



MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino užduotis

Pagrindinė sesija

2022 m. birželio 10 d.

Egzamino trukmė – 3 val. (180 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, jo priedą ir atsakymų lapą, pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Įsitikinkite, kad ant jūsų atsakymų lapo užklijuotas kodas, kurio numeris sutampa su jūsų eilės numeriu egzamino vykdymo protokole.**
3. Bendrojo kurso uždaviniai arba jų dalys pažymėti **B→**.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
5. Per egzaminą galite rašyti juodai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
6. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **tik juodai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis.
7. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
8. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių, neatsižvelgdami į tai, pagal kurio kurso (bendrojo ar išplėstinio) programą dalyko mokėtės mokykloje. Neišsprendę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
9. Pasirinktus **I dalies** uždavinių atsakymus atsakymų lape pažymėkite kryželiu (žymėkite tik vieną atsakymo variantą). Jei pažymėsite neaiškiai arba daugiau kaip vieną atsakymo variantą, tas uždavinys bus vertinamas 0 taškų. Suklydę atsakymą galite taisyti atsakymų lape nurodytoje vietoje.
10. **II dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
11. **III dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **III dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
12. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
13. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.

Linkime sėkmės!

I dalis

Kiekvienas šios dalies uždavinys (01–10) turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą **1 tašku**. Pasirinkite, jūsų nuomone, teisingą atsakymą ir pažymėkite jį atsakymų lape kryželiu.

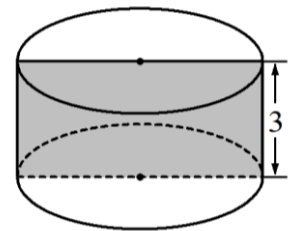
B→01. Kiek iš viso skirtingų dviženklių natūraliųjų skaičių¹ galima sudaryti iš skaitmenų² 0, 1, 2, 3, 4, 5, jeigu skaitmenys skaičiuje negali kartotis?

A 20**B** 25**C** 30**D** 36*Juodraštis*

B→02. Imtį³ sudaro dešimt skaičių: 7; 1; 4; 3; 6; 6; 3; 3; 8; 7. Nustatykite šios imties medianą.

A 3**B** 4**C** 5**D** 6*Juodraštis*

B→03. Ritinio ašinio pjūvio⁴ plotas lygus 18, o ritinio aukštinės⁵ ilgis lygus 3 (žr. pav.). Apskaičiuokite ritinio pagrindo plotą.

A 6π **B** 9π **C** 12π **D** 36π *Juodraštis*

¹ dviženkliai natūralieji skaičiai – liczby naturalne dwucyfrowe – двузначные натуральные числа

² skaitmuo – cyfra – цифра

³ imtis – próba – выборка

⁴ ritinio ašinis pjūvis – przekrój osiowy walca – осевое сечение цилиндра

⁵ aukštinė – wysokość – высота

B→04. Yra žinoma, kad $\sin \alpha = 0,6$ ir $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tuomet $\cos \alpha =$

