

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino užduotis

Pakartotinė sesija

2017 m. birželio 27 d.

Trukmė – 3 val. (180 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, jo priedą ir atsakymų lapą, pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Įsitikinkite, kad atsakymų lapas pažymėtas lipduku, kurio numeris sutampa su jūsų eilės numeriu egzamino vykdymo protokole.**
3. Bendrojo kurso uždaviniai arba jų dalys pažymėti **B→**.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
5. Per egzaminą galite rašyti juodai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
6. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **tik juodai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai.
7. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite), nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
8. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių, neatsižvelgdami į tai, pagal kurio kurso (bendrojo ar išplėstinio) programą dalyko mokėtės mokykloje. Neišsprendę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
9. Pasirinktus **I dalies** uždavinių atsakymus atsakymų lape pažymėkite kryželiu (žymėkite tik vieną atsakymo variantą). Jei pažymėsite neaiškiai arba daugiau kaip vieną atsakymo variantą, tas uždavinys bus vertinamas 0 taškų. Suklydę atsakymą galite taisyti atsakymų lape nurodytoje vietoje.
10. **II dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
11. **III dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami.
12. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
13. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.

Linkime sėkmės!

I dalis

Kiekvienas šios dalies uždavinys (01–10) turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą **1 tašku**. Pasirinkite, jūsų nuomone, teisingą atsakymą ir pažymėkite jį atsakymų lape kryželiu.

B→01. Kuri iš šių sekų yra baigtinė aritmetinė progresija¹?

A $-1; 3; -9$

B $-9; -3; 3$

C $1; 4; 9$

D $-3; 3; 6$

Juodraštis

B→02. Pradinis stebuklingos pupos aukštis 2 cm. Per parą jos aukštis padvigubėja. Koks bus pupos aukštis po septynių parų?

A 2^7 cm

B 2^8 cm

C 4^6 cm

D 4^7 cm

Juodraštis

B→03. Kurios imties mediana didžiausia?

A 5; 5; 6; 7; 8

B 6; 6; 7; 9

C 5; 6; 7; 8; 8

D 4; 4; 6; 8

Juodraštis

04. Viena krepšyje yra 2 balti ir 2 juodi rutuliai, kitame – mėlynas, raudonas ir žalias. Iš abiejų krepšių atsitiktinai traukiama po vieną rutulį. Kokia tikimybė, kad vienas ištrauktas rutulys bus baltas, kitas – raudonas?

A $\frac{1}{2}$

B $\frac{1}{3}$

C $\frac{1}{5}$

D $\frac{1}{6}$

Juodraštis

¹ baigtinė aritmetinė progresija – конечная арифметическая прогрессия – ciąg arytmetyczny skończony

B→05. Su kuria iš nurodytų reikšmių teisinga lygybė $|\sin \alpha| + \cos \alpha = -1$?

A 0°

B 90°

C 180°

D 270°

Juodraštis

B→06. Jei $2^x = 8$, tai x^2 lygu:

A 6

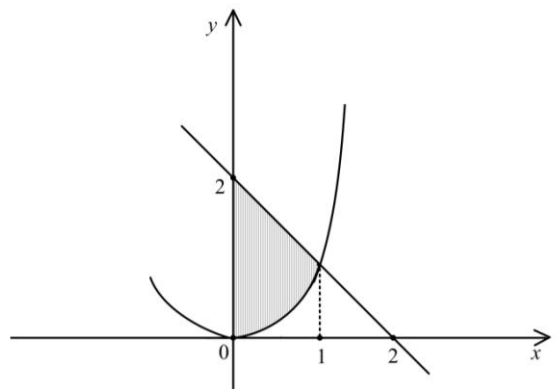
B 8

C 9

D 16

Juodraštis

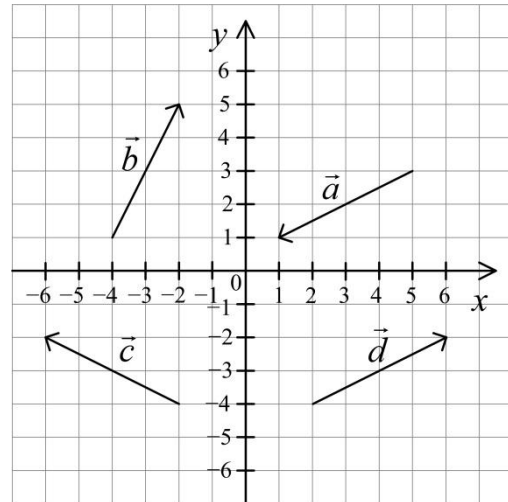
07. Paveiksle pilkai nuspalvintą figūrą riboja funkcijų $y = 2 - x$ ir $y = x^2$ grafikai bei ordinačių ašis. Kurio reiškinių reikšmė lygi šios figūros plotui?



