

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino užduotis

Pagrindinė sesija

2017 m. birželio 9 d.

Trukmė – 3 val. (180 min.)

NURODYMAI

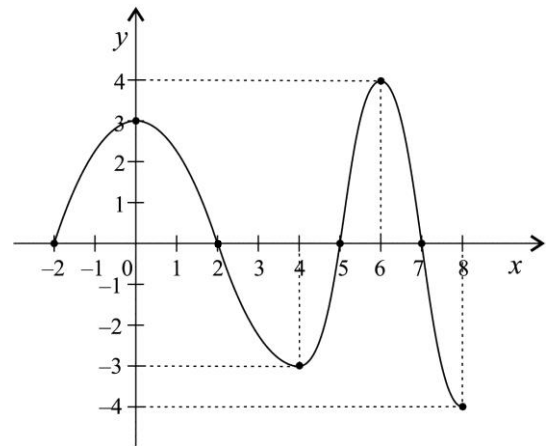
1. Gavę užduoties sąsiuvinį, jo priedą ir atsakymų lapą, patikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Įsitikinkite, kad atsakymų lapas pažymėtas lipduku, kurio numeris sutampa su jūsų eilės numeriu egzamino vykdymo protokole.**
3. Bendrojo kurso uždaviniai arba jų dalys pažymėti **B→**.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
5. Per egzaminą galite rašyti pieštuku, tamsiai mėlynai rašančiu rašikliu, naudotis trintuku, braižybos įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
6. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **tik tamsiai mėlynai** rašančiu rašikliu tvarkingai ir įskaitomai.
7. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite), nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
8. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių, neatsižvelgdami į tai, pagal kurio kurso (bendrojo ar išplėstinio) programą dalyko mokėtės mokykloje. Neišsprendę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
9. Pasirinktus **I dalies** uždavinių atsakymus atsakymų lape pažymėkite kryželiu (žymėkite tik vieną atsakymo variantą). Jei pažymėsite neaiškiai arba daugiau kaip vieną atsakymo variantą, tas uždavinys bus vertinamas 0 taškų. Suklydę atsakymą galite taisyti atsakymų lape nurodytoje vietoje.
10. **II dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
11. **III dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami.
12. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
13. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.

Linkime sėkmės!

I dalis

Kiekvienas šios dalies uždavinys (01–10) turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą **1 tašku**. Pasirinkite, jūsų nuomone, teisingą atsakymą ir pažymėkite jį atsakymų lape kryželiu.

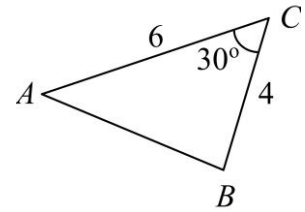
B→01. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas, kai $x \in [-2; 8]$. Kokia mažiausia funkcijos reikšmė šiame intervale?

**A** -4**B** -3**C** -2**D** 0*Juodraštis*

B→02. Visi imties 1; 3; x ; 8 nariai surašyti didėjimo tvarka. Šios imties mediana lygi 4. Kam lygus x ?

A 4**B** 5**C** 6**D** 7*Juodraštis*

B→03. Paveiksle pavaizduotas trikampis ABC . Yra žinoma, kad $AC = 6$, $BC = 4$, o $\angle ACB = 30^\circ$. Apskaičiuokite trikampio ABC plotą.

**A** 6**B** $6\sqrt{3}$ **C** 12**D** $12\sqrt{3}$ *Juodraštis*

B→04. Kai $x > 0$ ir $y > 0$, tai reiškiny $2\log_3 x + \log_3 y$ yra lygus:

A $\log_3(2x + y)$ **B** $\log_3(x^2 + y)$ **C** $\log_3(xy)^2$ **D** $\log_3(x^2 y)$ *Juodraštis*

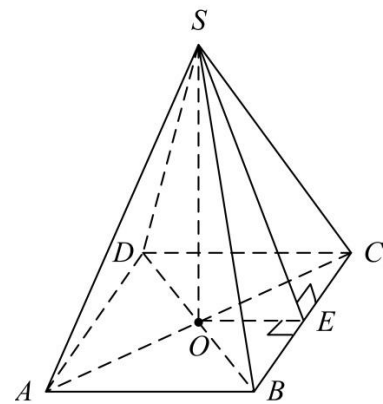
B→05. Slaptažodis sudaromas iš keturių skaitmenų. Skaitmenys gali kartotis, pvz., 0000, 0909, arba būti skirtingi, pvz., 7851. Kiek tokių skirtingų slaptažodžių galima sudaryti?