A $-0,8$

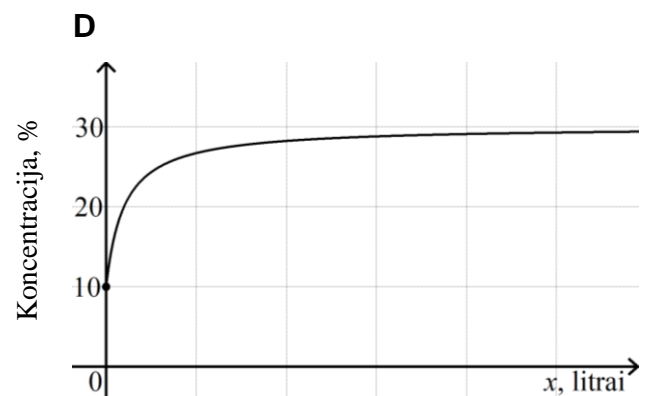
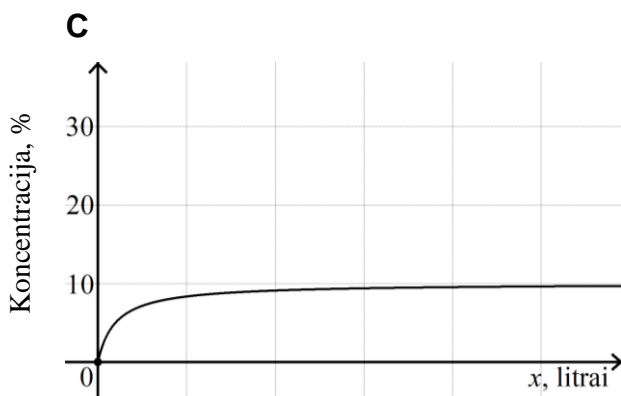
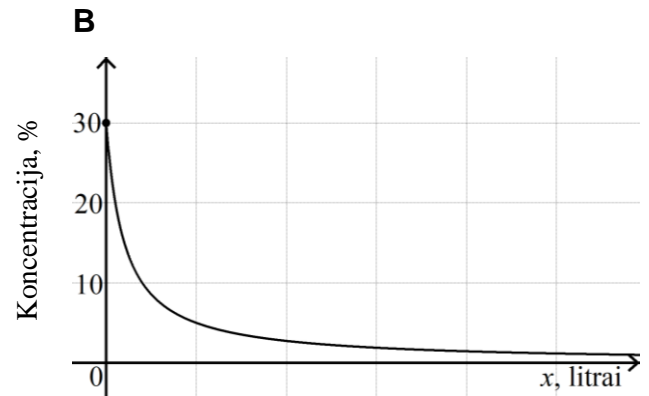
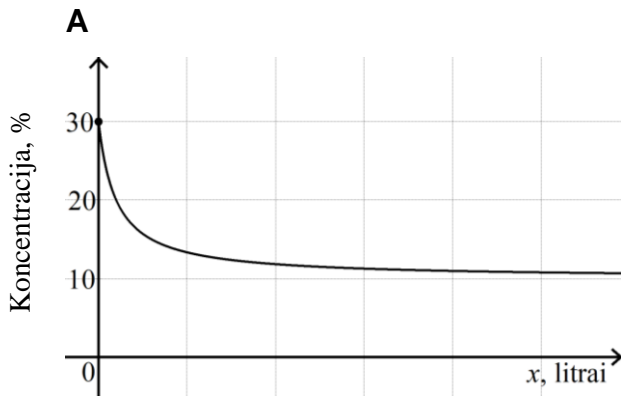
B $-0,4$

C $0,4$

D $0,8$

Juodraštis

B→05. Į 2 litrus 30 % koncentracijos cukraus tirpalo įpilama x litrų 10 % koncentracijos cukraus tirpalo. Kuriame grafike pavaizduota gauto tirpalo koncentracijos priklausomybė nuo x ?



Juodraštis

- 06.** Trikampio ABC kraštinės BC ilgis lygus $\sqrt{3}$, o kampo A didumas yra 60° . Apskaičiuokite apie šį trikampį apibrėžto apskritimo spindulio⁶ ilgį.

A $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B 1

C $\sqrt{3}$

D 2

Juodraštis

- 07.** Duota funkcija $f(x) = \cos x$. Apskaičiuokite $f'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

A $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

B $-\frac{1}{2}$

C $\frac{1}{2}$

D $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Juodraštis

- 08.** Suprastinkite reiškinį $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$, jeigu $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$.

