

# MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino užduotis  
Pagrindinė sesija

Egzamino trukmė – 3 val. (180 min.)

## NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, jo priedą ir atsakymų lapą, pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Įsitikinkite, kad atsakymų lapas pažymėtas lipduku, kurio numeris sutampa su jūsų eilės numeriu egzamino vykdymo protokole.**
3. Bendrojo kurso uždaviniai arba jų dalys pažymėti **B→**.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
5. Per egzaminą galite rašyti pieštuku, juodai rašančiu tušinuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
6. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **tik juodai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai.
7. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite), nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
8. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių, neatsižvelgdami į tai, pagal kurio kurso (bendrojo ar išplėstinio) programą dalyko mokėtės mokykloje. Neišsprendę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
9. Pasirinktus **I dalies** uždavinių atsakymus atsakymų lape pažymėkite kryželiu (žymėkite tik vieną atsakymo variantą). Jei pažymėsite neaiškiai arba daugiau kaip vieną atsakymo variantą, tas uždavinys bus vertinamas 0 taškų. Suklydę atsakymą galite taisyti atsakymų lape nurodytoje vietoje.
10. **II dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
11. **III dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **III dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
12. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
13. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.

Linkime sėkmės!

## I dalis

Kiekvienas šios dalies uždavinys (01–10) turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą **1 tašku**. Pasirinkite, jūsų nuomone, teisingą atsakymą ir pažymėkite jį atsakymų lape kryželiu.

**B→01.** Suprastinkite  $\frac{25^{2020}}{5}$ .

**A**  $5^{2020}$

**B**  $5^{2021}$

**C**  $5^{4039}$

**D**  $5^{4040}$

Juodraštis

**B→02.** Pavasarį vienos mokyklos mokiniai nutarė dalyvauti akcijoje „Tvarkom miesto parkus“. Mieste yra 3 parkai ir kiekvienam parkui tvarkyti planuojama skirti po vieną dieną. Keliais skirtingais būdais mokiniai gali sudaryti parkų tvarkymo grafiką, jeigu juos reikia sutvarkyti per pirmąsias penkias savaitės dienas?

**A** 6

**B** 10

**C** 20

**D** 60

Juodraštis

**B→03.** Kai  $x \neq -3$  ir  $x \neq 3$ , tai  $\frac{x}{x-3} - \frac{x-1}{x+3} =$

**A**  $\frac{1}{x^2-9}$

**B**  $-\frac{1}{x^2-9}$

**C**  $\frac{7x-3}{x^2-9}$

**D**  $\frac{3-x}{x^2-9}$

Juodraštis

**B→04.** Buvo nupirkta  $a$  knygų po  $b$  eurų ir  $b$  knygų po  $a$  eurų ( $a \neq b$ ). Vidutinė vienos knygos kaina eurai yra:

**A**  $\frac{a+b}{2}$

**B**  $\frac{2ab}{a+b}$

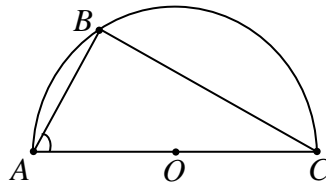
**C**  $\frac{ab}{2}$

**D**  $\frac{ab}{a+b}$

Juodraštis

**B→05.** Taškas  $B$  priklauso pusapskritimiui<sup>1</sup>, kurio centras yra taškas  $O$  (žr. pav.). Jei  $AB = AO$ , tai  $\angle BAC =$

- A**  $30^\circ$   
**B**  $45^\circ$   
**C**  $60^\circ$   
**D**  $90^\circ$



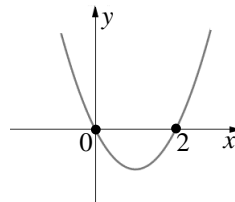
*Juodraštis*

**B→06.** Jeigu funkcijos  $f(x) = \frac{x+5}{2x+a}$  apibrėžimo sritis<sup>2</sup> yra  $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$ , tai  $a =$

