



MATEMATIKA

Bandomojo valstybinio brandos egzamino užduotis

2014 m. vasario 10 d.

Trukmė – 3 val. (180 min.)

NURODYMAI

- Gavę užduoties sąsiuvinį bei atsakymų lapą patikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų ar kitokio aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
- Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių, neatsižvelgdami į tai, pagal kokio kurso (bendrojo ar išplėstinio) programą dalyko mokėtės mokykloje. Neatsakę į kurį nors klausimą, nenusiminkite ir stenkitės atsakyti į kitus.
- Uždavinių sprendimus / atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Galite naudotis rašymo priemonėmis (pieštuku, tamsiai mėlynai rašančiu rašikliu), trintuku, braižybos įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties. Jei neabejojate dėl atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
- Atsakymų lape rašykite TIK tamsiai mėlynai rašančiu rašikliu. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite), nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
- Pasirinktus **I dalies** uždavinių atsakymus atsakymų lape pažymėkite kryželiu ☒ (žymėkite tik vieną atsakymo variantą). Jei bus pažymėta daugiau kaip vienas atsakymo variantas arba pažymėta neaiškiai, tas klausimas bus vertinamas 0 taškų. Suklydę atsakymą galite taisyti atsakymų lape nurodytoje vietoje.
- **II dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
- Atsakymų lape skirtoje vietoje įrašykite **III dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami.

Linkime sėkmės!

MATEMATIKOS FORMULĖS

Greitosios daugybos formulės: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

Aritmetinės progresijos pirmųjų n narių suma: $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$.

Geometrinė progresija: $b_n = b_1 q^{n-1}$; $S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1-q} = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$.

Nykstamosios geometrinės progresijos narių suma: $S = \frac{b_1}{1-q}$.

Sudėtinių procentų formulė: $S_n = S \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$; čia S – pradinis dydis, p – palūkanų norma, n – laikotarpių skaičius.

Trikampis: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$,

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R};$$

čia a, b, c – trikampio kraštinių ilgiai, A, B, C – prieš jas esančių kampų didumai, p – pusperimetris, r ir R – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spindulių ilgiai, S – plotas.

Skritulio išpjova: $S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot \alpha$, $l = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot \alpha$;

čia α – centrinio kampo didumas laipsniais, S – išpjovos plotas, l – išpjovos lanko ilgis, R – apskritimo spindulio ilgis.

Kūgis: $S_{\text{son. pav.}} = \pi Rl$, $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$.

Rutulys: $S = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3} \pi R^3$.

Nupjautinis kūgis: $S_{\text{son. pav.}} = \pi(R+r) \cdot l$, $V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2)$;

čia R ir r – kūgio pagrindų spindulių ilgiai, V – tūris, H – aukštinės ilgis, l – sudaromosios ilgis.

Nupjautinės piramidės tūris: $V = \frac{1}{3} H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$;

čia S_1, S_2 – pagrindų plotai, H – aukštinės ilgis.

Rutulio nuopjova: $S = 2\pi RH$, $V = \frac{1}{3} \pi H^2(3R - H)$; čia R – rutulio spindulio ilgis, H – nuopjovos aukštinės ilgis.

Erdvės vektoriaus ilgis: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Vektorių skaliarinė sandauga: $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$;

čia α – kampas tarp vektorių $\vec{a}_{\{x_1, y_1, z_1\}}$ ir $\vec{b}_{\{x_2, y_2, z_2\}}$.

Trigonometrinių funkcijų sąryšiai:

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \quad 2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha, \quad 2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha,$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta, \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta, \quad \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}.$$

Trigonometrinių funkcijų reikšmių lentelė:

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–

Trigonometrinės lygtys:

$$\begin{cases} \sin x = a, \\ x = (-1)^k \arcsin a + \pi k; \end{cases} \quad \text{čia } k \in \mathbb{Z}, -1 \leq a \leq 1;$$

$$\begin{cases} \cos x = a, \\ x = \pm \arccos a + 2\pi k; \end{cases} \quad \text{čia } k \in \mathbb{Z}, -1 \leq a \leq 1;$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x = a, \\ x = \operatorname{arctg} a + \pi k; \end{cases} \quad \text{čia } k \in \mathbb{Z}.$$

Išvestinių skaičiavimo taisyklės:

$$(cu)' = cu', \quad (u \pm v)' = u' \pm v', \quad (uv)' = u'v + uv', \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2};$$

čia $u = u(x)$ ir $v = v(x)$ – diferencijuojamosios funkcijos, c – konstanta.

$$\textbf{Funkcijų išvestinės: } (a^x)' = a^x \ln a, \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a};$$

Sudėtinės funkcijos $h(x) = g(f(x))$ išvestinė $h'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$.