A $\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$

B $\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}$

C $\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}$

D $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$

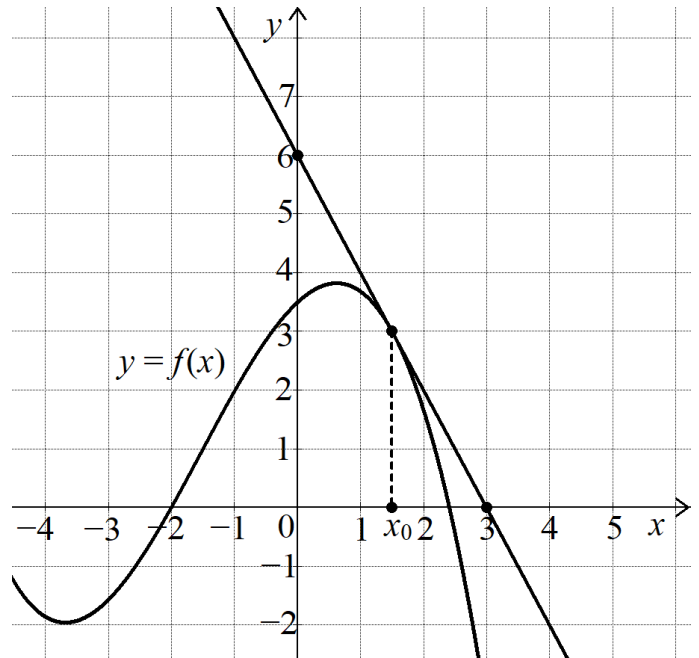
Juodraštis

⁶ apibrėžto apskritimo spindulys – promień okręgu opisanego – радиус описанной окружности

09. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas ir šio grafiko liestinė⁷ taške, kurio abscisė⁸ yra x_0 . Ši liestinė kerta koordinatų ašis taškuose $(0; 6)$ ir $(3; 0)$. Apskaičiuokite $f'(x_0)$.

- A -2
 B $-0,5$
 C $0,5$
 D 2

Juodraštis



10. Yra žinoma, kad $f(x) = \cos x$ ir $g(x) = \sin x$. Kuri iš pateiktų funkcijų yra nelyginė⁹?

- A $h_1(x) = f(f(x))$
 B $h_2(x) = f(g(x))$
 C $h_3(x) = g(f(x))$
 D $h_4(x) = g(g(x))$

Juodraštis

⁷ liestinė – styczna – касательная

⁸ abscisė – odcięta – абсцисса

⁹ nelyginė – nieparzysta – нечётная

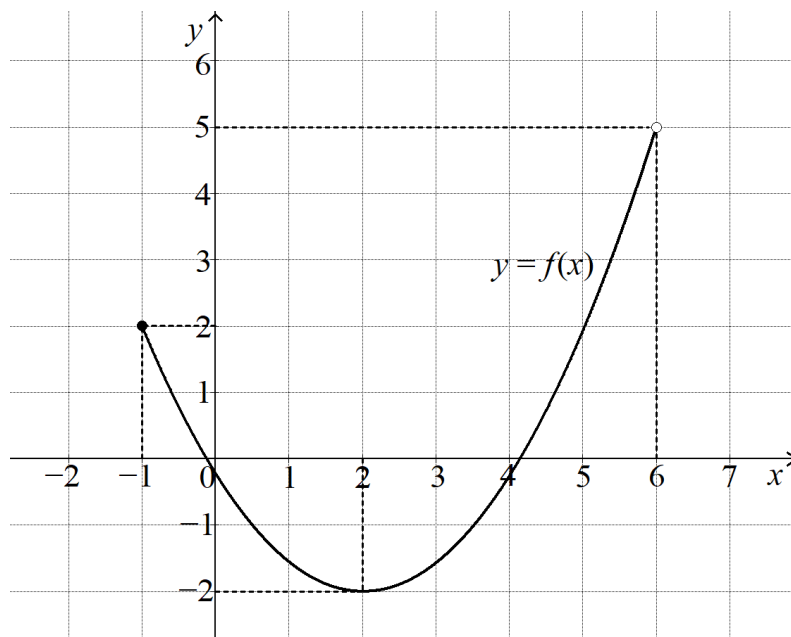
II dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (11–19) ar jo dalies teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

- B→11.** Duotos dvi aibės¹⁰: $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 3; 4\}$ ir $B = \{-5; -3; -1; 3; 5\}$. Kiek elementų priklauso aibių A ir B sankirtai $A \cap B$?

Juodraštis

- B→12.** Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Nustatykite šios funkcijos reikšmių sritį¹¹.



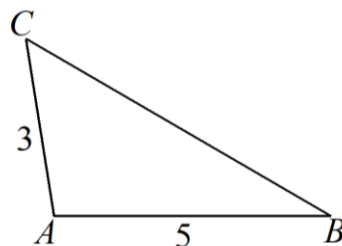
Juodraštis

¹⁰ aibė – zbiór – множество

¹¹ reikšmių sritis – zbiór wartości – область значений

- B→13.** Duotas trikampis ABC . Yra žinoma, kad $AB=5$, $AC=3$, $\cos \angle A = -\frac{1}{15}$. Apskaičiuokite trikampio kraštinės BC ilgį.