A $\int_0^1 (x^2 - 2 + x) dx$ **B** $\int_0^1 (2 - x - x^2) dx$ **C** $\int_0^1 (2 - x + x^2) dx$ **D** $\int_0^1 (x^2 - 2 - x) dx$

Juodraštis

08. Paveiksle pavaizduoti vektoriai \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ir \vec{d} . Kurio vektoriaus koordinatės yra (4; 2)?



A \vec{a}

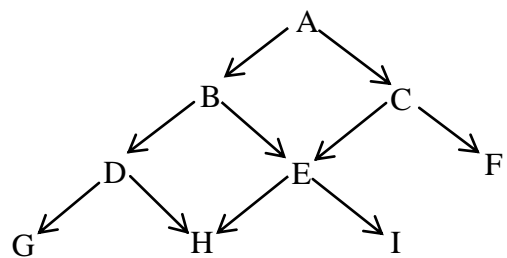
B \vec{b}

C \vec{c}

D \vec{d}

Juodraštis

09. Keliautojas pradeda kelionę iš taško A ir keliauja rodyklėmis pažymėtomis atkarpomis. Taškuose, iš kurių veda du keliai, jis su tokia pačia tikimybe renkasi vieną iš kelių. Kokia tikimybė, kad keliautojas eis keliu $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow H$?



A $\frac{1}{2}$

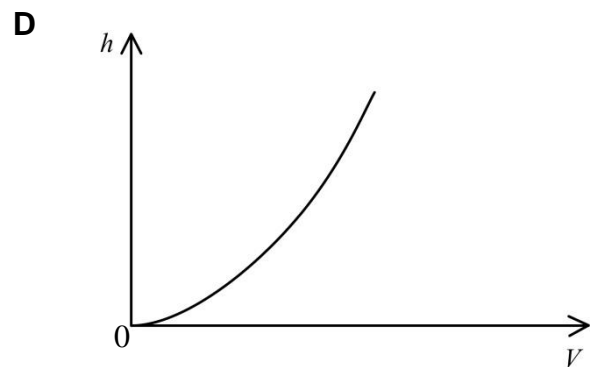
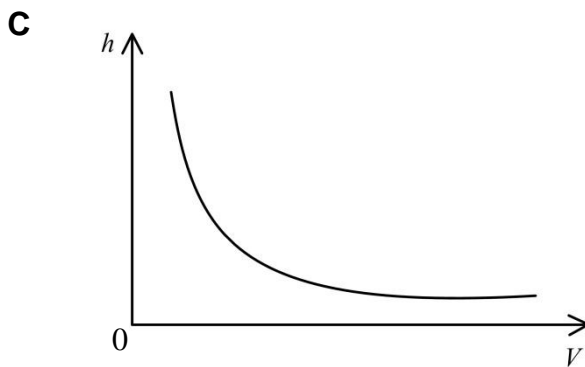
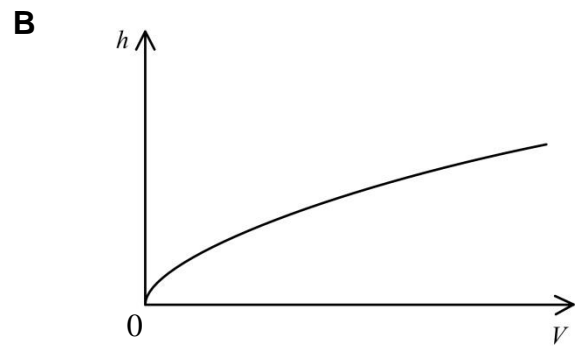
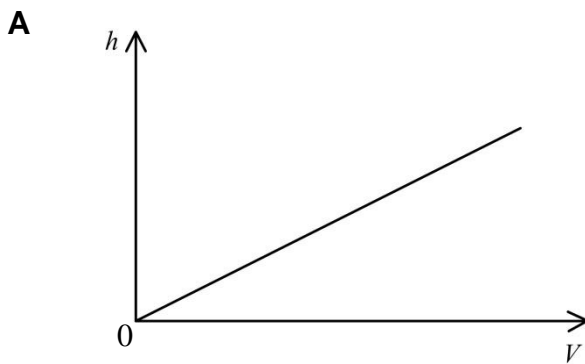
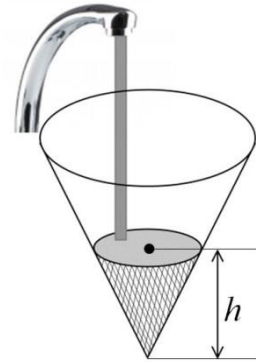
B $\frac{1}{3}$

