



MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino užduotis

Pagrindinė sesija

Egzamino trukmė – 3 val. 15 min. (195 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, jo priedą ir atsakymų lapą, pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Įsitikinkite, kad atsakymų lapas pažymėtas lipduku, kurio numeris sutampa su jūsų eilės numeriu egzamino vykdymo protokole.**
3. Bendrojo kurso uždaviniai arba jų dalys pažymėti **B→**.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
5. Per egzaminą galite rašyti juodai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
6. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **tik juodai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis.
7. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
8. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių, neatsižvelgdami į tai, pagal kurio kurso (bendrojo ar išplėstinio) programą dalyko mokėtės mokykloje. Neišsprendę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
9. Pasirinktus **I dalies** uždavinių atsakymus atsakymų lape pažymėkite kryželiu (žymėkite tik vieną atsakymo variantą). Jei pažymėsite neaiškiai arba daugiau kaip vieną atsakymo variantą, tas uždavinys bus vertinamas 0 taškų. Suklydę atsakymą galite taisyti atsakymų lape nurodytoje vietoje.
10. **II dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
11. **III dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **III dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
12. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
13. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.

Linkime sėkmės!

I dalis

Kiekvienas šios dalies uždavinys (01–10) turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą 1 tašku. Pasirinkite, jūsų nuomone, teisingą atsakymą ir pažymėkite jį atsakymų lape kryželiu.

B→01. Nustatykite reiškinio¹ $x - 2 + \frac{1}{1-x}$ apibrėžimo sritį².

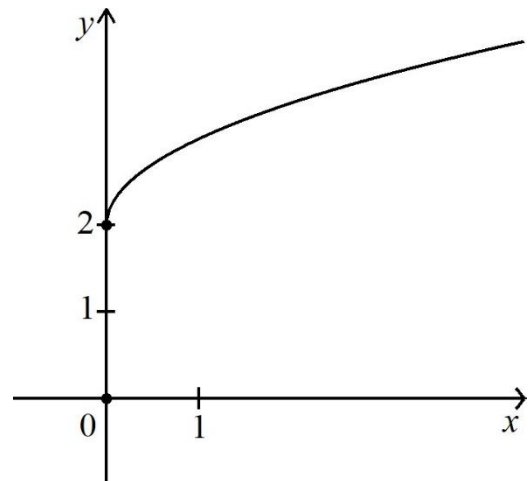
- A** $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
B $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$
C $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
D $x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

Juodraštis

B→02. Kurios funkcijos grafikas pavaizduotas paveiksle?

- A** $f(x) = \sqrt{x+2}$
B $f(x) = \sqrt{x} - 2$
C $f(x) = \sqrt{x-2}$
D $f(x) = \sqrt{x} + 2$

Juodraštis



B→03. Kai $\alpha \in [90^\circ; 180^\circ)$, tai $\sin \alpha$ reikšmės³ priklauso intervalui:

- A** $(-1; 0]$ **B** $[-1; 0)$ **C** $(0; 1]$ **D** $[0; 1)$

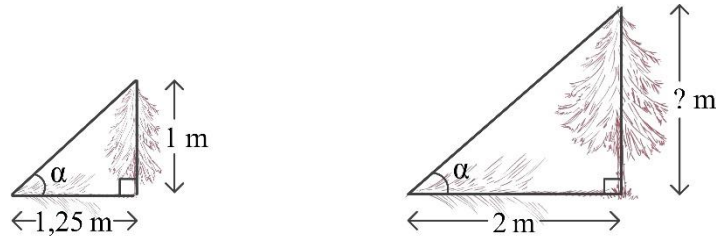
Juodraštis

¹ reiškinys – wyrażenie – выражение

² apibrėžimo sritis – dziedzina – область определения

³ reikšmė – wartość – значение

B→04. Vieno parke augančio 1 m aukščio medžio šešėlio ilgis lygus 1,25 m, o kito netoliese augančio medžio šešėlio ilgis lygus 2 m (žr. pav.). Apskaičiuokite šio medžio aukštį.



A 1,6 m

B 1,75 m

C 1,85 m

D 2,5 m

Juodraštis

B→05. Su kuriomis x reikšmėmis funkcija $f(x) = 2^x - 0,5$ įgyja neigiamas reikšmes?

A $x \in (-\infty; -1)$

B $x \in (-\infty; 0)$

C $x \in (-1; +\infty)$

D $x \in (-\infty; +\infty)$

Juodraštis

B→06. $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} =$

A $a^{\frac{1}{6}}$

B $a^{\frac{1}{5}}$

C $a^{\frac{1}{3}}$

D $a^{\frac{5}{6}}$

Juodraštis

07. Tiesė m eina per tašką $(-2; 3)$ ir yra lygiagreti su tiese⁴ $y = -2x + 1$. Tiesės m lygtis yra:

A $y = 0,5x + 4$

B $y = -2x - 1$

C $y = -0,5x + 2$

D $y = -2x + 3$

Juodraštis

08. Mokyklos muzikos būrelį lanko 10 mokinių: 6 iš jų dainuoja, o 4 – groja. Renginyje vienu metu turi koncertuoti 5 šio būrelio nariai: 3 dainuojantys ir 2 grojantys mokiniai. Keliais skirtingais būdais galima išrinkti penkis renginio dalyvius?

