PATVIRTINTA
Nacionalinio egzaminų centro direktoriaus
2010-06-08 įsakymu Nr. 6.1-S1-22

2010 m. matematikos valstybinio brandos egzamino
VERTINIMO INSTRUKCIJA
Pagrindinė sesija

1–8 uždavinių atsakymai

Užd. Nr.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Ats.	**D**	**D**	**B**	**A**	**C**	**C**	**A**	**C**

Kitų uždavinių sprendimo nurodymai ir atsakymai

Užd.	**Sprendimas/Atsakymas**	**Taškai**	**Vertinimas**
9		**2**	
	$\frac{1\cdot 4+2\cdot 10+3\cdot 6+4\cdot 4+5\cdot 4+6\cdot 2}{4+10+6+4+4+2}=$ $=\frac{90}{30}=3$	• 1	Už teisingai sudarytus reiškinius mokinių ir apsilankymų teatre skaičiui rasti.
	Ats.: 3 kartus.	• 1	Už teisingai skaičiuojamą vidurkį.

Pastaba. Jeigu mokinys sudarydamas reiškinius mokinių ir / ar apsilankymų teatre skaičiams rasti suklysta, bet su savo duomenimis **teisingai skaičiuoja** vidurkį, jam skiriamas *1 taškas*.

Užd.	**Sprendimas/Atsakymas**	**Taškai**	**Vertinimas**
10		**3**	
	10.1. $50\cdot 18=900$ (Lt)	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	10.2. $45\cdot 22=990$ (Lt)	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	10.3. $990:18=55$ (Lt)	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	**Sprendimas/Atsakymas**	**Taškai**	**Vertinimas**
11		**3**	
	11.1. $2{,}4\cdot 1{,}5\cdot 3=10{,}8$ (m^2) *Ats.:* 10,8 m^2.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	11.2. Trinkelių reikia $10{,}8\cdot 1{,}05=11{,}34$ (m^2)	• 1	Už teisingai apskaičiuotą reikiamą trinkelių plotą.
	11.3. Kadangi trinkelės parduodamos dėžėmis, tai reikės 12 dėžių. Todėl trinkelės kainuos $55\cdot 12=660$ (Lt) *Ats.:* 660 Lt.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą

Pastabos: 1. Jeigu mokinys suklydo **11.1**, tai **11.2** ir **11.3** vertinti pagal **11.1** gautą mokinio rezultatą.
2. Jeigu mokinys suklydo **11.2**, tai **11.3** vertinamas pagal **11.2** gautą rezultatą.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
12		**2**	
	12.1. *Ats.:* $f'(x)=6x$	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	12.2. $f'\left(-\frac{1}{3}\right)=-2$ *Ats.:* -2.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
13		**3**	
	$V_1=40\cdot 27\cdot 35=37800(cm^3)$ $V_2=V_1$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą pirmame akvariume esančio vandens tūrį.
	$50\cdot 23\cdot x=37800$	• 1	Už teisingai sudarytą reiškinį vandens aukščiui antrame akvariume apskaičiuoti.
	$x\approx 33$ (cm) *Ats.:* 33 cm.	• 1	Už teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
14		**5**	
	14.1. $4\cdot 2^{-3}=4\cdot\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$ *Ats.:* $\frac{1}{2}$.	• 1	Už teisingą atsakymą.
	14.2. $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}=\sqrt{9}=3$	• 1	Už teisingą atsakymą.
	14.3. 1 būdas. $\frac{15}{\sqrt{6}-1}+\frac{4}{2-\sqrt{6}}=$ $=\frac{15\left(\sqrt{6}+1\right)}{5}+\frac{4\left(2+\sqrt{6}\right)}{-2}=$	• 1	Už teisingą iracionalumo panaikinimą vardikliuose.
	$=3\left(\sqrt{6}+1\right)-2\left(2+\sqrt{6}\right)=\sqrt{6}-1.$	• 1	Už teisingai suprastintą reiškinį.
	$\left(\sqrt{6}-1\right)\left(\sqrt{6}+1\right)=5.$ *Ats.:* 5.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	2 būdas. $\frac{30-15\sqrt{6}+4\sqrt{6}-4}{2\sqrt{6}-2-6+\sqrt{6}}=\frac{26-11\sqrt{6}}{3\sqrt{6}-8}$ $\frac{\left(26-11\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{6}+1\right)}{3\sqrt{6}-8}=$	• 1	Už teisingą subendravardiklinimą.
	$=\frac{26\sqrt{6}-66+26-11\sqrt{6}}{3\sqrt{6}-8}=$	• 1	Už teisingai atliktą daugybos veiksmą.

