

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino užduotis

Pagrindinė sesija

2019 m. birželio 14 d.

Trukmė – 3 val. (180 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, jo priedą ir atsakymų lapą, pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Įsitikinkite, kad atsakymų lapas pažymėtas lipduku, kurio numeris sutampa su jūsų eilės numeriu egzamino vykdymo protokole.**
3. Bendrojo kurso uždaviniai arba jų dalys pažymėti **B→**.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
5. Per egzaminą galite rašyti pieštuku, juodai rašančiu tušinuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
6. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **tik juodai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai.
7. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite), nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
8. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių, neatsižvelgdami į tai, pagal kurio kurso (bendrojo ar išplėstinio) programą dalyko mokėtės mokykloje. Neišsprendę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
9. Pasirinktus **I dalies** uždavinių atsakymus atsakymų lape pažymėkite kryželiu (žymėkite tik vieną atsakymo variantą). Jei pažymėsite neaiškiai arba daugiau kaip vieną atsakymo variantą, tas uždavinys bus vertinamas 0 taškų. Suklydę atsakymą galite taisyti atsakymų lape nurodytoje vietoje.
10. **II dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
11. **III dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **III dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
12. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
13. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.

Linkime sėkmės!

I dalis

Kiekvienas šios dalies uždavinys (01–10) turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą **1 tašku**. Pasirinkite, jūsų nuomone, teisingą atsakymą ir pažymėkite jį atsakymų lape kryželiu.

B→01. Iš skaičių aibės $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ atsitiktinai išrenkamas vienas skaičius. Tikimybė¹, kad šis skaičius bus dalus² iš 4, yra:

- A** $\frac{1}{15}$ **B** $\frac{1}{5}$ **C** $\frac{1}{4}$ **D** $\frac{4}{15}$

Juodraštis

B→02. Kuri iš pateiktų skaičių sekų yra aritmetinė progresija³?

- A** 4; 9; 16
B 2; 4; 8
C 4; 6; 9
D 2; 4; 6

Juodraštis

B→03. Su kuria a reikšme taškas $M(2; -1)$ priklauso tiesei $y = -4x + 2a - 7$?

- A** $a = 7$ **B** $a = 2\frac{1}{2}$ **C** $a = -\frac{1}{2}$ **D** $a = -17$

Juodraštis

B→04. Per mokinių prezidento rinkimus balsuoti turi teisę visi mokyklos mokiniai ir mokytojai. Tačiau į rinkimus atėjo ir balsavo tik 84 % turinčiųjų teisę balsuoti. Iš jų 75 % balsavo už Manto kandidatūrą.

Kiek procentų **visų** mokyklos mokinių ir mokytojų balsavo už Manto kandidatūrą?

- A** 80 % **B** 75 % **C** 63 % **D** 59 %

Juodraštis

B→05. Reiškinių⁴ $\frac{2}{3+x}$ reikšmė⁵, kai $x = \sqrt{3}$, yra lygi:

- A** $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$ **B** $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$ **C** $\frac{3+\sqrt{3}}{6}$ **D** $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$

Juodraštis

¹ tikimybė – prawdopodobieństwo – вероятность

² dalus – podzielný – делимый

³ aritmetinė progresija – ciąg arytmetyczny – арифметическая прогрессия

⁴ reiškinys – wyrażenie – выражение

⁵ reikšmė – wartość – значение

B→06. Jei $\sin \alpha = \frac{1}{4}$, tai $\cos^2 \alpha - 1 =$

- A** $\frac{1}{4}$ **B** $\frac{1}{16}$ **C** $-\frac{1}{16}$ **D** $-\frac{1}{4}$

Juodraštis

B→07. Jei kūgio ašinis pjūvis¹ yra statusis² trikampis, tai kūgio sudaromoji³ su pagrindo plokštuma sudaro kampą, kurio didumas yra:

- A** 90° **B** 60° **C** 45° **D** 30°

Juodraštis

B→08. Teigiamieji⁴ skaičiai a, b, c, d yra tokie, kad $3a = 7b$, $5c = 4d$ ir $2c = 11a$. Kuris teiginys⁵ yra teisingas?