A 4^{10} **B** 4^9 **C** 10^4 **D** 9^4 *Juodraštis*

06. Greta nusprendė dalyvauti dviejose loterijose, vykstančiose nepriklausomai viena nuo kitos. Ji nusipirko po vieną kiekvienos loterijos bilietą. Tikimybė laimėti pirmoje loterijoje lygi 0,5, o antroje – lygi 0,4. Kokia tikimybė, kad Greta laimės abiejose loterijose?

A 0,2**B** 0,4**C** 0,5**D** 0,9*Juodraštis*

B→07. Paveiksle pavaizduota taisyklingoji keturkampė piramidė¹ $SABCD$. Siena SBC su pagrindo plokštuma sudaro:

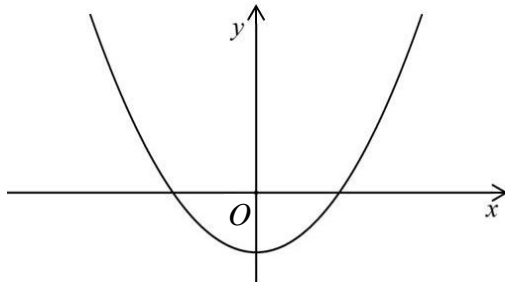
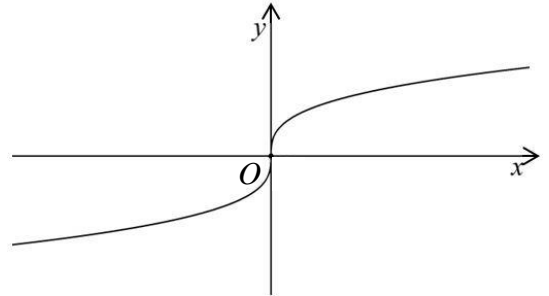
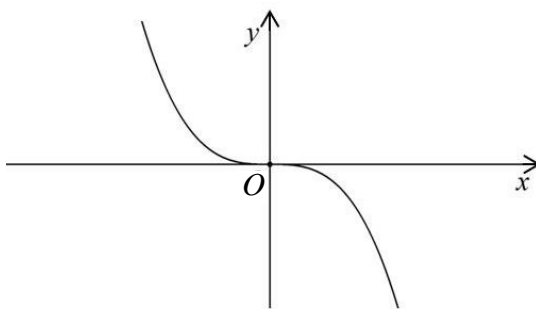
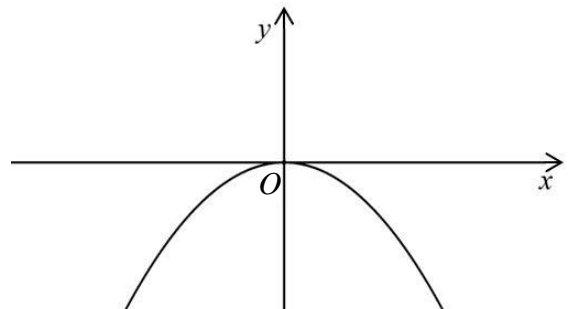
A $\angle SCO$ **B** $\angle SEO$ **C** $\angle SBE$ **D** $\angle SBA$ *Juodraštis*

B→08. Kurios iš pateiktų funkcijų išvestinė lygi $3x^2 + 2x$?