A 1440

B 132

C 120

D 26

Juodraštis

09. Nustatykite **visas** galimas k reikšmes, su kuriomis kampas tarp vektorių $\vec{a} = (2k; 3)$ ir $\vec{b} = (-1; 2)$ yra smailusis⁵.

A $k \in (0; +\infty)$

B $k \in (-\infty; 3)$

C $k \in (3; +\infty)$

D $k \in (-\infty; 0)$

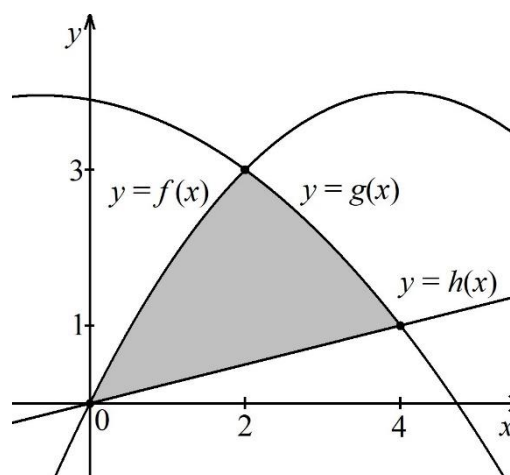
Juodraštis

⁴ lygiagreti su tiese – równoległa do prostej – параллельна прямой

⁵ smailusis – ostry – острый

10. Paveiksle pavaizduotų funkcijų $y = f(x)$ ir $y = g(x)$ grafikai susikerta⁶ taške $(2; 3)$. Funkcijos $y = h(x)$ grafikas yra tiesė, kuri kerta funkcijos $y = f(x)$ grafiką taške $(0; 0)$, o funkcijos $y = g(x)$ grafiką – taške $(4; 1)$. Funkcijų $y = f(x)$, $y = g(x)$ grafikų ir tiesės $y = h(x)$ ribojama figūra nuspalvinta pilkai (žr. pav.). Šios figūros plotui apskaičiuoti tinka keli reiškiniai. Kuris iš pateiktų reiškinių tam yra **netinkamas**?

- A $\int_0^2 (f(x) - h(x))dx + \int_2^4 (g(x) - h(x))dx$
- B $\int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 g(x)dx - \int_0^4 h(x)dx$
- C $\int_0^4 (f(x) - h(x) + g(x) - h(x))dx$
- D $\int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 g(x)dx - 2$



Juodraštis

⁶ susikirsti – przeciąć się – пересечься

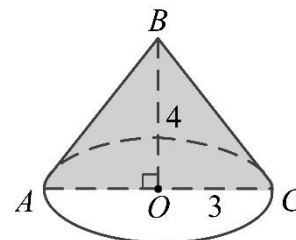
II dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (11–18) ar jo dalies teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

B→11. Paveiksle pavaizduotas kūgis⁷, kurio aukštinė $OB = 4$, o kūgio pagrindo spindulys $OC = 3$.

11.1. Apskaičiuokite šio kūgio ašinio pjūvio⁸ ABC plotą⁹.

Juodraštis



11.2. Apskaičiuokite šio kūgio šoninio paviršiaus¹⁰ plotą.

Juodraštis

11.3. Apskaičiuokite, kiek kartų padidėtų šio kūgio tūris, jeigu jo aukštinę padidintume 2 kartus, o spindulį padidintume 3 kartus.

Juodraštis

B→12. Vienas siurblys baseiną pripildo vandeniu per 9 val., o antras siurblys tą patį baseiną pripildo vandeniu per 18 val. Per kiek valandų baseiną pripildys vandeniu abu siurbLIAI, veikdami kartu?

Juodraštis

⁷ kūgis – stożek – конус

⁸ ašinis pjūvis – przekrój osiowy – осевое сечение

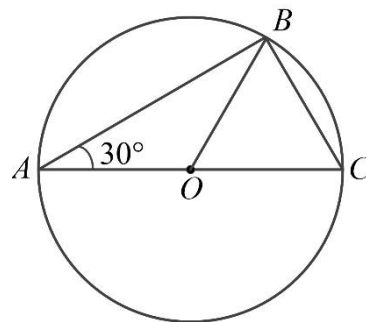
⁹ plotas – pole – площадь

¹⁰ šoninis paviršius – powierzchnia boczna – боковая поверхность

- 13.** Paveiksle pavaizduotas apskritimas, kurio centras yra taškas O , o skersmuo – AC . Taškas B priklauso šiam apskritimui, o $\angle BAC = 30^\circ$.