- A** $a < b < c < d$ **B** $d < c < b < a$ **C** $c < d < b < a$ **D** $b < a < c < d$

Juodraštis

09. Kiek skirtingų sprendinių turi lygtis $(x^2 - 4)\sqrt{x - 5} = 0$?

- A** Nė vieno. **B** Tik vieną. **C** Tik du. **D** Tik tris.

Juodraštis

10. $\log_2 x + \log_4 y =$

- A** $\log_2(x^2 y)$
B $\log_2(xy^2)$
C $\log_2(y\sqrt{x})$
D $\log_2(x\sqrt{y})$

Juodraštis

¹ kūgio ašinis pjūvis – przekrój osiowy stożka – осевое сечение конуса

² statusis – prostokątny – прямоугольный

³ sudaromoji – tworząca – образующая

⁴ teigiamieji – dodatnie – положительные

⁵ teiginys – zdanie – утверждение

II dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (11–19) ar jo dalies teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

B→11. Dažnių lentelėje¹ pateikti vienos bendrovės darbuotojų mėnesio atlyginimai eurai.

Mėnesio atlyginimas, Eur	1000	1200	1500	2000	2500
Darbuotojų, gaunančių nurodyto dydžio atlyginimą, skaičius	20	17	12	8	3

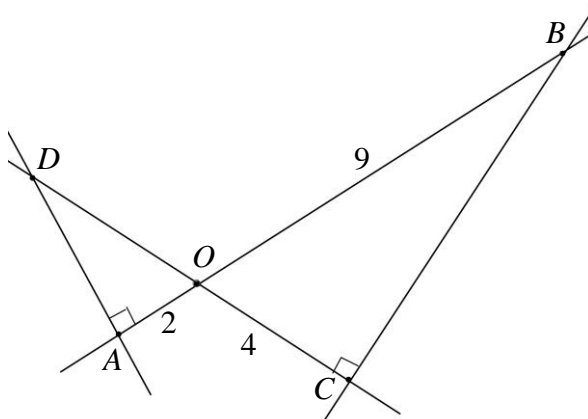
Apskaičiuokite vidutinį šios bendrovės darbuotojo mėnesio atlyginimą.

Juodraštis

B→12. Vaikui kelionė kainuoja 60 eurų. Tai 20 % mažiau negu šios kelionės kaina suaugusiajam. Kiek ši kelionė kainuoja suaugusiajam?

Juodraštis

B→13. Tiesės² AB ir CD kertasi taške O , $AD \perp AB$, $BC \perp CD$ (žr. pav.). Yra žinoma, kad $AO = 2$, $OB = 9$ ir $OC = 4$. Apskaičiuokite atkarpos OD ilgį.

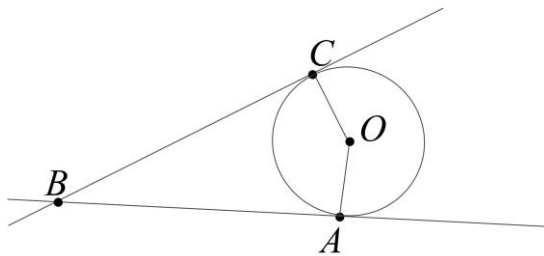


Juodraštis

¹ dažnių lentelė – tabela częstości – таблица частот

² tiesė – проста – прямая

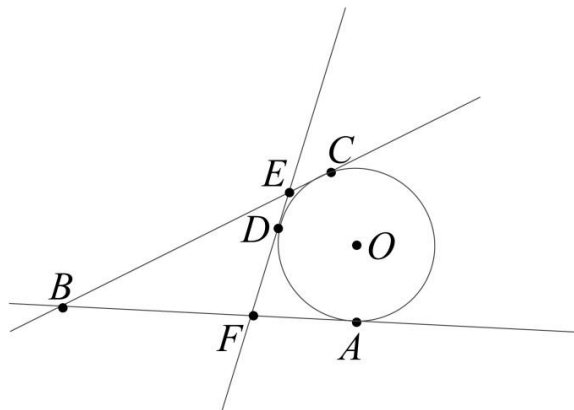
14. Tiesės BA ir BC taškuose A ir C liečia apskritimą, kurio centras – taškas O (žr. pav.).