A $y = 3x + 2$ **B** $y = 6x + 2$ **C** $y = x^3 + x^2 + 5$ **D** $y = x^3 + x^2 + x$ *Juodraštis*

¹ taisyklingoji keturkampė piramidė – правильная четырёхугольная пирамида – ostrosłup prawidłowy czworokątny

09. Viename iš pateiktų paveikslų pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Nurodykite, kuriame, jeigu yra žinoma, kad $f'(x) > 0$, kai $x < 0$, ir $f'(x) < 0$, kai $x > 0$.

A**B****C****D***Juodraštis*

10. Skaičius $\sqrt[3]{2017^3 \sqrt{2017}}$ yra lygus:

A $2017^{\frac{1}{9}}$

B $2017^{\frac{1}{6}}$

C $2017^{\frac{4}{9}}$

D $2017^{\frac{2}{3}}$

Juodraštis

II dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (11–17) ar jo dalies teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

B→11. Išspręskite lygtis.

11.1. $2^{x+3} = 16$.

Juodraštis

11.2. $\sqrt{2-x} = 3$.

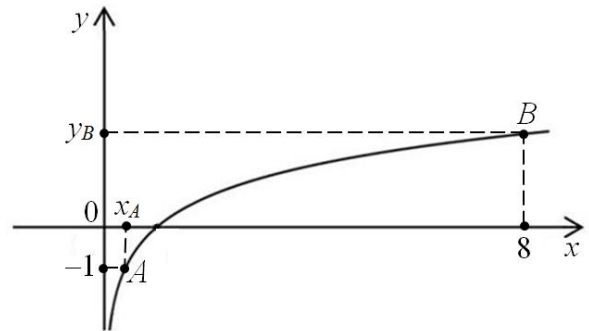
Juodraštis

B→12. Yra žinomi du pirmieji geometrinės progresijos nariai¹: $b_1 = 2$ ir $b_2 = 6$. Apskaičiuokite ketvirtąją šios progresijos narį b_4 .

Juodraštis

¹ pirmasis geometrinės progresijos narys – первый член геометрической прогрессии – pierwszy wyraz ciągu geometrycznego

13. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = \log_2 x$ grafikas.



- B→13.1.** Apskaičiuokite grafiko taško $A(x_A; -1)$ koordinatę x_A .

Juodraštis

- B→13.2.** Apskaičiuokite grafiko taško $B(8; y_B)$ koordinatę y_B .

Juodraštis

- B→13.3.** Raskite nelygybės $\log_2 x \leq 2$ sprendinių intervalą¹.

Juodraštis

- 13.4.** Funkcijos $y = f(x)$ grafikas simetriškas funkcijos $y = \log_2 x$ grafikui ašies Ox atžvilgiu. Raskite $f(4)$ reikšmę.

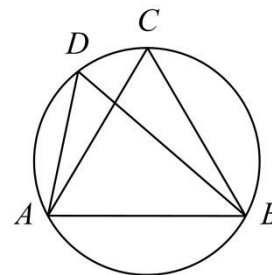
Juodraštis

¹ sprendinių intervalas – интервал решений – przedział rozwiązań

14. Taškai A, B, C ir D priklauso apskritimui¹. Trikampis ABC yra lygiakraštis².

B→14.1. Raskite kampo ADB didumą.

Juodraštis



- 14.2. Apskaičiuokite apskritimo spindulio ilgį, kai $AB = \sqrt{3}$.

Juodraštis

15. Vandens siurblys rutulio³ formos talpą pripildo per 162 sekundes. Per kiek sekundžių siurblys pripildytą kitą tris kartus mažesnio skersmens rutulio formos talpą? Siurblys dirba tolygiai, t. y. per vienodus laikotarpius pripildo vandeniu vienodus tūrius.

Juodraštis

16. Duota $f(x) = xe^x$. Raskite $f'(x)$.

Juodraštis

17. Funkcija $f(x)$ su $x \in \mathbf{R}$ tenkina lygybę $f(3x) = f(x) + 2x$. Apskaičiuokite $f(2)$, jei $f(6) = 4$.

Juodraštis

¹ apskritimas – окружность – apkrąg

² lygiakraštis – равносторонний – równoboczny

³ rutulys – шар – kula

III dalis

Išspręskite 18–25 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

B→18. Jonas ketina paimti 600 eurų paskolą. Paskola būtų gražinama mėnesio įmokomis. Kiekvieno mėnesio įmoką sudarytų dvi dalys: 4 % mokestis nuo pasiskolintos sumos (600 eurų) ir kiekvienam gražinimo mėnesiui po lygiai išdalyta 600 eurų suma.