C $\frac{1}{6}$

D $\frac{1}{8}$

Juodraštis

10. Į kūgio¹ formos indą pilamas vanduo. Viena iš pateiktų paveikslų pavaizduotas vandens aukščio h priklausomybės nuo įpilto vandens kiekio V grafikas. Kuriame paveiksle?



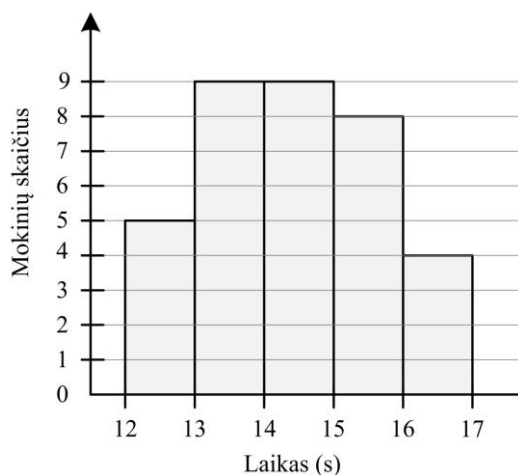
Juodraštis

¹ kūgis – конус – stožek

II dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (11–17) ar jo dalies teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

- B→11.** Mokiniai dalyvavo 100 m bėgimo varžybose. Jų rezultatai pavaizduoti diagrama. Kiek mokinių dalyvavo varžybose?

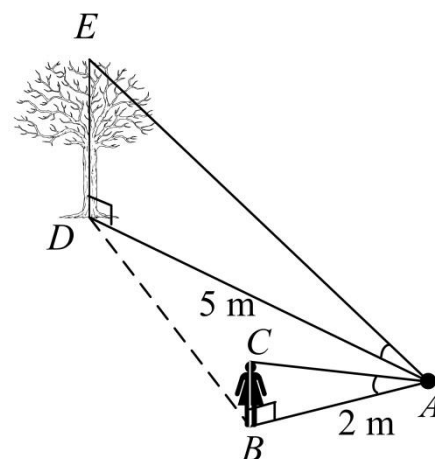


Juodraštis

- B→12.** Iš taško A mergina ir medis matomi tuo pačiu kampų, t. y. $\angle BAC = \angle DAE$. Atstumas AB lygus 2 m, atstumas AD lygus 5 m, merginos ūgis BC lygus 1,7 m.

- 12.1.** Apskaičiuokite medžio aukštį DE metrais.

Juodraštis



- 12.2.** Apskaičiuokite atstumą BD metrais, jei žinoma, kad $\angle BAD = 60^\circ$.

Juodraštis

13. Raskite funkcijų išvestines.

B→13.1. $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$.

Juodraštis

13.2. $g(x) = x \cos x$.

Juodraštis

14. Išspręskite lygtis.

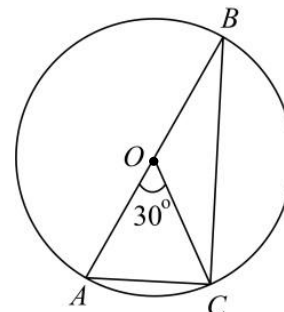
B→14.1. $\log_2 x = 3$.

Juodraštis

14.2. $\sqrt{x^2 - 1} = x + 1$.

Juodraštis

- B→15.** Apskritimo¹ centras yra taškas O , skersmuo – AB , styga – BC . Kampo COA didumas lygus 30° .



- 15.1.** Raskite kampo CBA didumą.

Juodraštis

- 15.2.** Raskite kampo ACB didumą.

Juodraštis

- 15.3.** Apskaičiuokite trikampio ACO plotą, jei AO ilgis lygus 1.

Juodraštis

- 16.** Pasinaudoję atsitiktinio dydžio² X reikšmių tikimybių lentele, apskaičiuokite a reikšmę.