- B→14.1.** Apskaičiuokite $\angle ABC$ didumą, jei $\angle AOC = 140^\circ$.

Juodraštis

- 14.2. Nubrėžta dar viena tiesė EF , kuri liečia apskritimą taške D , o tiesės BC ir BA kerta atitinkamai taškuose E ir F (žr. pav.). Atkarpos BC ilgis lygus 15. Apskaičiuokite $\triangle BEF$ perimetrą.



Juodraštis

15. Lina, Romas ir keturi jų draugai atsitiktinai stoja į vieną eilę.

B→15.1. Apskaičiuokite, keliais skirtingais būdais¹ visi šeši draugai gali sustoti eilėje.

Juodraštis

15.2. Apskaičiuokite, keliais skirtingais būdais visi šeši draugai gali sustoti eilėje taip, kad Lina ir Romas stovėtų greta.

Juodraštis

B→16. Išspręskite nelygybę $\log_5(x-3) < \log_5 2$.

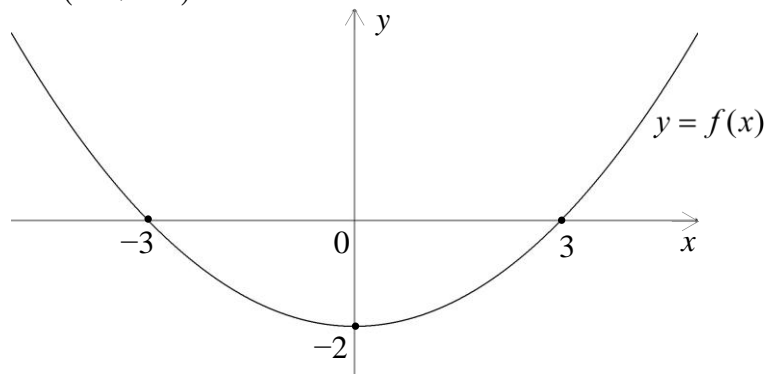
Juodraštis

17. Išspręskite lygtį $2^x \cdot 5^x = 7$.

Juodraštis

¹ keliais skirtingais būdais – na ile różnych sposobów – сколькоими различными способами

18. Paveiksle pavaizduotas kvadratinės funkcijos¹ $y = f(x)$ grafiko eskizas. Šios funkcijos grafikas Ox ašį kerta² taškuose $(-3; 0)$ ir $(3; 0)$, taškas $(0; -2)$ yra funkcijos minimumo taškas. Su kuriomis realiosiomis skaičiaus a reikšmėmis³ lygtis $|f(x)| = a$ turi **tik du** sprendinius, kai $x \in (-\infty; +\infty)$?



Juodraštis

19. Lentelėje pateiktos funkcijos ir jos išvestinės reikšmės, kai $x = 1$ ir $x = 2$.

x	$f(x)$	$f'(x)$
1	2	-3
2	-5	1

- 19.1. Raskite $f(f(1))$.

Juodraštis

- 19.2. Tarkime, kad $g(x) = (f(x))^3$. Raskite $g'(1)$.

Juodraštis

¹ kvadratinė funkcija – funkcja kwadratowa – квадратичная функция

² kirsti – przecinać – пересекать

³ realiosios reikšmės – wartości rzeczywiste – действительные значения

III dalis

Išspręskite 20–26 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

20. Duota funkcija $f(x) = 5\sin x - \cos(2x) + 1$.

B→20.1. Apskaičiuokite $f(30^\circ)$.

(1 taškas)

Juodraštis

20.2. Įrodykite, kad $f(x) = 2\sin x(\sin x + 2,5)$.

(2 taškai)

Juodraštis

B→20.3. Išspręskite lygtį $2\sin x(\sin x + 2,5) = 0$, kai $-270^\circ \leq x \leq 270^\circ$.