Juodraštis



- B→14.** Išspręskite lygtis:

14.1. $\sqrt{x^2 - 16} = 3$;

Juodraštis

14.2. $\cos x = -\frac{1}{2}$.

Juodraštis

- 15.** Atsitiktinio dydžio¹² X skirstinys pateiktas lentelė. Apskaičiuokite šio atsitiktinio dydžio matematinę viltį¹³.

m	-1	1
$P(X = m)$	0,8	p

Juodraštis

¹² atsitiktinis dydis – zmienna losowa – случайная величина

¹³ matematinė viltis – nadzieja matematyczna – математическое ожидание

- 16.** Kovo 1–12 d. mokiniai atliko tyrimą. Kiekvienos dienos vidurdienį jie matavo oro temperatūrą ir nustatė, kad kiekvieną dieną oro temperatūra buvo $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ aukštesnė negu prieš tai buvusią dieną. Vidutinė šių dvylikos dienų temperatūra buvo $4,75\text{ }^{\circ}\text{C}$. Apskaičiuokite, kokia oro temperatūra buvo kovo 1 d. vidurdienį.

Juodraštis

- 17.** Duoti du vektoriai: $\vec{a} = (-m; 1)$ ir $\vec{b} = (2; 1 - m)$.

- 17.1.** Raskite visas m reikšmes, su kuriomis vektoriai \vec{a} ir \vec{b} yra statmeni¹⁴.

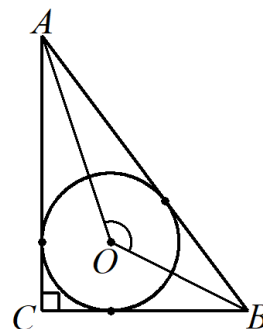
Juodraštis

- 17.2.** Raskite visas m reikšmes, su kuriomis vektoriai \vec{a} ir \vec{b} yra vienakrypčiai¹⁵.

Juodraštis

- 18.** Į statųjį trikampį ABC įbrėžtas apskritimas, kurio centras yra taškas O (žr. pav.). Apskaičiuokite pažymėto kampo AOB didumą.

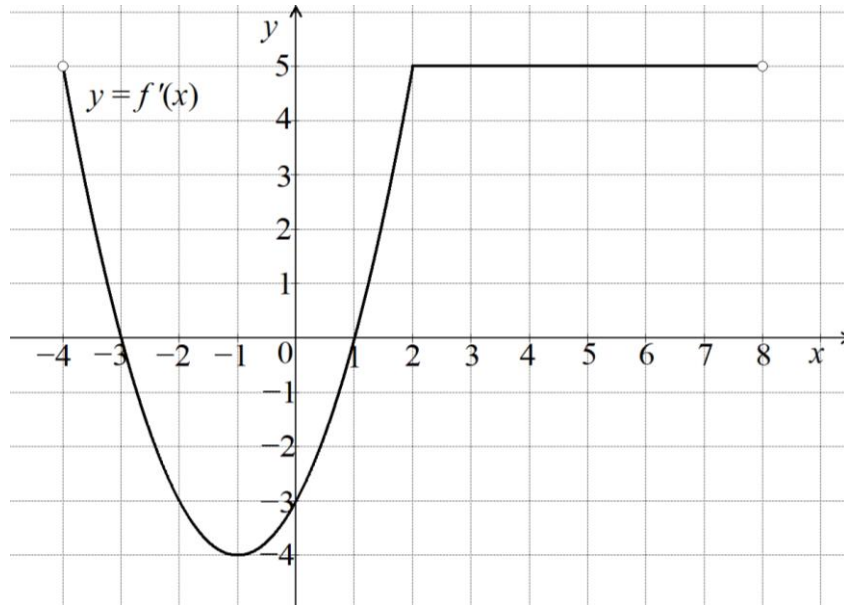
Juodraštis



¹⁴ statmeni – prostopadle – перпендикулярны

¹⁵ vienakrypčiai – o zwrotach zgodnych – сонаправленные

- 19.** Funkcija $f(x)$ ir jos išvestinė $f'(x)$ apibrėžtos intervale $(-4; 8)$. Paveiksle pavaizduotas $y = f'(x)$ grafikas Ox ašį kerta taškuose $(-3; 0)$ ir $(1; 0)$.