Funkcijos grafiko liestinės taške $(x_0, f(x_0))$ lygtis: $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

$$\textbf{Pagrindinės logaritmų savybės: } \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \quad \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y,$$

$$\log_a x^k = k \cdot \log_a x, \quad \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

$$\textbf{Derinių skaičius: } C_n^k = C_n^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}. \quad \textbf{Gretinių skaičius: } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

Tikimybių teorija: atsitiktinio dydžio X matematinė viltis $EX = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$, dispersija $DX = (x_1 - EX)^2 p_1 + (x_2 - EX)^2 p_2 + \dots + (x_n - EX)^2 p_n$.

I dalis

Kiekvienas šios dalies uždavinys (1–12) turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą **1 tašku**. Pasirinkite, jūsų nuomone, teisingą atsakymą ir pažymėkite jį atsakymų lape kryželiu ☒.

- 01.** 2004 metais miestelyje gyveno 5000 gyventojų. Po penkerių metų gyventojų skaičius miestelyje padidėjo 2 %, o dar po penkerių metų – dar 4 %. Kiek gyventojų gyvena miestelyje 2014 metais?

A 5200

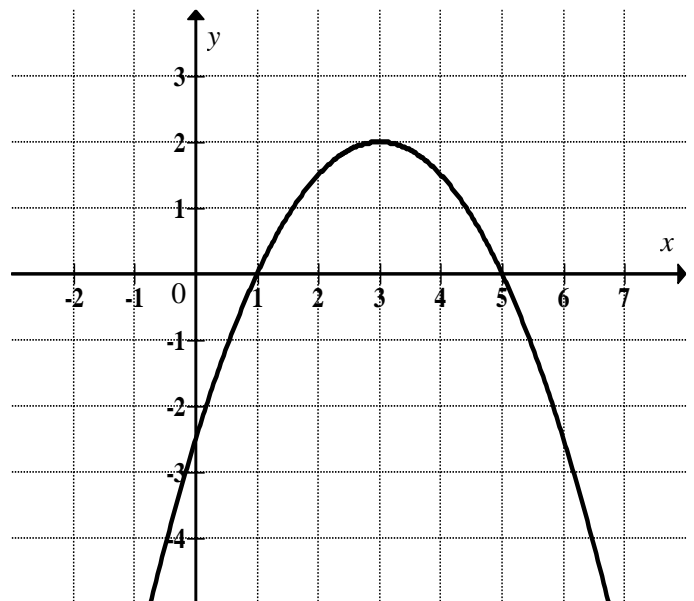
B 5300

C 5304

D 5400

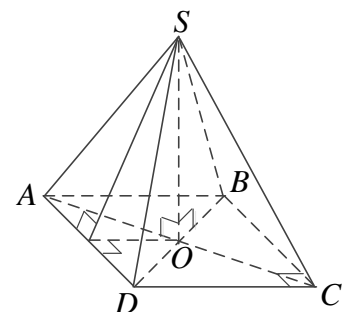
Juodraštis

- 02.** Paveiksle pavaizduota parabolė yra funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Šios funkcijos **reikšmių sritis**¹ yra:

A $(-\infty; +\infty)$ B $(-\infty; 3]$ C $(-\infty; 2]$ D $[-2,5; 2]$ 

Juodraštis

- 03.** Paveiksle vaizduojama taisyklingoji keturkampė piramidė. Kuris teiginys **yra klaidingas**²?

A Piramidės pagrindas $ABCD$ yra kvadratas.B Atkarpa SO statmena piramidės pagrindui $ABCD$.C $\angle SAO$ yra kampas tarp piramidės šoninės briaunos ir piramidės pagrindo plokštumos.D $\angle SAB$ yra kampas tarp piramidės šoninės sienos ir piramidės pagrindo plokštumos.

Juodraštis

¹ reikšmių sritis – dziedzina, zbiór wartości – область значений

² klaidingas – nieprawdziwy, błędny – ошибочный

04. Su kuriomis realiomis x reikšmėmis nelygybė $x^2 < x$ yra teisinga?

- A** $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ **B** $(-\infty; 0)$ **C** $(-\infty; 1)$ **D** $(0; 1)$

05. Pirmu vamzdžiu baseiną vandeniu galima pripildyti per 40 min, o antru – per 1 val. Per kiek laiko bus pripildytas baseinas, jei vanduo bėgs abiem vamzdžiais iš karto?