	$=\dfrac{15\sqrt{6}-40}{3\sqrt{6}-8}=\dfrac{5\left(3\sqrt{6}-8\right)}{3\sqrt{6}-8}=5$	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
	Ats.: 5.		
	3 būdas.		
	$\dfrac{15\left(\sqrt{6}+1\right)}{\sqrt{6}-1}+\dfrac{4\left(\sqrt{6}+1\right)}{2-\sqrt{6}}=$	• 1	Už teisingą atskliautimą.
	$=\dfrac{15\left(\sqrt{6}-4\right)+24-4}{3\sqrt{6}-8}=$	• 1	Už teisingą subendravardiklinimą.
	$=\dfrac{15\sqrt{6}-40}{3\sqrt{6}-8}=\dfrac{5\left(3\sqrt{6}-8\right)}{3\sqrt{6}-8}=5$	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
	Ats.: 5.		

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
15		**4**	
	15.1. $\operatorname{tg}x=\sqrt{3}$ $x=\operatorname{arctg}\sqrt{3}+\pi k, k\in Z$ $x=\dfrac{\pi}{3}+\pi k, k\in Z$		
	Ats.: $x=\dfrac{\pi}{3}+\pi k$, $k\in Z$ arba $x=60°+180°k, k\in Z$	• 1	Už teisingą atsakymą.
	15.2. $\sin(2x)=\cos x$ $2\sin x\cos x-\cos x=0$	• 1	Už dvigubo kampo sinuso formulės teisingą panaudojimą.
	$\cos x(2\sin x-1)=0$ $\cos x=0$ *arba* $\sin x=\dfrac{1}{2}$		
	$x=\dfrac{\pi}{2}+\pi k, k\in Z$ $\quad x=(-1)^k\dfrac{\pi}{6}+\pi k, k\in Z$	• 2	Po 1 tašką už kiekvieną teisingai išspręstą lygtį.
	Ats.: $\dfrac{\pi}{2}+\pi k; (-1)^k\dfrac{\pi}{6}+\pi k, k\in Z$ arba $x=90°+180°k, k\in Z;$ $x=(-1)^k 30°+180°k, k\in Z$		

Pastabos:

1. **15.1** ir **15.2** dalyse pakanka bent po vieną kartą paminėti, kad $k\in Z$.
2. Lygties $\cos x=0$ sprendinių aibę $x=\pm\dfrac{\pi}{2}+2\pi k, k\in Z$ laikyti teisinga.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
16		**4**	
	16.1. **1 būdas.** Įvykis A_1 – „pirmadienį ras automobilį pirmu bandymu“, įvykis A_2 – „antradienį ras automobilį pirmu bandymu“. $\mathbf{P}(A_1)=\frac{1}{3};\quad \mathbf{P}(A_2)=\frac{1}{3}.$	• 1	Už teisingą bent vieną $\mathrm{P}(A_i),\ i\in\{1;2\}$.
	Kadangi įvykiai nepriklausomi, tai $\mathbf{P}(A_1\cap A_2)=\mathbf{P}(A_1)\cdot\mathbf{P}(A_2)=$ $=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}.$	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	Ats.: $\frac{1}{9}$. **2 būdas.** Pirmadienį ir antradienį aukštų aplankymų pirmu kartu yra galimi 9 būdai, o palankus yra tik vienas.	• 1	Už galimų ir palankių įvykių skaičių radimą.
	Todėl tikimybė, kad ir pirmadienį, ir antradienį ras savo automobilį pirmu bandymu $\mathbf{P}=\frac{1}{9}$.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	Ats.: $\frac{1}{9}$. **16.2.** **1 būdas.** Įvykis A – „bent vieną dieną ras automobilį pirmu bandymu“. Įvykis $\overline{A}$ – „kiekvieną dieną neras automobilio pirmu bandymu“ $\mathbf{P}(A)=1-\mathbf{P}(\overline{A})$	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	$\mathbf{P}(A)=1-\left(\frac{2}{3}\right)^5=\frac{211}{243}.$	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	Ats.: $\frac{211}{243}$.		

	2 būdas. Įvykis A – „bent vieną dieną ras automobilį pirmu bandymu“ Kadangi įvykiai „pirmu bandymu ras automobilį tik vieną iš penkių dienų“, „pirmu bandymu ras automobilį tik dvi dienas iš penkių“ ir t. t. yra nepriklausomi ir nesutaikomi, tai $\mathbf{P}(A)=C_5^1\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4+C_5^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3+$ $+C_5^3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2+C_5^4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\frac{2}{3}+$ $+C_5^5\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^5=5\cdot\frac{16}{243}+10\cdot\frac{8}{243}+$ $+10\cdot\frac{4}{243}+5\cdot\frac{2}{243}+\frac{1}{243}=$ $=\frac{1}{243}(80+80+40+10+1)=\frac{211}{243}$ *Ats.:* $\frac{211}{243}$.	• 1 • 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą. Už gautą teisingą atsakymą.

Pastabos:

1. Jeigu mokinys, spręsdamas **16.1** neteisingai apskaičiuoja $\mathbf{P}(A_i)$, bet teisingai taiko nepriklausomų įvykių tikimybės skaičiavimo taisyklę (sandaugos taisyklę), jam už **16.1** skiriamas 1 taškas, jei $0<\mathbf{P}(A_i)<1$.
2. Jeigu mokinys spręsdamas **16.2** 2 būdu rašo, kad

$$\mathbf{P}(A)=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4+\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3+\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}\right)^5=\frac{31}{243},$$

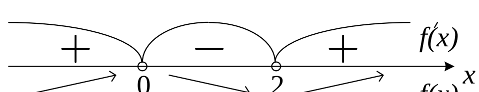
tai jam už **16.2** skiriamas 1 taškas.