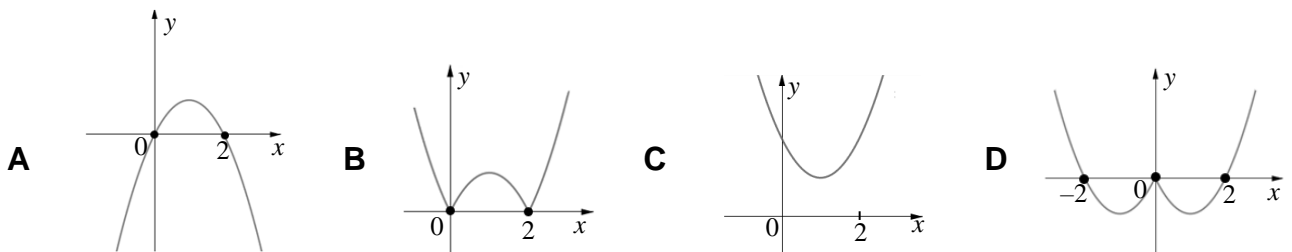
- A**  $-8$                       **B**  $-4$                       **C**  $4$                       **D**  $8$

*Juodraštis*

**07.** Paveiksle pavaizduotas funkcijos  $y = f(x)$  grafikas.



Kuriame paveiksle pavaizduotas funkcijos  $y = |f(x)|$  grafikas?



*Juodraštis*

<sup>1</sup> pusapskritimis – półokrąg – полуокружность

<sup>2</sup> apibrėžimo sritis – dziedzina – область определения

08. Funkcijos  $f(x) = 3\sin(2x) + 2$  reikšmių sritis<sup>1</sup> yra:

**A**  $[1; 3]$

**B**  $[-4; 8]$

**C**  $[-3; 3]$

**D**  $[-1; 5]$

*Juodraštis*

09. Funkcijos  $f(x) = e^{x^2}$  išvestinė yra:

**A**  $e^{2x}$

**B**  $e^{x^2}$

**C**  $2xe^{x^2}$

**D**  $x^2e^{x^2-1}$

*Juodraštis*

10. Apskaičiuokite  $\log_a 8 \cdot \log_2 a$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ).

**A** 4

**B** 3

**C**  $\frac{1}{3}$

**D**  $\frac{1}{4}$

*Juodraštis*

---

<sup>1</sup> reikšmių sritis – zbiór wartości – область значений

## II dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (11–17) ar jo dalies teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

- B→11.** Vienos klasės mokiniai buvo apklausti, kiek kartų per metus jie apsilankė teatre. Apklausos rezultatai pateikti lentelėje.

Apsilankymų teatre skaičius	Mokinių skaičius
1	8
2	11
$x$	6

- 11.1.** Apskaičiuokite  $x$  reikšmę, jeigu klasės mokinių apsilankymų teatre per metus vidurkis lygus 2,4.

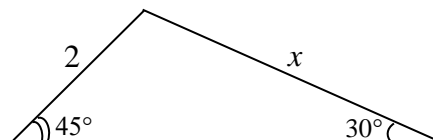
*Juodraštis*

- 11.2.** Apskaičiuokite tikimybę<sup>1</sup>, kad atsitiktinai pasirinktas šios klasės mokinys per metus teatre apsilankė ne daugiau kaip 2 kartus.

*Juodraštis*

- B→12.** Remdamiesi paveikslo duomenimis, apskaičiuokite kraštinės ilgį  $x$ .

*Juodraštis*



<sup>1</sup> tikimybė – prawdopodobieństwo – вероятность

**13.** Pažymėję  $\sin 100^\circ = k$ ,

**B→13.1.**  $\cos^2 100^\circ$  išreikškite per  $k$ ;

*Juodraštis*

**13.2.**  $\sin 260^\circ$  išreikškite per  $k$ .

*Juodraštis*

**14.** Mokyklos raštinėje yra du telefonai: mobiliojo ryšio ir fiksuoto ryšio. Įvykiai, kad darbo dienos metu per vieną valandą suskambės mobiliojo ryšio ir fiksuoto ryšio telefonai, yra nepriklausomi. Šių įvykių tikimybės atitinkamai lygios 0,8 ir 0,75.

**B→14.1.** Apskaičiuokite įvykio, kad darbo dienos metu per vieną valandą fiksuoto ryšio telefonas nesuskambės, tikimybę.