(3 taškai)

Juodraštis

20.4. Kokia yra funkcija $f(x)$: lyginė¹, nelyginė² ar nei lyginė, nei nelyginė? Atsakymą pagrįskite.

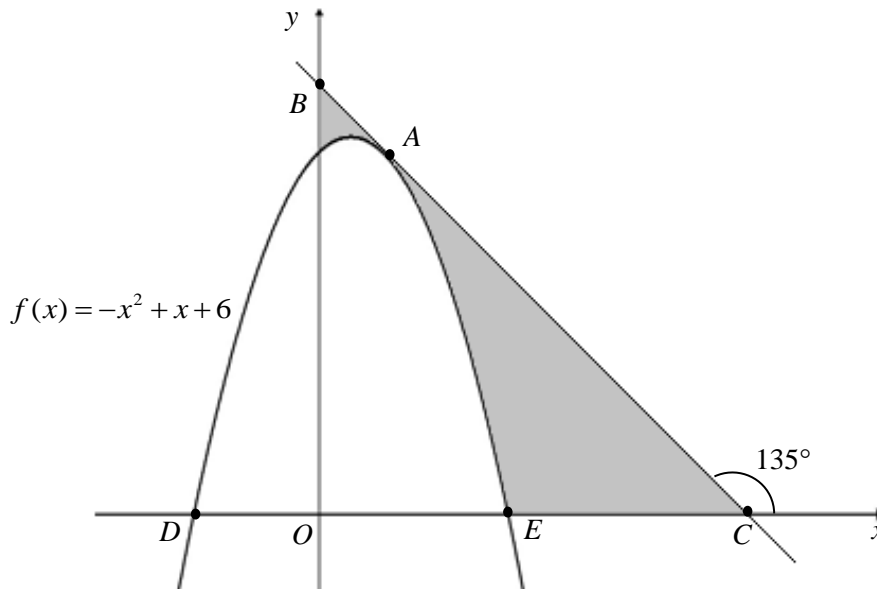
(1 taškas)

Juodraštis

¹ lyginė – parzysta – четная

² nelyginė – nieparzysta – нечетная

21. Funkcijos $f(x) = -x^2 + x + 6$ grafikas kerta Ox ašį taškuose D ir E (žr. pav.). Per šios funkcijos grafiko tašką A nubrėžta liestinė¹ kerta Ox ašį taške C , o Oy ašį – taške B , be to, su Ox ašimi sudaro 135° kampą.



- B→21.1.** Apskaičiuokite taško E abscisę² (x koordinatę³).

(2 taškai)

Juodraštis

- B→21.2.** Raskite $f'(x)$.

(1 taškas)

Juodraštis

- 21.3.** Įrodykite, kad taško A koordinatės yra $(1; 6)$.

(2 taškai)

Juodraštis

¹ liestinė – styczna – касательная

² abscisė – odcięta – абсцисса

³ koordinatė – współrzędna – координата

21.4. Užrašykite liestinės BC lygtį.

(2 taškai)

Juodraštis

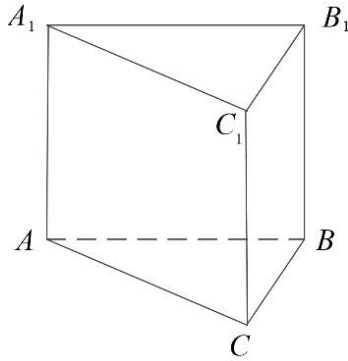
21.5. Apskaičiuokite paveiksle pilkai nuspalvintos figūros plotą (žr. pav.).

(4 taškai)

Juodraštis

- B→22.** Taisyklingosios trikampės prizmės¹ aukštinės ilgis² lygus 7, o prizmės tūris³ yra $28\sqrt{3}$. Apskaičiuokite šios prizmės pagrindo kraštinės⁴ ilgį.

(3 taškai)



Juodraštis

¹ taisyklingoji trikampė prizmė – graniastoslup prawidłowy trójkątny – правильная треугольная призма

