiamy w początku układu odniesienia
- za okres orbitalny komety przyjmujemy 75 lat

2 Jawny schemat Eulera vs Metoda RK4

Pierwszy etap projektu polegał na wykorzystaniu jawnego schematu Eulera i obliczeniu toru komety przy 3 obrotach dookoła Słońca. Następnie dokonano powtórzenia operacji dla metody RK4. Na poniższych wykresach porównano rezultaty dla obu metod przy stałym kroku czasowym $\Delta t = 2min$.

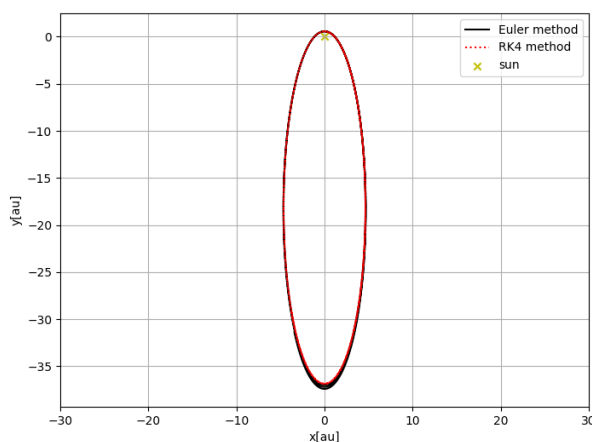


Figure 1: Wykres zależności $y(x)$ - Metoda Eulera vs RK4.

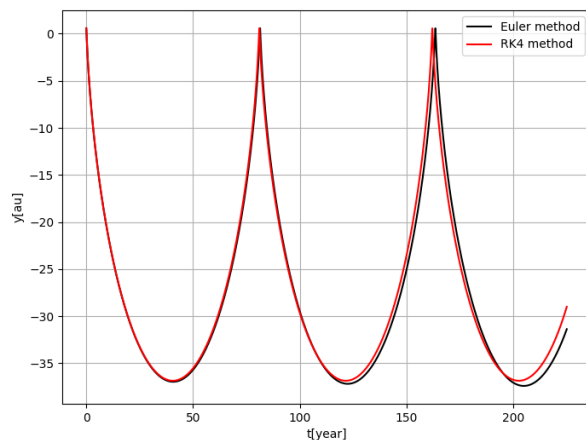


Figure 2: Wykres zależności $y(t)$ - Metoda Eulera vs RK4.

Przy trzech okrążeniach można zauważyć, że dla metody Eulera tor komety rozbiega się w aphelium. W takim przypadku nawet 2 minuty to zbyt długo na krok czasowy przy obiegu około 75 lat. Z kolei dla metody RK4 nie zauważono rozbieżności przy trzech obiegach komety wokół Słońca.

3 Metoda Eulera z automatycznym doбором kroku czasowego.

Zaimplementowano algorytm automatycznego doboru kroku dla metody Eulera. Za krok czasowy przyjęto $\Delta t = 15min$, a za parametr bezpieczeństwa $c = 0.9$. Wykresy wygenerowano dla dwóch wartości tolerowanego błędu: $tol = \{1000m, 10m\}$.

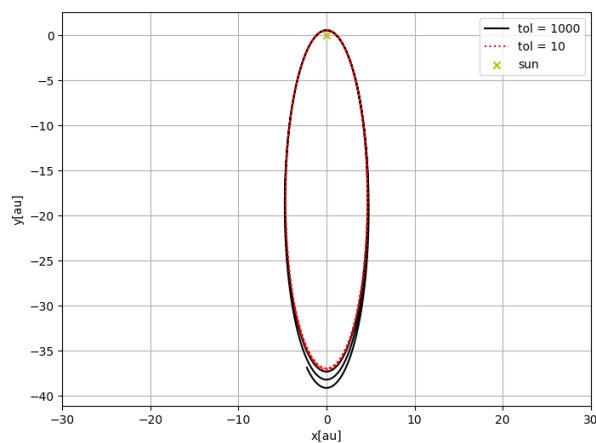


Figure 3: Wykres zależności $y(x)$ dla różnych wartości tolerancji.