*Juodraštis*

**14.2.** Apskaičiuokite įvykio, kad darbo dienos metu per vieną valandą suskambės bent vienas telefonas, tikimybę.

*Juodraštis*

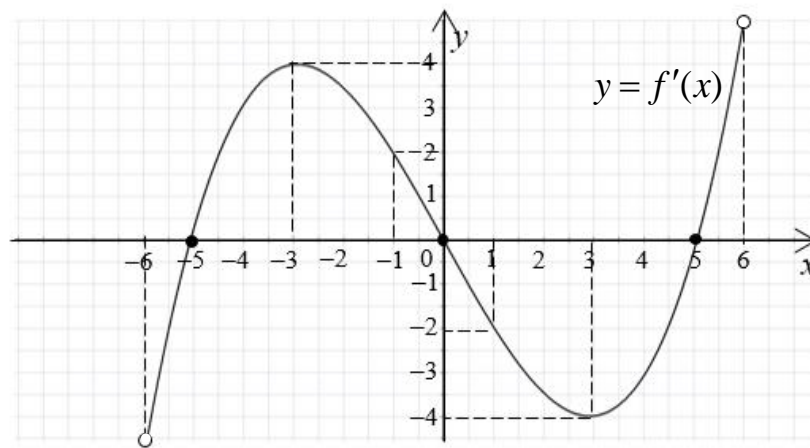
**B→15.** Apskaičiuokite  $a+b$ , jei  $ac+ad+bd+bc=68$  ir  $c+d=4$ .

*Juodraštis*

**16.** Apskaičiuokite  $xy$ , jei  $2^x=3$  ir  $3^y=16$ .

*Juodraštis*

**17.** Paveiksle pavaizduotas funkcijos  $y=f(x)$ , apibrėžtos intervale  $(-6; 6)$ , išvestinės grafikas. Grafikas kerta  $x$  ašį taškuose  $(-5; 0)$ ,  $(0; 0)$  ir  $(5; 0)$ .



Remdamiesi funkcijos  $y=f(x)$  išvestinės grafiku, atlikite užduotis.

**17.1.** Nurodykite funkcijos  $y=f(x)$  mažėjimo intervalus.

*Juodraštis*

**17.2.** Raskite funkcijos  $y=f(x)$  maksimumo tašką ( $x$  koordinatę).

*Juodraštis*

**17.3.** Žinodami, kad taškas  $A(1; 2)$  priklauso funkcijos  $y=f(x)$  grafikui, parašykite šios funkcijos grafiko liestinės taške  $A$  lygtį.

*Juodraštis*

## III dalis

*Išspręskite 18–26 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.*

- B→18.** Sporto klube viena treniruotė kainuoja 15 Eur. Šiame sporto klube vyksta akcija – kas penktai treniruotei taikoma 60 % nuolaida. Simas treniruotėms skyrė 250 Eur. Apskaičiuokite, kiek daugiausia treniruočių akcijos metu jis gali apmokėti už šiuos pinigus.

*(2 taškai)*

*Juodraštis*

- 19.** Išspręskite lygtis:

**B→19.1.**  $\log_5(x - 7) = 0;$

*(1 taškas)*

*Juodraštis*

**19.2.**  $\sin x + \sin(2x) = 0.$

*(3 taškai)*

*Juodraštis*



**B→20.** Jurgita gamina ir parduoda apyrankes. Vienos apyrankės pagaminimo išlaidos (savikaina) yra 20 Eur. Iš pradžių Jurgita pardavinėjo apyrankes po 38 Eur ir per mėnesį parduodavo vidutiniškai 10 apyrankių. Ji pastebėjo, kad kiekvienas pardavimo kainos sumažinimas  $x$  eurų mėnesio pardavimus vidutiniškai padidina  $x$  apyrankių; čia  $0 \leq x \leq 18$ .

**20.1.** Tarkime, kad apyrankės pardavimo kainą Jurgita sumažino  $x$  eurų. Parodykite, kad už parduotas apyrankes gautas mėnesio pelnas apskaičiuojamas pagal formulę  $P(x) = -x^2 + 8x + 180$ .

(2 taškai)

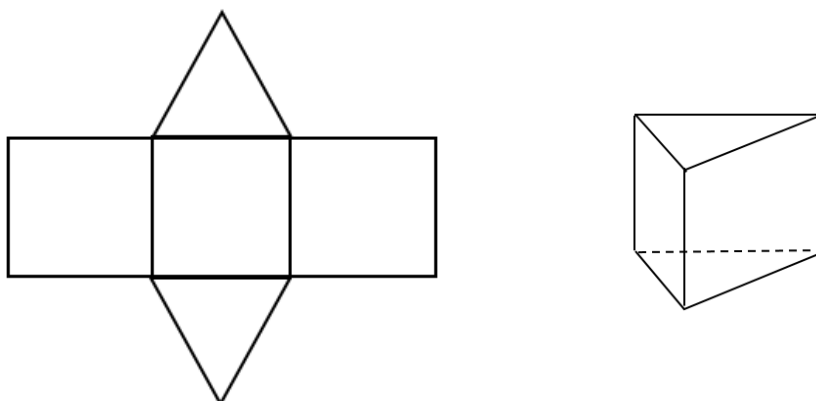
*Juodraštis*

**20.2.** Nustatykite, su kuria  $x$  reikšme pelnas  $P(x)$  už parduotas apyrankes bus didžiausias.

(2 taškai)

*Juodraštis*

21. Trikampės prizmės<sup>1</sup> išklotinę sudaro trys kvadratai, kurių kraštinės ilgis lygus 6, ir du trikampiai (žr. 1 pav.).