- A** 20 min **B** 24 min **C** 40 min **D** 50 min

Juodraštis

06. Visi dviženkliai¹ skaičiai, kurių skaitmenų suma lygi 5, po vieną užrašomi kortelėse. Tada atsitiktinai ištraukiama viena kortelė. Kokia tikimybė², kad joje užrašytas skaičius yra lyginis?

- A** $\frac{1}{5}$ **B** $\frac{2}{5}$ **C** $\frac{3}{5}$ **D** $\frac{4}{5}$

Juodraštis

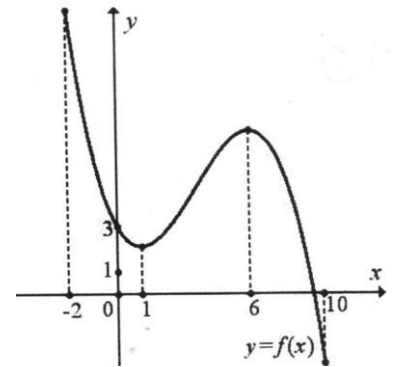
¹ dviženkliai – dwucyfrowe – двузначные

² tikimybė – prawdopodobieństwo – вероятность

07. Paveiksle pavaizduotas **funkcijos** $y = f(x)$ grafikas. Nustatykite, kuris iš pateiktų teiginių apie funkcijos $y = f(x)$ **išvestinę**¹ yra teisingas:

- A** $f'(8) > 0$ **B** $f'(4) = 0$
C $f'(0) = 3$ **D** $f'(-1) < 0$

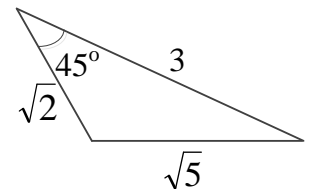
Juodraštis



08. Apskaičiuokite paveiksle pavaizduoto trikampio plotą.

- A** 1,5 **B** $0,5\sqrt{10}$
C 3 **D** $3\sqrt{2}$

Juodraštis



09. 40 berniukų amžiaus vidurkis yra 11 metų, 20 mergaičių – 14 metų. Koks visų šių 60 vaikų amžiaus vidurkis?

- A** 11 **B** 12 **C** 13 **D** 14

Juodraštis

¹ išvestinė – pochodnė – производную

10. Kurie trys skaičiai yra iš eilės einantys **aritmetinės progresijos**¹ nariai?

A $\frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \frac{1}{7}$

B $\sqrt{5}; \sqrt{6}; \sqrt{7}$

C $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$

D $\sqrt{18}; \sqrt{8}; \sqrt{2}$

Juodraštis

11. Apskaičiuokite $(0,025)^{\lg 2} \cdot (0,04)^{\lg 2}$.

A $\frac{1}{4}$

B $\frac{1}{6}$

C $\frac{1}{8}$

D $\frac{1}{16}$

Juodraštis

12. Ritinio² šoninio paviršiaus plotas³ lygus 10π . Apskaičiuokite ritinio ašinio pjūvio plotą.

A 5

B 10

C 5π

D 10π

Juodraštis

¹ progresijos – postępu – прогрессии

² ritinio – walca – цилиндра

³ šoninio paviršiaus plotas – pole bocznej powierzchni – площадь боковой поверхности

II dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (13–22) teisingas atsakymas vertinamas **2 taškais** (kitu atveju vertinama 0 taškų). Išsprendę uždavinius, gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

13. Raskite funkcijos $f(x) = (x - 3)^2 - 6x^2$ išvestinę.

Juodraštis

14. Išspręskite lygtį¹ $\lg(x + 0,2) - 1 = 0$.

Juodraštis

¹ lygtį – równanie – уравнение

15. Išspręskite lygtį $\sqrt{2-x} = x$.

Juodraštis

16. Mergina neišgirdo dviejų paskutinių per radiją skelbto telefono numerio skaitmenų ir mėgino prisiskambinti, surinkusi juos atsitiktinai. Pirmuoju bandymu prisiskambinti dviejų paskutinių atsitiktinai surinktų skaitmenų kombinacija buvo neteisinga. Kokia tikimybė, kad merginai bandant dar kartą prisiskambinti, kitokia nei pirmoji atsitiktinai surinktų dviejų paskutinių skaitmenų kombinacija bus gera?