B→13.1. Apskaičiuokite $\angle BOC$ didumą.

Juodraštis



- 13.2.** Pažymėję $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ir $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, išreikškite vektorių \overrightarrow{BC} vektoriais \vec{a} ir \vec{b} .

Juodraštis

- 14.** Turime keletą standartinių šešiasienių žaidimo kauliukų.

B→14.1. Metami du kauliukai. Apskaičiuokite tikimybę¹¹, kad abiejų kauliukų atvirtusių akučių skaičių suma bus lygi 12.



Juodraštis

- 14.2.** Metami keturi kauliukai. Apskaičiuokite tikimybę, kad atvirtusių akučių skaičių sandauga¹² bus lyginis skaičius¹³.

Juodraštis

¹¹ tikimybė – prawdopodobieństwo – вероятность

¹² sandauga – iloczyn – произведение

¹³ lyginis skaičius – liczba parzysta – чётное число

- B→15.** Duota aibė¹⁴ $A = \{3; 7; 8; 10; 13; 15; 93\}$. Aibė B yra aibės A poaibis¹⁵ ($B \subset A$), kurį sudaro tik aibės A visi pirminiai skaičiai¹⁶. Apskaičiuokite aibės B elementų sumą.

Juodraštis

- B→16.** Imtį¹⁷ sudaro keturi natūralieji skaičiai¹⁸. Yra žinoma, kad jų moda lygi 15, mediana lygi 14, o vidurkis lygus 13. Raskite šios imties mažiausią skaičių.

Juodraštis

- 17.** Garso, kurį girdi žmogus, intensyvumo lygį D decibelais (dB) galima apskaičiuoti pagal formulę $D = 120 + 10 \lg I$; čia I – garso stipris (W/m^2). Keliais decibelais padidėtų garso intensyvumo lygis D , jei garso stiprį I padidintume 1000 kartų?

Juodraštis

- 18.** Yra žinoma, kad funkcija $f(x)$ nelyginė¹⁹, $g(x) = f(x) + 2$ ir $g(1) = \sqrt{3}$. Apskaičiuokite $g(-1)$.

Juodraštis

¹⁴ aibė – zbiór – множество

¹⁵ poaibis – podzbiór – подмножество

¹⁶ pirminis skaičius – liczba pierwsza – простое число

¹⁷ imtis – próba – выборка

¹⁸ natūralusis skaičius – liczba naturalna – натуральное число

¹⁹ nelyginė – nieparzysta – нечётная

III dalis

Išspręskite 19–26 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

- 19.** Rokas iš banko paėmė paskolą šeimos kelionei. Gražinti paskolą jis turi, mokėdamas įmokas kas mėnesį, pagal tokią schemą: pirmojo mėnesio pabaigoje jis turi sumokėti 120 Eur, o po to kiekvieno kito mėnesio pabaigoje turi sumokėti 5 % daugiau negu prieš tai buvusį mėnesį.

B→19.1. Kiek eurų Rokas turi sumokėti bankui antrojo mėnesio pabaigoje?

(1 taškas)

Juodraštis

B→19.2. Kiek iš viso eurų Rokas bus sumokėjęs bankui po trijų mėnesių?

(2 taškai)

Juodraštis

- 19.3.** Užrašykite formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti, kiek iš viso eurų Rokas bus sumokėjęs bankui po n mėnesių. Atsakymą pateikite reiškiniu $K(a^n - 1)$, kai K yra natūralusis skaičius, o a – realusis teigiamasis skaičius²⁰.

(1 taškas)

Juodraštis

²⁰ realusis teigiamasis skaičius – liczba rzeczywista dodatnia – положительное действительное число

20. Duota funkcija $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x$.

B→20.1. Raskite funkcijos išvestinę $f'(x)$.

(1 taškas)

Juodraštis

B→20.2. Nustatykite, su kuriomis x reikšmėmis funkcijos $y = f(x)$ reikšmės didėja.

(2 taškai)

Juodraštis

20.3. Įrodykite, kad funkcijos $y = f(x)$ grafiko liestinės krypties koeficientas²¹ negali būti lygus -1 .