1 pav.

- B→21.1.** Parodykite, kad šios prizmės pagrindo plotas<sup>2</sup> yra lygus  $9\sqrt{3}$ .

(1 taškas)

Juodraštis

- B→21.2.** Apskaičiuokite aukštinės ilgį tokios trikampės piramidės<sup>3</sup>, kurios pagrindo plotas ir tūris atitinkamai lygūs duotosios prizmės pagrindo plotui ir tūriui.

(3 taškai)

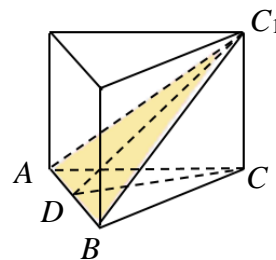
Juodraštis

<sup>1</sup> trikampė prizmė – graniastoslup trójkątny – треугольная призма

<sup>2</sup> pagrindo plotas – pole podstawy – площадь основания

<sup>3</sup> trikampė piramidė – ostrosłup trójkątny – треугольная пирамида

- 21.3.** Per prizmės šoninių sienų įstrižaines<sup>1</sup>  $AC_1$  ir  $BC_1$  bei pagrindo kraštinę  $AB$  nubrėžta plokštuma<sup>2</sup> (žr. 2 pav.).



2 pav.

- 21.3.1.** Prizmės briaunoje<sup>3</sup>  $AB$  pažymėtas vidurio taškas  $D$ . Įrodykite, kad  $C_1D \perp AB$  ir  $CD \perp AB$ .

(1 taškas)

Juodraštis

- 21.3.2.** Apskaičiuokite kampo tarp plokštumų  $ABC$  ir  $ABC_1$  tangento reikšmę.

(2 taškai)

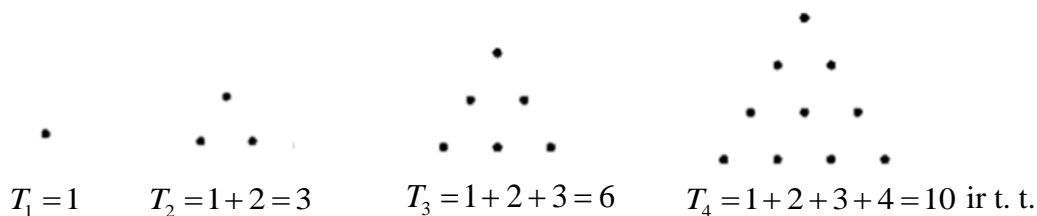
Juodraštis

<sup>1</sup> šoninės sienos įstrižainė – przekątna ściany bocznej – диагональ боковой грани

<sup>2</sup> plokštuma – płaszczyzna – плоскость

<sup>3</sup> prizmės briauna – krawędź graniastosłupa – ребро призмы

- 22.** Pitagoras, gyvenęs maždaug V a. pr. Kr. Italijoje, įkūrė mokyklą. Šios mokyklos mokiniai – pitagoriečiai – mėgo tyrinėti ne tik geometrines figūras, bet ir skaičius, kuriuos galima pavaizduoti geometriškai. Pavyzdžiui, natūralių skaičių<sup>1</sup>  $T_n$  jie vadino trikampių skaičiumi, jeigu jis lygus vienas po kito einančių  $n$  natūraliųjų skaičių, pradedant vienetu, sumai (žr. pav.).



- B→22.1.** Apskaičiuokite, kam lygus trikampis skaičius  $T_{18}$ .

(1 taškas)

*Juodraštis*

- 22.2.** Ar skaičius 7750 yra trikampis skaičius? Atsakymą pagrįskite.

(2 taškai)

*Juodraštis*

- 22.3.** Raskite didžiausią keturženklį trikampių skaičių<sup>2</sup>.