- 19.1.** Nustatykite x reikšmes, su kuriomis funkcijos $f(x)$ reikšmės¹⁶ mažėja.

Juodraštis

- 19.2.** Apskaičiuokite $f(5)$, jei $f(6) = 6$.

Juodraštis

¹⁶ reikšmės – wartości – значения

III dalis

Išspręskite 20–27 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

20. Kiekvienas sekos narys¹⁷, pradedant nuo antrojo, gaunamas prieš tai buvusį narį sumažinus 20 %.

Yra žinoma, kad šeštasis šios sekos narys lygus 1024.

B→20.1. Apskaičiuokite septintąjį šios sekos narį.

(1 taškas)

Juodraštis

20.2. Ši seka yra nykstamoji geometrinė progresija¹⁸. Apskaičiuokite visų šios sekos narių sumą.

(2 taškai)

Juodraštis

20.3. Šios sekos nariai, kurių numeriai yra nelyginiai, sudaro naują nykstamąją geometrinę progresiją.

Apskaičiuokite visų naujosios progresijos narių sumą.

(1 taškas)

Juodraštis

B→21. Išspręskite lygtį $\log_3(4 - x) + \log_3(22 - x) = 5$.

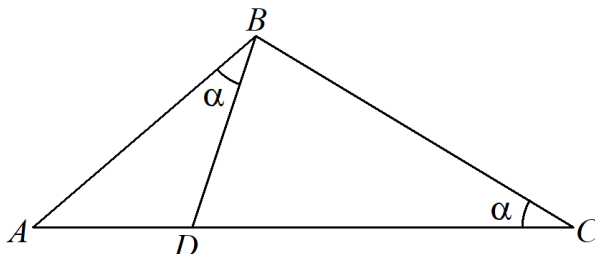
(4 taškai)

Juodraštis

¹⁷ sekos narys – wyraz ciągu – член последовательности

¹⁸ nykstamoji geometrinė progresija – szereg geometryczny zbieżny – бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

- 22.** Duotas trikampis ABC . Jo kraštinėje AC pasirinktas taškas D taip, kad $AD : DC = 1 : 3$. Kraštinės AB ilgis lygus 10, o $\angle ABD = \angle ACB = \alpha$ (žr. pav.).



- B→22.1.** Įrodykite, kad $\triangle ABC$ ir $\triangle ADB$ yra panašieji trikampiai¹⁹.

(1 taškas)

Juodraštis

- B→22.2.** Apskaičiuokite trikampio ABC kraštinės AC ilgį.

(2 taškai)

Juodraštis

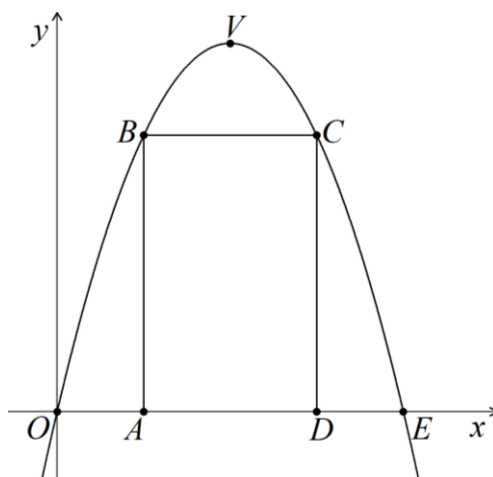
- 22.3.** Pažymėję $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ir $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, išreikškite vektorių \overrightarrow{BD} vektoriais \vec{a} ir \vec{b} .

(2 taškai)

Juodraštis

¹⁹ panašieji trikampiai – trėjkąty podobne – подобные треугольники

- 23.** Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas – parabolė, kurios viršūnė yra taškas $V(3; 9)$. Ši parabolė kerta abscisių ašį taškuose $O(0; 0)$ ir $E(6; 0)$. Taip pat pavaizduotas stačiakampis²⁰ $ABCD$. Dvi šio stačiakampio viršūnės – A ir D – priklauso abscisių ašies atkarpai OE , o kitos dvi viršūnės – B ir C – priklauso funkcijos $y = f(x)$ grafikui (žr. pav.).



B→23.1. Parodykite, kad funkcijos $y = f(x)$ formulė yra $f(x) = 6x - x^2$.