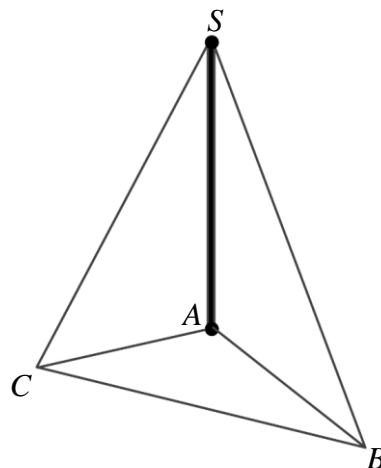
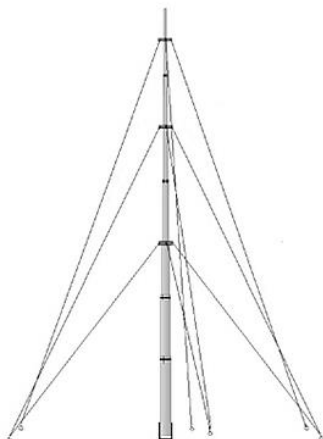
² aukštinės ilgis – długość wysokości – длина высоты

³ tūris – objętość – объем

⁴ pagrindo kraštinė – bok podstawy – сторона основания

- 23.** Anteninis stiebas – stulpo formos elektroninių ryšių statinys, kurį palaiko atotampos (įtemptos vielos).

Paveiksle pavaizduotas stiebas SA ir dvi atotampos SB ir SC . Taškai A , B ir C yra trikampio viršūnės¹, o stiebas SA yra statmenas² trikampio ABC plokštumai³. Atotampos SB ir SC su trikampio plokštuma sudaro atitinkamai 30° ir 45° kampus, $BC = 105$ m, o $\angle BAC = 150^\circ$.



- 23.1.** Pažymėję $SA = h$, išreikškite AB per h .

(1 taškas)

Juodraštis

- 23.2.** Apskaičiuokite stiebo SA aukštį.

(2 taškai)

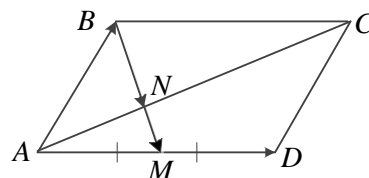
Juodraštis

¹ trikampio viršūnė – wierzchołek trójkąta – вершина треугольника

² statmenas – prostopadły – перпендикулярный

³ plokštuma – płaszczyzna – плоскость

- 24.** Lygiagretainio¹ $ABCD$ kraštinėje AD pažymėtas taškas M taip, kad $AM = MD$, $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ir $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$.



- 24.1.** Išreikškite vektorių \overrightarrow{BM} vektoriais \vec{a} ir \vec{b} .

(1 taškas)

Juodraštis

- 24.2.** Taškas N yra AC ir BM susikirtimo taškas. Išreikškite vektorių \overrightarrow{BN} vektoriais \vec{a} ir \vec{b} .

(2 taškai)

Juodraštis

- 24.3.** Lygiagretainio $ABCD$ išorėje pažymėtas taškas K taip, kad $\overrightarrow{BK} = 4\overrightarrow{BN}$.

- 24.3.1.** Paaiškinkite, kodėl vektoriai \overrightarrow{BK} ir \overrightarrow{NK} yra kolinearūs.

(1 taškas)

Juodraštis

- 24.3.2.** Yra žinoma, kad $|\overrightarrow{BK}| = 8$. Apskaičiuokite $|\overrightarrow{NK}|$.

(1 taškas)

Juodraštis

¹ lygiagretainis – równoległobok – параллелограмм

25. Skaičiai a , b , $10 - a$ yra trys iš eilės einantys **didėjančiosios**¹ aritmetinės progresijos nariai. Skaičiai $a + 1$, $b + 4$, $29 - a$ yra trys iš eilės einantys geometrinės progresijos² nariai³. Raskite skaičius a ir b .

(4 taškai)

Juodraštis

26. Dėžutėje yra 99 vienodo dydžio rutuliai, sunumeruoti skaičiais nuo 1 iki 99. Iš dėžutės atsitiktinai⁴ traukiamas vienas rutulys, užrašomas jo numeris ir rutulys grąžinamas atgal į dėžutę. Tarkime, a yra pirmo, b – antro, o c – trečio taip ištraukto rutulio numeris. Apskaičiuokite tikimybę, kad skaičius $ab + c$ yra lyginis.

(5 taškai)

Juodraštis

¹ didėjančioji – rosnący – возрастающая

² geometrinė progresija – ciąg geometryczny – геометрическая прогрессия

³ nariai – wyrazy – члены

⁴ atsitiktinai – losowo – случайным образом

Juodraštis