(2 taškai)

Juodraštis

20.4. Raskite, su kuria a reikšme lygybė $\int_{-1}^a f(x) dx = -3a^3 - 7$ yra teisinga.

(3 taškai)

Juodraštis

²¹ liestinės krypties koeficientas – współczynnik kierunkowy stycznej – угловой коэффициент касательной

21. Išspręskite lygtis:

B→21.1. $\log_2(9 - x^2) = 3;$

(2 taškai)

Juodraštis

B→21.2. $2 \sin x = 1$, kai $x \in (90^\circ; 180^\circ);$

(2 taškai)

Juodraštis

21.3. $\sqrt{2-x} = \sqrt{x} - 2.$

(3 taškai)

Juodraštis

- 22.** Dėžėje yra vienodo dydžio mėlynų, žalių ir raudonų kamuoliukų. Yra žinoma, kad tikimybė iš dėžės atsitiktinai ištraukti mėlyną kamuoliuką lygi $\frac{1}{5}$, o tikimybė iš dėžės atsitiktinai ištraukti žalią kamuoliuką lygi tikimybei iš dėžės atsitiktinai ištraukti raudoną kamuoliuką.

- B→22.1.** Iš dėžės atsitiktinai traukiamas vienas kamuoliukas. Apskaičiuokite tikimybę, kad jis bus raudonas.

(1 taškas)

Juodraštis

- 22.2.** Iš dėžės atsitiktinai ištraukiamas vienas kamuoliukas, įsimenama jo spalva ir jis grąžinamas atgal į dėžę. Tada dar kartą iš dėžės atsitiktinai ištraukiamas vienas kamuoliukas ir vėl įsimenama jo spalva. Apskaičiuokite tikimybę, kad:

- 22.2.1.** abu kartus bus ištraukti mėlynos spalvos kamuoliukai;

(1 taškas)

Juodraštis

- 22.2.2.** abu kartus bus ištraukti skirtingų spalvų kamuoliukai.

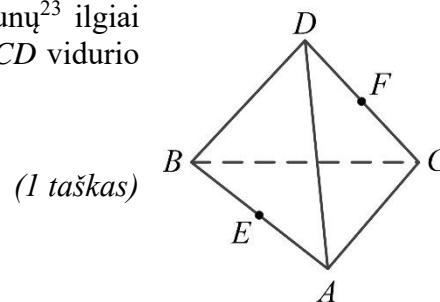
(2 taškai)

Juodraštis

- 23.** Paveiksle pavaizduotas tetraedras²² $ABCD$, kurio briaunų²³ ilgiai lygūs 6, o taškai E ir F yra atitinkamai briaunų AB ir CD vidurio taškai.

B→23.1. Apskaičiuokite tetraedro viso paviršiaus²⁴ plotą.

Juodraštis



- 23.2.** Apskaičiuokite kosinusą kampo, kurį sudaro tetraedro šoninė²⁵ briauna CD su pagrindo plokštuma²⁶ ABC .

(2 taškai)

Juodraštis

- 23.3.** Įrodykite, kad $EF \perp AB$.

(1 taškas)

Juodraštis

- 23.4.** Įrodykite, kad atkarpos EF ilgis lygus atstumui tarp prasilenkiančių tiesių²⁷ AB ir CD . Atkarpos EF ilgio apskaičiuoti nereikia.

(1 taškas)

Juodraštis

²² tetraedras – czworoscian foremny – тетраэдр

²³ briauna – krawędź – ребро

²⁴ visas paviršius – powierzchnia całkowita – полная поверхность

²⁵ šoninė – boczna – боковое

²⁶ pagrindo plokštuma – płaszczyzna podstawy – плоскость основания

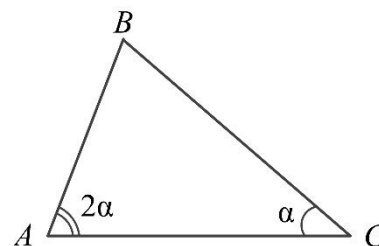
²⁷ atstumas tarp prasilenkiančių tiesių – odległość między prostymi skośnymi – расстояние между скрещивающимися прямыми

- 24.** Raskite argumento x reikšmę, su kuria funkcija $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ įgyja didžiausią reikšmę intervale $x \in \left[\frac{1}{e}; e^3\right]$. Atsakymą pagrįskite.

(3 taškai)

Juodraštis

- 25.** Trikampio ABC kampas ACB lygus α , o kampas BAC lygus 2α ; $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$. Kraštinės BC ilgis yra k kartų didesnis už kraštinės AB ilgį. Įrodykite, kad $\cos \alpha = \frac{k}{2}$, ir nustatykite visas galimas k reikšmes.



(3 taškai)

Juodraštis

- 26.** Skaiciai a , b ir c yra trys iš eilės einantys aritmetinės progresijos nariai²⁸ (čia $a \neq b$), o skaičiai b , c ir a yra trys iš eilės einantys geometrinės progresijos nariai. Apskaičiuokite geometrinės progresijos vardiklį²⁹.

(4 taškai)

Juodraštis

²⁸ aritmetinės progresijos narys – wyraz ciągu arytmetycznego – член арифметической прогрессии

²⁹ vardiklis – iloraz – знаменатель

Juodraštis