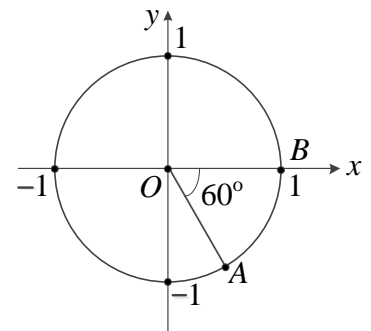
Juodraštis

- 17.** Raskite vektoriaus \vec{c} ilgį, jei $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ ir $\vec{a}(0; 0,5)$, $\vec{b}(-2; 3)$.

Juodraštis

- 18.** Vienetinis apskritimas, kurio centras yra koordinatų pradžios taškas, kerta Ox ašį taške B . Apskritime pažymėtas taškas A taip, kad $\angle AOB = 60^\circ$ (žr. paveikslėlį). Užrašykite taško A koordinates.

Juodraštis



- 19.** Kiek yra keturženkliai skaičiai, kurių kiekvienas paskesnis skaitmuo yra didesnis už prieš jį einantį?

Juodraštis

- 20.** Stačiojo gretasienio¹ pagrindas yra rombas, kurio įstrižainių² ilgiai 6 cm ir 8 cm. Šio gretasienio aukštinė³ yra 12 cm ilgio. Apskaičiuokite gretasienio šoninės sienos⁴ įstrižainės ilgį.

Juodraštis

¹ gretasienio – równoległoscianu – параллелепипеда

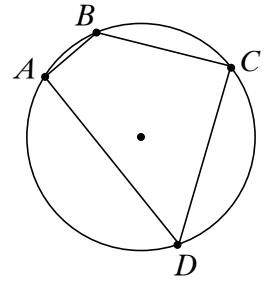
² įstrižainių – przekątnych – диагоналей

³ aukštinė – wysokość – высота

⁴ šoninės sienos – ściany bocznej – боковой грани

- 21.** Apskritimas taškais A , B , C ir D padalytas į lankus AB , BC , CD ir DA , kurių ilgiai sutinka kaip $1:2:3:4$. Sujungus taškus gautas keturkampis $ABCD$. Apskaičiuokite jo mažiausio kampo didumą.

Juodraštis



- 22.** Žinoma, kad a , \sqrt{b} ir c yra trys iš eilės einantys lyginiai skaičiai¹, kurių suma lygi 36. Apskaičiuokite $a+b+c$.

Juodraštis

¹ iš eilės einantys lyginiai skaičiai – kolejne liczby parzyste – чётные числа по порядку

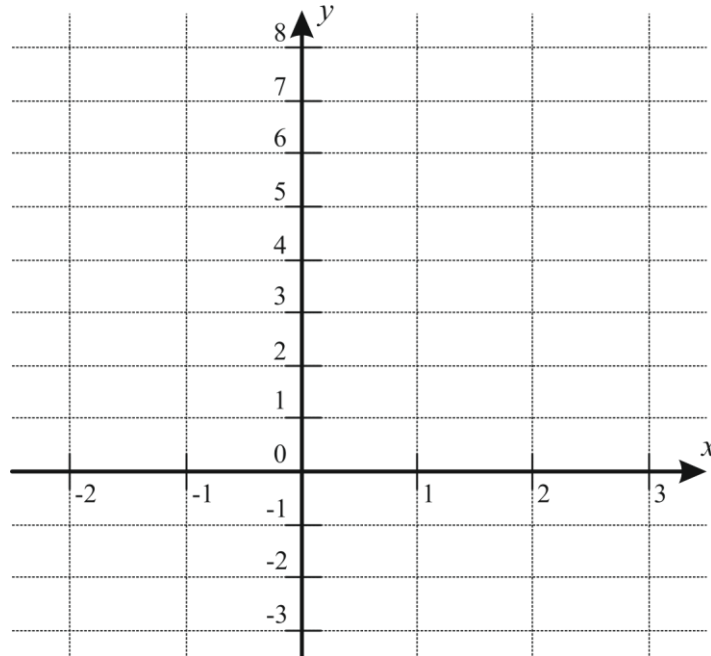
III dalis

Išspręskite 23–29 uždavinius. Sprendimus bei atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

23.1. Duotoje koordinačių sistemoje nubraižykite funkcijų $f(x) = 2^x$ ir $g(x) = 1,5x + 1$ grafikus.

(2 taškai)

Juodraštis



23.2. Remdamiesi užduotyje **23.1** nubraižytais grafikais užrašykite lygties $2^x = 1,5x + 1$ sprendinius.

(1 taškas)