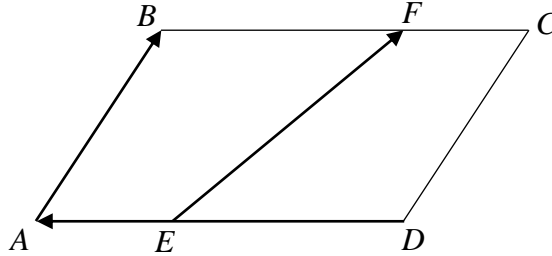
(3 taškai)

*Juodraštis*

<sup>1</sup> natūralusis skaičius – liczba naturalna – натуральное число

<sup>2</sup> keturženklis trikampis skaičius – czterocyfrowa liczba trójkątna – четырёхзначное треугольное число

23. Lygiagretainio<sup>1</sup>  $ABCD$  kraštinėse  $AD$  ir  $BC$  atitinkamai pažymėti taškai  $E$  ir  $F$  taip, kad  $AE : ED = FC : BF = 1 : 2$ . Pažymėję  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$  ir  $\overrightarrow{DA} = \vec{b}$ , vektorių  $\overrightarrow{EF}$  išreikškite vektoriais  $\vec{a}$  ir  $\vec{b}$ .



(2 taškai)

Juodraštis

24. Įmonė paskelbė ieškanti studentų darbui vasarą. Į jos skelbimą atsiliepė 3 kartus daugiau vaikinių negu merginų. Jeigu iš atsiliepusių įmonė atsitiktinai pasirinktų du studentus, tikimybė, kad ji pasirinktų dvi merginas, lygi  $\frac{1}{20}$ . Apskaičiuokite, kiek merginų ir kiek vaikinių atsiliepė į skelbimą.

(3 taškai)

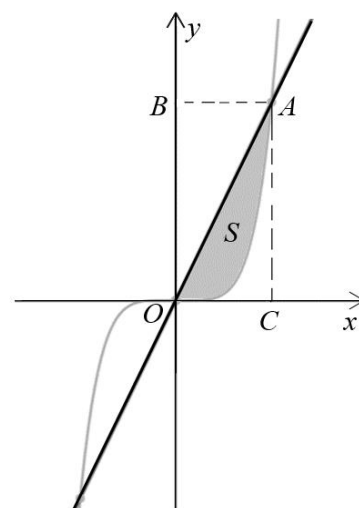
Juodraštis

<sup>1</sup> lygiagretainis – równoległobok – параллелограмм

- 25.** Per koordinačių sistemos pradžios tašką  $O$  ir funkcijos  $f(x) = x^5$  grafiko tašką  $A$ , kurio abscisė lygi  $a$  ( $a > 0$ ), nubrėžta tiesė (žr. pav.). Įrodykite, kad šios funkcijos grafiko ir tiesės, kai  $x \geq 0$ , ribojamos figūros plotas  $S$  yra lygus trečdaliui stačiakampio<sup>1</sup>  $ABOC$  ploto; čia  $C(a; 0)$ .

(4 taškai)

Juodraštis

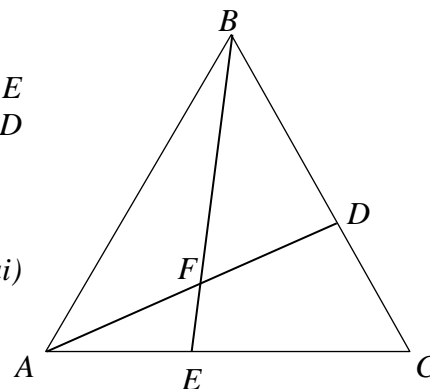


- 26.** Duotas lygiakraštis trikampis<sup>2</sup>  $ABC$ . Jo kraštinėse  $BC$  ir  $AC$  atitinkamai pasirinkti taškai  $D$  ir  $E$  taip, kad  $BD : DC = CE : EA = 3 : 2$ . Atkarpos  $BE$  ir  $AD$  susikerta taške  $F$ .

- 26.1.** Įrodykite, kad  $\angle AFE = 60^\circ$ .

(2 taškai)

Juodraštis



<sup>1</sup> stačiakampis – prostokąt – прямоугольник

<sup>2</sup> lygiakraštis trikampis – trójkąt prostokątny – прямоугольный треугольник

**26.2.** Įrodykite, kad  $\triangle ACD \sim \triangle AFE$ .

(1 taškas)

*Juodraštis*

**26.3.** Apskaičiuokite  $AF : FD$ .

(3 taškai)

*Juodraštis*

**Juodraštis**