18.1. Kiek iš viso eurų tektų sumokėti Jonui, jeigu jis nuspręstų paskolą gražinti per 5 mėnesius?

(2 taškai)

Juodraštis

18.2. Per kelis mėnesius Jonas turėtų gražinti 600 eurų paskolą, jei kiekvieno mėnesio įmoka būtų 99 eurai?

(2 taškai)

Juodraštis

- 19.** Pagamintos dvi simetriškos žaidimo monetos¹. Pirmos monetos vienoje pusėje yra skaičius 2, o kitoje pusėje – 0. Antros monetos vienoje pusėje yra skaičius 5, o kitoje pusėje – 0. Kiekviena moneta metama vieną kartą ir atvirsta viena iš pusių. Monetų metimai nepriklauso vienas nuo kito. Atsitiktinio dydžio² X reikšmė – atvirtusių skaičių suma.

- 19.1.** Užpildykite atsitiktinio dydžio X reikšmių tikimybių lentelę.

x	0			
p	$\frac{1}{4}$			

(2 taškai)

Juodraštis

- B→19.2.** Kokia tikimybė, kad atvirtusių skaičių suma **nebus** lygi 0?

(1 taškas)

Juodraštis

- 19.3.** Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio X matematinę viltį **EX**.

(1 taškas)

Juodraštis

- B→20.** Mokinių kontrolinio darbo rezultatai (taškai) pateikti dažnių lentelė³. Apskaičiuokite mokinių surinktų taškų vidurkį.

Taškai	5	6	7	8	9
Mokinių skaičius	4	5	10	5	1

(2 taškai)

Juodraštis

¹ simetriška moneta – симметричная монета – symetryczna moneta

² atsitiktinis dydis – случайная величина – zmienna losowa

³ dažnių lentelė – таблица частот – tabela częstości

- 21.** Aritmetinės progresijos pirmųjų n narių suma ($n \geq 1$) skaičiuojama pagal formulę $S_n = 4n^2 + 4n$.

B→21.1. Apskaičiuokite pirmąją progresijos narį.

(1 taškas)

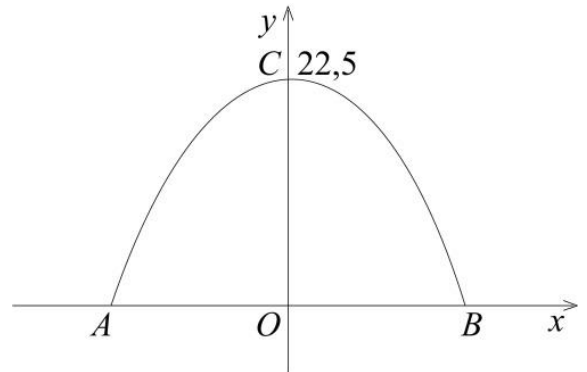
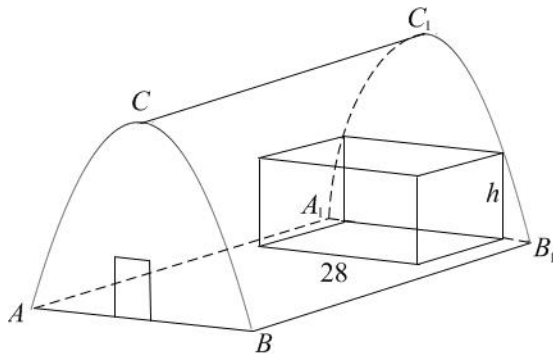
Juodraštis

- 21.2.** Raskite n , jei žinoma, kad $S_{2n} = \frac{11}{3} S_n$.

