

**2014 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIES
 VERTINIMO INSTRUKCIJA**
 Pagrindinė sesija

I dalis

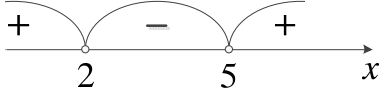
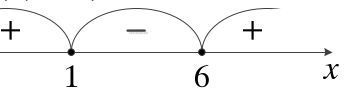
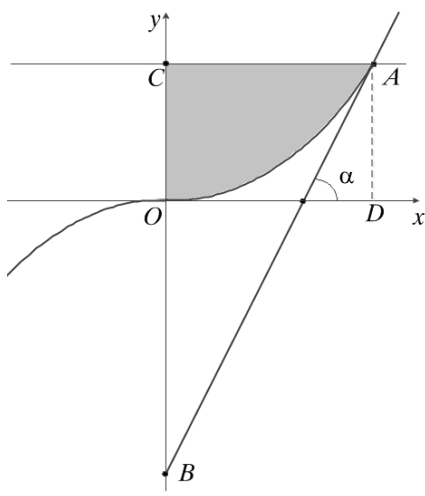
Užd. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ats.	D	C	D	C	D	A	D	B	B	D	B	C

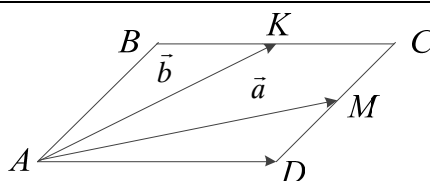
II dalis

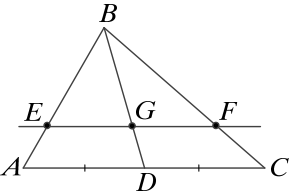
13	1,5 h arba 1,5, arba $1\frac{1}{2}$; 90 arba 90 min
14	10 626
15	24 cm ² arba 24
16	45° arba $\frac{\pi}{4}$; 45
17	$\frac{5}{12}$ arba $\frac{15}{36}$; 0,41(6)
18	34
19	$(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; $x \leq -1$ arba $x \geq 1$
20	-1
21	$68 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ arba 68
22	173 cm arba 173; 1,73 m arba 1,73

III dalis

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
23		5	
23.1		1	
	$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin \frac{\pi}{2} - \cos \pi = 1 + 1 = 2.$	• 1	Už teisingą atsakymą.
23.2		2	
	$f(x) = \sin x - \cos(2x) = \sin x - \cos^2 x + \sin^2 x =$ $= 2 \sin^2 x + \sin x - 1 =$	• 1	Už teisingai pertvarkytą reiškinį.
	$= 2(\sin x + 1) \left(\sin x - \frac{1}{2} \right) =$ $= (\sin x + 1)(2 \sin x - 1).$	• 1	Už teisingai gautą sandaugą.
23.3		2	
	$(\sin x + 1)(2 \sin x - 1) = 0,$ $\sin x = -1;$ $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ arba $x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$	• 1	Už gautą teisingą lygties sprendinį.
	$\sin x = \frac{1}{2},$ $x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$ <i>Ats.: $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$</i>	• 1	Už gautą teisingą lygties sprendinį.
	<i>Pastabos. 1. Jei sprendžiant 23.2 dauginama $(\sin x + 1)(2 \sin x - 1)$ ir gaunama $2 \sin^2 x + \sin x - 1$, tai skiriamas 1 taškas. 2. Jei sprendžiant 23.2 dauginama $(\sin x + 1)(2 \sin x - 1)$ ir gaunama $\sin x - \cos(2x)$, tai už 26.2 skiriami 2 taškai.</i>		
24		4	
24.1		2	
	$V_1(x) = \pi \cdot 6^2 \cdot 2x, V_2(x) = \frac{4}{3} \pi \cdot x^3.$	• 1	Už teisingą bent vienos (ritinio arba rutulio) tūrio formulės panaudojimą.
	$V(x) = V_1(x) - V_2(x) = 72\pi x - \frac{4}{3} \pi x^3,$ $x \in (0; 6).$	• 1	Už teisingą vandens inde tūrio formulės užrašymą.
24.2		2	
	$V' = 72\pi - 4\pi x^2 = 0,$ $x_1 = 3\sqrt{2}, x_2 = -3\sqrt{2}$ (netenkina sąlygos) $x = 3\sqrt{2}.$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą teigiamą x reikšmę, su kuria išvestinė lygi nuliui.
	 <i>Ats.: $3\sqrt{2}$ (arba $\sqrt{18}$).</i>	• 1	Už teisingą pagrindimą, kad vandens tūrio maksimumas pasiekiamas, kai $x = 3\sqrt{2}.$