X	-2	-1	0	1
$P(X = x)$	a	$\frac{5}{32}$	a	$\frac{13}{32}$

Juodraštis

- B→17.** Skaičiai x ; 6; 3 yra iš eilės einantys geometrinės progresijos nariai. Raskite x .

Juodraštis

¹ apskritimas – окружность – okrag

² atsitiktinis dydis – случайная величина – zmienna losowa

III dalis

Išspręskite 18–25 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

- 18.** Dėžėje yra 65 vienodo dydžio raudonos ir mėlynos kaladėlės. Tikimybė, kad atsitiktinai iš dėžės išimta kaladėlė bus raudona, lygi $\frac{2}{5}$.

- 18.1.** Kiek mėlynų kaladėlių yra dėžėje?

(2 taškai)

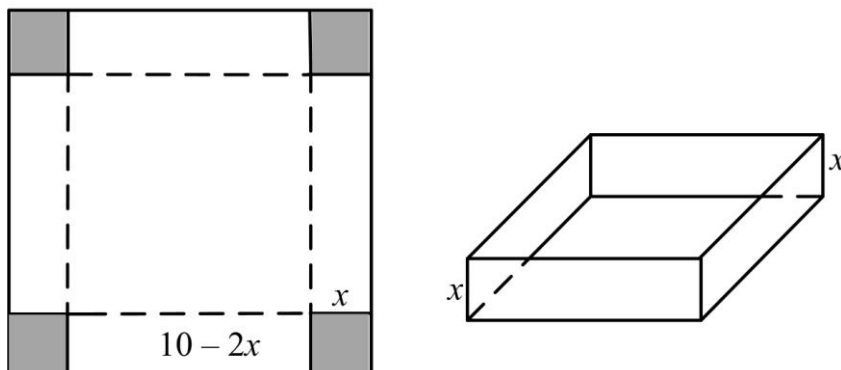
Juodraštis

- 18.2.** Iš dėžės atsitiktinai išimama kaladėlių pora. Kokia tikimybė, kad šią porą sudarys skirtingų spalvų kaladėlės?

(2 taškai)

Juodraštis

- B→19.** Kvadratinio popieriaus lapo kraštinės ilgis¹ yra 10 cm. Lapo kampuose buvo iškirpti vienodo dydžio kvadratai (paveiksle šie kvadratai pilki). Užlenkus gautos išklotinės² šonus, buvo išlankstyta stačiakampio gretasienio³ formos dėžutė be dangčio. Dėžutės aukštis x cm; $x \in (0; 5)$.



- 19.1.** Dėžutės turį pažymėkime $V(x)$. Įrodykite, kad $V(x) = 4x^3 - 40x^2 + 100x$.

(1 taškas)

Juodraštis

- 19.2.** Su kokia x reikšme dėžutė yra kubo⁴ formos?

(1 taškas)

Juodraštis

- 19.3.** Įrodykite, kad dėžutės tūris bus didžiausias, kai $x = \frac{5}{3}$.

(3 taškai)

Juodraštis

¹ kraštinės ilgis – длина стороны – długość boku

² išklotinė – развёртка – siatka

³ stačiakampis gretasienis – прямоугольный параллелепипед – prostopadłościan

⁴ kubas – куб – sześcian

20. Duota funkcija $f(x) = 3^{x^2-1}$.

B→20.1. Apskaičiuokite $f(-1) - f(2)$.

(1 taškas)

Juodraštis

20.2. Raskite a reikšmes, su kuriomis $f(a) = 27$.

(2 taškai)

Juodraštis

20.3. Apskaičiuokite $f'(1)$.

(2 taškai)

Juodraštis

20.4. Raskite $g(f(x))$, jei $g(x) = \log_9 x$. Atsakymą užrašykite $ax^2 + c$ pavidalu.

(2 taškai)

Juodraštis

- 21.** Darbuotojas dirbo penkerius metus ir jo uždarbis kasmet didėjo po 10 %, palyginti su vienais praėjusiais metais. Per antruosius darbo metus darbuotojas uždirbo 6600 eurų.

B→21.1. Kiek darbuotojas uždirbo per trečiuosius darbo metus?

(1 taškas)

Juodraštis

B→21.2. Kiek darbuotojas uždirbo per pirmuosius darbo metus?