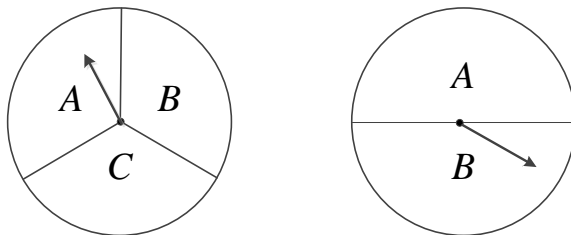
Juodraštis

- 24.** Su kuriomis kintamojo x reikšmėmis reiškinio $\frac{2}{x+1}$ skaitinė reikšmė¹ keturis kartus mažesnė už reiškinio $\frac{x+1}{2}$ skaitinę reikšmę?

(3 taškai)

Juodraštis

- 25.** Paveiksle pavaizduoti du žaidimo ratai: pirmasis padalytas į tris lygius sektorius A , B ir C , antrasis – į du lygius sektorius A ir B . Žaidžiamas toks žaidimas: metama moneta ir žiūrima, kas iškrinta; jei herbas H , sukama pirmojo rato rodyklė, o jei skaičius S – antrojo rato rodyklė. Laikykite, kad ant sektoriaus ribos rodyklė sustoti negali.



- 25.1.** Apskaičiuokite žaidimo rezultato HC tikimybę.

(2 taškai)

Juodraštis

- 25.2.** Apskaičiuokite tikimybę žaidimo rezultato, kai žaidimo rato rodyklė sustoja ties raide A .

(2 taškai)

Juodraštis

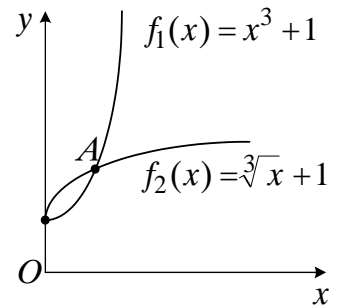
¹ reiškinio skaitinė reikšmė – liczbowa wartość wyrażenia – числовое значение выражения

26. Paveiksle pavaizduoti funkcijų $f_1(x) = x^3 + 1$ ir $f_2(x) = \sqrt[3]{x} + 1$ grafikai intervale $x \geq 0$.

26.1. Duoti grafikai kertasi. Įrodykite, kad susikirtimo taško A (žr. pav.) koordinatės yra $(1; 2)$.

(2 taškai)

Juodraštis



26.2. Apskaičiuokite plotą figūros, kuri yra apribota paveiksle pavaizduotais grafikai.

(3 taškai)

Juodraštis

26.3. Per $f_2(x) = \sqrt[3]{x} + 1$ grafiko tašką A nubrėžta liestinė¹. Raskite kampo, kurį liestinė sudaro su teigiamąja ašies Ox kryptimi, tangentą.

(2 taškai)

Juodraštis

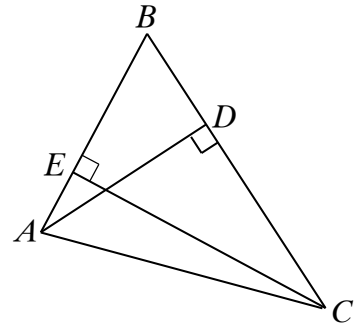
¹ liestinė – styczna – касательная

27. Duotas smailusis trikampis ABC . Atkarpos AD ir CE yra trikampio aukštinės. $AD = 20$, $BC = 30$, o $EB = 18$.

27.1. Apskaičiuokite EC ilgį.

Juodraštis

(1 taškas)



27.2. Apskaičiuokite AE ilgį.

Juodraštis

(2 taškai)

27.3. Įrodykite, kad A , C , D ir E yra vieno apskritimo taškai.

Juodraštis

(1 taškas)

- 28.** Raskite didžiausią funkcijos $f(x) = \frac{1}{2} \cos(2x) + \sin x$ reikšmę intervale $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

(5 taškai)

Juodraštis

- 29.** Name yra tik vieno, dviejų ir trijų kambarių butai. Dviejų kambarių butų yra trigubai daugiau nei vieno kambario butų. Trijų kambarių butų yra daugiau nei dviejų kambarių butų. Trijų kambarių butų skaičius yra dviejų kambarių butų skaičiaus kartotinis¹. Jei trijų kambarių butų skaičių padidintume 2 kartus, tai jų būtų 18 daugiau nei dviejų kambarių butų. Kiek butų yra name?

(4 taškai)

Juodraštis

¹ kartotinis – wielokrotny – кратное