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
25		5	
25.1		2	
	$x^2 - 7x + 10 > 0.$ $(x-2)(x-5) > 0.$  <i>Ats.:</i> $x \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty).$	<ul style="list-style-type: none"> • 1 	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
		<ul style="list-style-type: none"> • 1 	Už gautą teisingą atsakymą.
25.2		3	
	$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 7x + 10) \geq -2,$ $x^2 - 7x + 10 \leq 4, \text{ nes } 0 < \frac{1}{2} < 1.$	<ul style="list-style-type: none"> • 1 	Už gautą teisingą kvadratinę nelygybę.
	$x^2 - 7x + 6 \leq 0,$ $(x-1)(x-6) \leq 0.$  $x \in [1; 6]$	<ul style="list-style-type: none"> • 1 	Už teisingai išspręstą kvadratinę nelygybę.
	<i>Ats.:</i> $[1; 2) \cup (5; 6].$	<ul style="list-style-type: none"> • 1 	Už gautą teisingą atsakymą.
26		7	
26.1		2	
	 $f'(x) = \frac{3}{216}x^2 = \frac{x^2}{72},$ $\frac{x^2}{72} = 2$	<ul style="list-style-type: none"> • 1 	Už teisingą išvestinės apskaičiavimą ir jos prilyginimą 2.
	$x_1 = 12, x_2 = -12$ (netenkina). $y = f(12) = 8.$ <i>Ats.:</i> $(12; 8).$	<ul style="list-style-type: none"> • 1 	Už teisingai surastas taško A koordinates.
26.2		1	
	$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) =$ $= 8 + 2(x - 12) = 2x - 16.$	<ul style="list-style-type: none"> • 1 	Už teisingą argumentavimą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
26.3		1	
	Ats.: $B(0; -16)$.	• 1	Už teisingas taško B koordinates.
26.4		3	
	$S_{ADO} = \int_0^{12} \frac{x^3}{216} dx;$ $S_{AOC} = \int_0^{12} \left(8 - \frac{x^3}{216} \right) dx;$ $S_{ABO} = \int_0^{12} \left(\frac{x^3}{216} - 2x + 16 \right) dx.$	• 1	Už teisingą vienos iš figūrų AOC , ABO , ADO plotų reiškimą apibrėžtiniu integralu.
	$S_{AOC} = 72,$ $S_{ABO} = 72.$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą vienos figūros AOC arba ABO plotą.
	$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 24 = 144.$ $S_{ABO} = 144 - 72 = S_{AOC}.$	• 1	Už įrodymą, kad figūrų plotai lygūs.
27		4	
	$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 12, \\ a_1 + a_3 = 2a_2. \end{cases}$	• 1	Už teisingą aritmetinės progresijos sumos išraišką ir aritmetinės progresijos savybių taikymą.
	$\begin{cases} a_2 + a_3 + a_4 = 19, \\ a_3^2 = a_2 \cdot a_4. \end{cases}$	• 1	Už teisingą geometrinės progresijos sumos išraišką ir geometrinės progresijos savybių taikymą.
	$3a_2 = 12,$ $a_2 = 4.$	• 1	Už bet kurio iš keturių teigiamų skaičių radimą.
	$a_1 = 2, a_3 = 6, a_4 = 9.$ <p>Ats.: 2, 4, 6, 9.</p>	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
28		4	
	 <p>Iš $\triangle ADM$: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} = \vec{a}$, Iš $\triangle ABK$: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AK}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK} = \vec{b}$.</p>	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (pvz., gaunamos vektorių \overrightarrow{AK} arba \overrightarrow{AM} išraiškos).
	$\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}.$	• 1	Už teisingas vektorių $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MC}$ ir $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{KC}$ išraiškas.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