(3 taškai)

Juodraštis

- 22.** Ledo arenos pagrindas¹ ABB_1A_1 yra stačiakampis². Priekinė ir galinė sienos statmenos³ pagrindui, lygios ir lygiagrečios. Jų kraštas yra parabolės $y = -0,1x^2 + 22,5$ formos (žr. pav.).



B→22.1. Apskaičiuokite atkarpos AB ilgį.

(2 taškai)

Juodraštis

- 22.2.** Prie arenos galinės sienos įrengta 28 m pločio stačiakampio gretasienio⁴ formos pakyla. Dvi pakylų viršūnės priklauso galinės sienos kraštui (žr. pav.). Raskite pakylų aukštį h .

(2 taškai)

Juodraštis

22.3. Apskaičiuokite ledų arenos galinės sienos plotą.

(3 taškai)

Juodraštis

¹ pagrindas – основание – podstawa

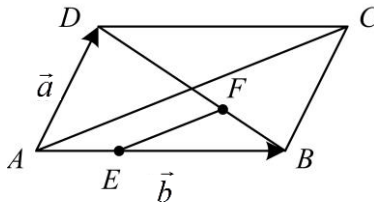
² stačiakampis – прямоугольник – prostokąt

³ statmena – перпендикулярна – prostopadła

⁴ stačiakampis gretasienis – прямоугольный параллелепипед – prostopadłościan

- 23.** Paveiksle pavaizduotas lygiagretainis¹ $ABCD$. Taškas F priklauso įstrižainei² BD , taškas E – kraštinei AB .

$DF : FB = 2 : 1$ ir $AE : EB = 1 : 2$. Pažymėkime $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$.



- 23.1.** Vektorius \overrightarrow{BD} ir \overrightarrow{BF} išreikškite vektoriais \vec{a} ir \vec{b} .

(2 taškai)

Juodraštis

- 23.2.** Įrodykite, kad $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$.

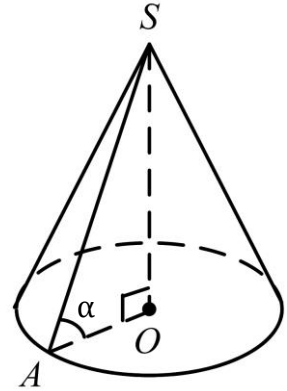
(2 taškai)

Juodraštis

¹ lygiagretainis – параллелограмм – równoległobok

² įstrižainė – диагональ – przekątna

- 24.** Kūgio sudaromoji¹ SA pasvirusi į pagrindo plokštumą² kampu α (žr. pav.). Sudaromosios ilgis yra 6.



- 24.1.** Apskaičiuokite kūgio šoninio paviršiaus plotą, kai $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

(2 taškai)

Juodraštis

- 24.2.** Pažymėkime kūgio tūrį $V(\alpha)$. Įrodykite, kad $V(\alpha) = 72\pi(\sin \alpha - \sin^3 \alpha)$; čia $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

(3 taškai)

Juodraštis

¹ kūgio sudaromoji – образующая конуса – tworząca stożka

² pagrindo plokštuma – плоскость основания – płaszczyzna podstawy

24.3. Įrodykite, kad kūgio tūris $V(\alpha)$, $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, yra didžiausias, kai $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, t. y.

$$\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

(3 taškai)

Juodraštis

24.4. Remdamiesi 24.2 uždavinyje pateikta formule, apskaičiuokite kūgio tūrį $V(\alpha)$, kai $\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$. Atsakymą užrašykite pavidalu $a\sqrt{b} \cdot \pi$; čia a ir b – sveikieji skaičiai.

(1 taškas)

Juodraštis

- 25.** Per sausio ir kovo mėnesius kartu paėmus buvo pagaminta dvigubai daugiau produkcijos negu per vasario mėnesį. Per vasario ir kovo mėnesius kartu paėmus buvo pagaminta trigubai daugiau produkcijos negu per sausio mėnesį. Kurį iš šių mėnesių buvo pagaminta daugiausia produkcijos, o kurį – mažiausia? Atsakymą argumentuokite.

(4 taškai)

Juodraštis