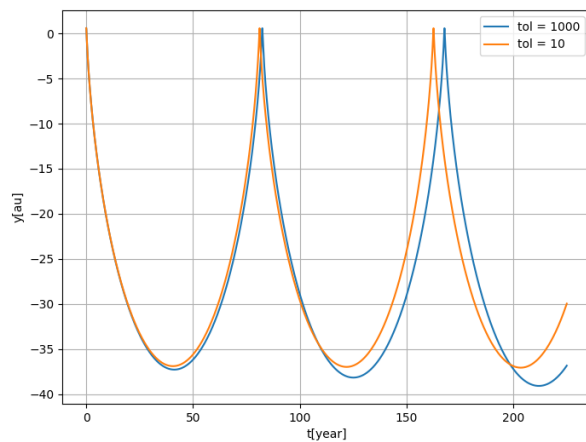


Figure 4: Wykres zależności $y(t)$ dla różnych wartości tolerancji.

Dla $tol = 1000m$ zauważono znaczne rozbieżności toru komety, z kolei $tol = 10m$ jest to wartość w pełni wystarczająca, aby otrzymać wiarygodne wyniki dla trzech okrążeń. Dla każdej z wartości tolerowanego błędu narysowano krok czasowy w funkcji odległości od Słońca.

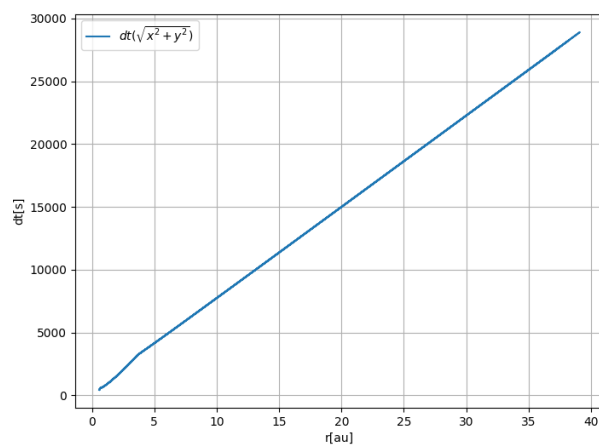


Figure 5: Wykres zależności $dt(r)$ dla $tol = 1000m$.

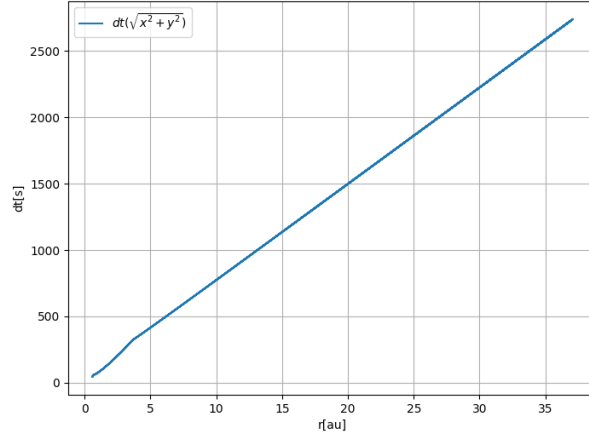


Figure 6: Wykres zależności $dt(r)$ dla $tol = 10$ m.

Krok czasowy Δt zwiększa się liniowo wraz z odległością od Słońca. W przypadku $tol = 1000m$ jest on o rząd wielkości większy niż dla $tol = 10m$, rozważając tę samą odległość r .

4 Metoda RK4 z automatycznym doбором kroku czasowego.

Zaimplementowano algorytm automatycznego doboru kroku dla metody RK4. Za krok czasowy przyjęto $\Delta t = 15min$, a za parametr bezpieczeństwa $c = 0.9$. Wykresy wygenerowano dla dwóch wartości tolerowanego błędu: $tol = \{1000m, 1m\}$.

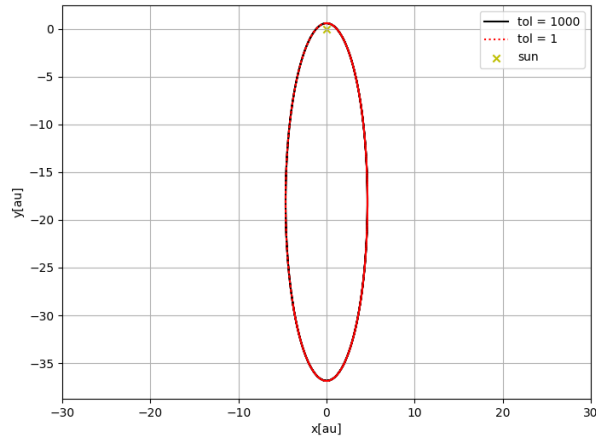


Figure 7: Wykres zależności $y(x)$ dla różnych wartości tolerancji.