(1 taškas)

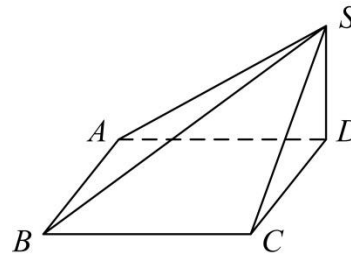
Juodraštis

- 21.3.** Kiek darbuotojas uždirbo per penkerius darbo metus? Atsakymą pateikite sveikųjų skaičių tikslumu.

(2 taškai)

Juodraštis

- 22.** Piramidės pagrindas¹ $ABCD$ yra lygiagretainis², $AD = 5$, $CD = 4$, $\angle CDA$ – smailusis, $S_{ABCD} = 10\sqrt{3}$ (žr. pav.).



- 22.1.** Apskaičiuokite kampo CDA didumą.

(2 taškai)

Juodraštis

- B→22.2.** Piramidės tūris lygus $2\sqrt{3}$. Apskaičiuokite piramidės aukštinės SD ilgį.

(2 taškai)

Juodraštis

¹ piramidės pagrindas – основание пирамиды – podstawa ostrosłupa

² lygiagretainis – параллелограмм – równoległobok

23. Kampo α reikšmės priklauso intervalui $(90^\circ; 180^\circ)$.

23.1. Raskite $\cos \alpha$, jei $\sin \alpha = \frac{1}{6}$.

(2 taškai)

Juodraštis

23.2. Raskite $\cos \alpha$, jei $\sin (270^\circ - \alpha) = \frac{7}{10}$.

(1 taškas)

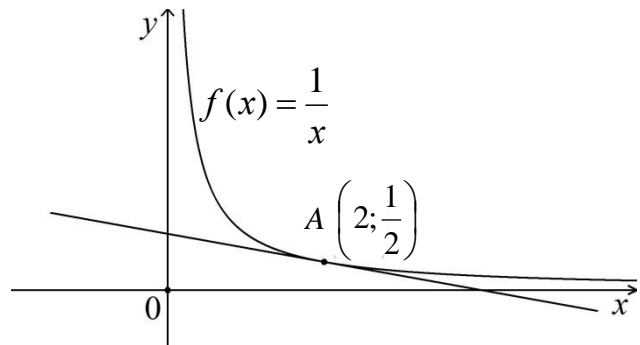
Juodraštis

23.3. Yra žinoma, kad $\cos \alpha = \frac{m+1}{m}$ ir $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Kokiam intervalui priklauso skaičius m ?

(3 taškai)

Juodraštis

24. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $f(x) = \frac{1}{x}$ grafikas.



- 24.1. Per tašką $A\left(2; \frac{1}{2}\right)$ nubrėžta funkcijos $f(x)$ grafiko liestinė¹ (žr. pav.). Užrašykite šios liestinės lygtį.

(2 taškai)

Juodraštis

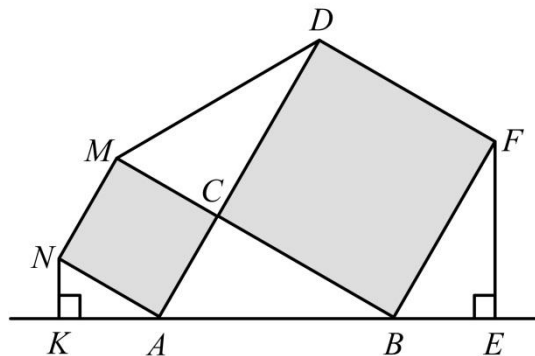
- 24.2. Funkcijos $g(x) = f(x+a)+b$, kai $a > 0$, grafikui priklauso taškai $B(1; 0)$ ir $C(-1; \frac{2}{3})$. Raskite a ir b reikšmes.

(2 taškai)

Juodraštis

¹ liestinė – касательная – styczná

- 25.** Paveiksle pavaizduoti du kvadratai $ACMN$ ir $BFDC$, turintys bendrą viršūnę C . Taškai M , C ir B yra vienoje tiesėje. Per šių kvadratų viršūnes A ir B nubrėžta tiesė. Tiesėje AB pažymėti taškai K ir E taip, kad $FE \perp AB$ ir $NK \perp AB$.



- 25.1.** Įrodykite, kad trikampiai CDM ir KAN yra panašieji trikampiai¹.

(1 taškas)

Juodraštis

- 25.2.** Įrodykite, kad $NK + FE = MD$.

(3 taškai)

Juodraštis

¹ panašieji trikampiai – подобные треугольники – trójkąty podobne