	<p>Iš $\triangle ADM$: $\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \vec{a}$,</p> <p>Iš $\triangle ABK$: $\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$,</p> <p>$\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\left(\vec{b} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right) = \vec{a}$.</p> <hr/> <p>$\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} = \vec{a}$,</p> <p>$\frac{3}{4}\overrightarrow{AD} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$,</p> <p>Ats.: $\overrightarrow{AD} = \frac{4}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$.</p>	<p>• 1</p>	Už teisingą lygybę, siejančią vektorius \overrightarrow{AD} , \vec{a} ir \vec{b} .
	<p>$\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} = \vec{a}$,</p> <p>$\frac{3}{4}\overrightarrow{AD} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$,</p> <p>Ats.: $\overrightarrow{AD} = \frac{4}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$.</p>	<p>• 1</p>	Už gautą teisingą atsakymą.
29		3	
	 <p><i>I būdas</i></p> <p>Kadangi $EF \parallel AC$, tai</p> <p>$\angle BEG = \angle BAD$,</p> <p>$\angle BFG = \angle BCD$ – kaip atitinkamieji kampai, gauti dvi lygiagrečias tieses kirtus tiesėmis BA ir BC.</p> <p>Vadinasi, $\triangle BEG \sim \triangle BAD$, $\triangle BGF \sim \triangle BDC$ (pagal du lygius kampus – atitinkamuosius ir bendrą).</p> <p>Todėl $\frac{EG}{AD} = \frac{BG}{BD}$, $\frac{BG}{BD} = \frac{GF}{DC}$.</p> <p>Iš čia $\frac{EG}{AD} = \frac{GF}{DC}$.</p> <p>Kadangi $AD = DC$, tai $EG = GF$.</p> <p>Taigi G – atkarpos EF vidurio taškas.</p>	<p>• 1</p>	Už trikampių panašumo pagrindimą.
	<p>Todėl $\frac{EG}{AD} = \frac{BG}{BD}$, $\frac{BG}{BD} = \frac{GF}{DC}$.</p>	<p>• 1</p>	Už dvi teisingas proporcijas.
	<p>Iš čia $\frac{EG}{AD} = \frac{GF}{DC}$.</p> <p>Kadangi $AD = DC$, tai $EG = GF$.</p> <p>Taigi G – atkarpos EF vidurio taškas.</p>	<p>• 1</p>	Už teisingą pagrindimą, kad G yra atkarpos EF vidurio taškas.
	<p><i>II būdas</i></p> <p>Pagal Talio teoremos išvadą $\triangle BAD$</p> <p>$\frac{BE}{BA} = \frac{BG}{BD} = \frac{EG}{AD}$.</p>	<p>• 1</p>	Už teisingą Talio teoremos išvados panaudojimą.
	<p>Pagal Talio teoremos išvadą $\triangle BDC$</p> <p>$\frac{BG}{BD} = \frac{BF}{BC} = \frac{GF}{DC}$.</p>	<p>• 1</p>	Už teisingą Talio teoremos išvados panaudojimą.
	<p>Todėl $\frac{EG}{AD} = \frac{GF}{DC}$.</p> <p>Kadangi $AD = DC$, tai $EG = GF$.</p> <p>Taigi G – atkarpos EF vidurio taškas.</p>	<p>• 1</p>	Už teisingą pagrindimą, kad G yra atkarpos EF vidurio taškas.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
30		5	
	<p>6 rutulius iš 11 galima ištraukti</p> $n = C_{11}^6 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 462 \text{ būdais.}$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą galimų baigčių skaičių.
	<p> $1N + 5L$, $3N + 3L$, $5N + 1L$. </p>	• 1	Už visas palankias numerių kombinacijas.
	<p>6 rutulius, tarp kurių yra 5 su nelyginiais numeriais, galima ištraukti</p> $C_6^5 \cdot C_5^1 = \frac{6}{1} \cdot \frac{5}{1} = 30 \text{ būdų.}$ <p>6 rutulius, tarp kurių yra 3 su nelyginiais numeriais, galima ištraukti</p> $C_6^3 \cdot C_5^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 200 \text{ būdų.}$ <p>6 rutulius, tarp kurių yra 1 su nelyginiu numeriu, galima ištraukti</p> $C_6^1 \cdot C_5^5 = \frac{6}{1} \cdot 1 = 6 \text{ būdais.}$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą palankių baigčių skaičių bent vienai numerių kombinacijai.
	<p>Įvykis A – „ištrauktų 6 rutulių numerių suma yra nelyginis skaičius“.</p> <p>Palankių įvykių yra</p> $m = 30 + 200 + 6 = 236;$ $P(A) = \frac{236}{462} = \frac{118}{231}.$ <p>Ats.: $\frac{118}{231}.$</p>	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.