(1 taškas)

Juodraštis

- 23.2.** Atkarpos OA ilgį pažymėkime a ; čia $a \in (0; 3)$. Pagrįskite, kad stačiakampio $ABCD$ plotas²¹ apskaičiuojamas pagal formulę $S(a) = 2a^3 - 18a^2 + 36a$.

(2 taškai)

Juodraštis

²⁰ stačiakampis – prostokāt – прямоугольник

²¹ plotas – pole – площадь

B→23.3. Su kuria a reikšme stačiakampio $ABCD$ plotas $S(a)$ įgyja didžiausią reikšmę, kai $a \in (0; 3)$?

(3 taškai)

Juodraštis

23.4. Figūrą riboja funkcijos $f(x) = 6x - x^2$ grafikas, abscisių ašis, tiesė $x = 2$ ir tiesė $x = 5$.

Apskaičiuokite šios figūros plotą.

(2 taškai)

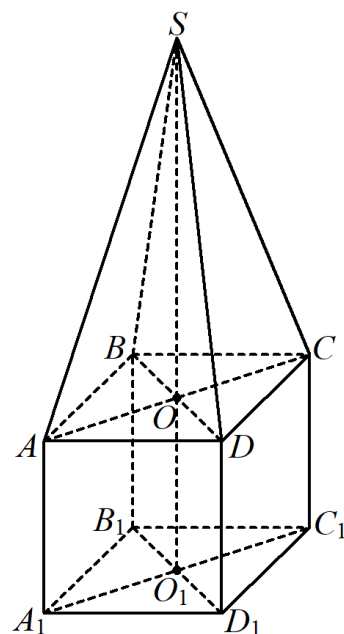
Juodraštis

- 24.** Taisyklingosios keturkampės piramidės²² $SABCD$ ir kubo²³ $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (žr. pav.) tūriai²⁴ yra vienodi ir kiekvienas iš jų lygus 216.

- 24.1.** Apskaičiuokite atkarpos SO_1 ilgį.

(2 taškai)

Juodraštis



- 24.2.** Apskaičiuokite atstumą²⁵ nuo taško S iki tiesės AA_1 .

(2 taškai)

Juodraštis

²² taisyklingoji keturkampė piramidė – ostrosłup prawidłowy czworokątny – правильная четырёхугольная пирамида

²³ kubas – sześcián – куб

²⁴ tūris – objętość – объём

²⁵ atstumas – odległość – расстояние

25. Išspręskite lygtį $f'(x) = f(x)$, kai $f(x) = e^x - e^{-x} + 4$.

(3 taškai)

Juodraštis

26. Gatvę apšviečia dvylika šviestuvų – šeši iš jų viena eile stovi kairėje gatvės pusėje, o kiti šeši viena eile stovi dešinėje gatvės pusėje.

B→26.1. Kairėje gatvės pusėje atsitiktinai pasirenkami du šviestuvai. Kokia tikimybė²⁶, kad pasirinktieji šviestuvai yra gretimi?

(2 taškai)

Juodraštis

26.2. Taupant elektros energiją, nuspręsta abiejose gatvės pusėse iš viso išjungti penkis šviestuvus. Kiek yra galimybių²⁷ pasirinkti šiuos penkis šviestuvus taip, kad jokie du išjungti šviestuvai, esantys toje pačioje gatvės pusėje, nebūtų gretimi?

(4 taškai)

Juodraštis

²⁶ tikimybė – prawdopodobieństwo – вероятность

²⁷ galimybės – możliwości – возможности

- 27.** Įmonė turi naujos ir senos kartos lazerių. Naujos kartos lazerio per vieną valandą išpjautų detalių skaičius yra sveikasis²⁸ ir didesnis už 8. Senos kartos lazeris per vieną valandą išpjauna keturiomis detalėmis mažiau negu naujos kartos lazeris. Tam tikrą gautą užsakymą įmonė vienu naujos kartos lazeriu gali atlikti per sveikąjį valandų skaičių, o trimis senos kartos lazeriais – dviem valandomis greičiau. Kiek daugiausia detalių gali sudaryti šį užsakymą?

(4 taškai)

Juodraštis

²⁸ sveikasis – całkowita – целое

Juodraštis