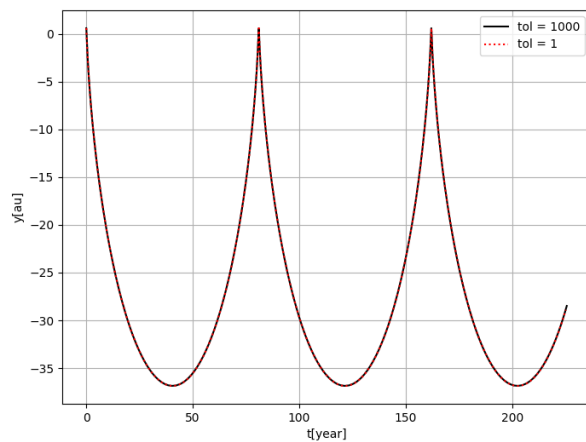


Figure 8: Wykres zależności $y(t)$ dla różnych wartości tolerancji.

W przypadku metody RK4 obie wartości parametru tolerancji tj. 1000 m , 1m okazały się równie dobre i dają identyczne wyniki dla trzech okrążeń komety wokół Słońca. Dla każdej z wartości tolerowanego błędu narysowano krok czasowy w funkcji odległości od Słońca.

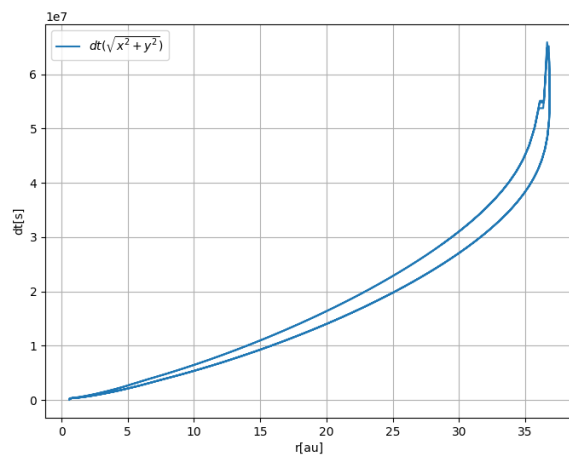


Figure 9: Wykres zależności $dt(r)$ dla $tol = 1000m$.

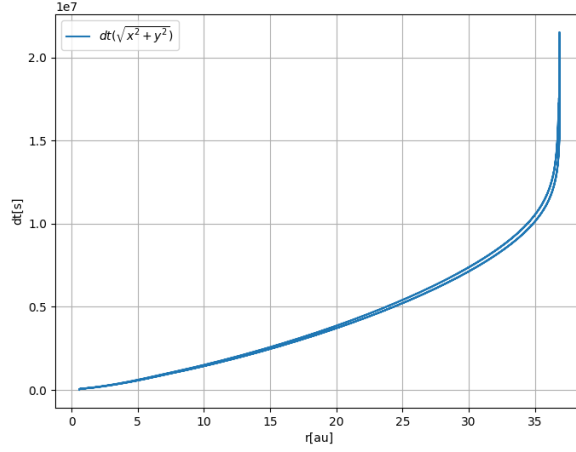


Figure 10: Wykres zależności $dt(r)$ dla $\text{tol} = 1 \text{ m}$.

Krok czasowy w funkcji odległości od Słońca ma charakter wykładniczy. W okolicach aphelium kometa wykonuje znacząco większe kroki niżeli na pozostałej drodze. Zależność $dt(r)$ na drodze peryhelium-aphelium nie pokrywa się z zależnością opisującą $dt(t)$ w drodze powrotnej. W ostateczności otrzymujemy dwie funkcje.

5 Wnioski

Spośród przetestowanych metod i kombinacji parametrów najlepszą dokładnością wykazała się metoda RK4 z automatycznym doбором kroku czasowego. Przy 3 okrążeniach wokół Słońca zarówno dla tolerancji 1km, jak i 1m, rozbieżności w torze ruchu były niezauważalne.