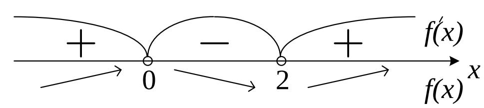
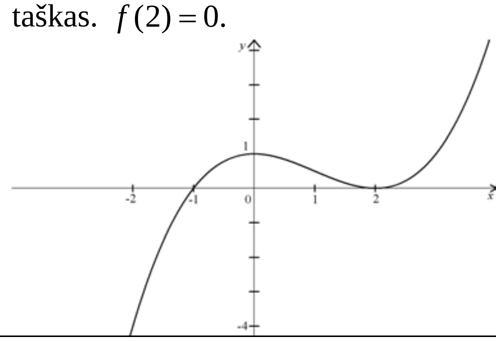
Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
17		**6**	
	17.1. **1 būdas.** Parabolės lygtis yra $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, kur x_1 ir x_2 yra parabolės susikirtimo su Ox ašimi taškų abscisės. Todėl parabolės, vaizduojančios angaro kraštą, lygtis yra: $y = a(x+8)(x-8)$	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	$y = a(x^2 - 64)$ $7{,}2 = a(0^2 - 64)$ $a = -0{,}1125$ $y = -0{,}1125(x^2 - 64)$ $y = 7{,}2 - 0{,}1125x^2$	• 1	Už gautą teisingą parabolės lygties išraišką.
	2 būdas. Parabolės lygtis yra $y = ax^2 + c$, kur c yra parabolės susikirtimo su Oy ašimi taško arba viršūnės ordinatė. Todėl parabolės, vaizduojančios angaro kraštą, lygtis yra: $y = ax^2 + 7{,}2$	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	$0 = a \cdot 8^2 + 7{,}2$ $a = -0{,}1125$ $y = 7{,}2 - 0{,}1125x^2$	• 1	Už gautą teisingą parabolės lygties išraišką.
	3 būdas. Parabolės lygtis yra $y = ax^2 + bx + c$. Taškai, kurių koordinatės yra $(-8;0), (0;7{,}2)$ ir $(8;0)$, priklauso parabolei. $\begin{cases} 64a - 8b + c = 0, \\ 64a + 8b + c = 0, \\ c = 7{,}2; \end{cases} \to \begin{cases} b = 0 \\ a = -0{,}1125 \\ c = 7{,}2 \end{cases}$	• 1	Už teisingai sudarytą trijų lygčių sistemą parabolės koeficientams apskaičiuoti.
	Parabolės, vaizduojančios angaro kraštą lygtis yra $y = -0{,}1125x^2 + 7{,}2.$	• 1	Už teisingai apskaičiuotus koeficientus a ir b.

	17.2. Jei durų plotis yra 8m, tai jų aukštis yra: $y(4)=7{,}2-0{,}1125\cdot 4^2=5{,}4(\text{m})$	• 1	Už teisingai surastą durų aukštį.
	$5{,}4\cdot 8=43{,}2\ (\text{m}^2)$ *Ats.:* $43{,}2\ \text{m}^2$.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
	17.3. **1 būdas.** Priekinės angaro sienos plotas yra lygus: $S_{pr.sienos}=2\int_0^8(7{,}2-0{,}1125x^2)dx=$ $=2\left(7{,}2x-0{,}0375x^3\right)\Big\vert_0^8=$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą funkcijos $y=7{,}2-0{,}1125x^2$ pirmykštę funkciją.
	$=76{,}8(m^2)$ Tada ieškomas plotas: $S=S_{pr.sienos}-S_{durų}=76{,}8-5{,}4\cdot 8=$ $=33{,}6\ (\text{m}^2)$ *Ats.:* 33,6 m^2.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	2 būdas. $S_{pr.sienos}=\int_{-8}^{8}(7{,}2-0{,}1125x^2)dx=$ $=(7{,}2x-0{,}0375x^3)\Big\vert_{-8}^{8}=$ $=57{,}6+19{,}2=76{,}8\ (\text{m}^2)$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą funkcijos $y=7{,}2-0{,}1125x^2$ pirmykštę funkciją.
	$S=S_{pr.sienos}-S_{durų}=76{,}8-5{,}4\cdot 8=$ $=33{,}6\,(\text{m}^2)$ *Ats.:* 33,6 m^2.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

Pastabos:

1. Jeigu mokinys spręsdamas **17.1** patikrina, jog taškai $(0;7{,}2)$; $(-8;0)$; $(8;0)$ priklauso parabolei $y=7{,}2-0{,}1125x^2$, jam už **17.1** skiriami 2 taškai.
2. Jeigu mokinys suklydo skaičiuodamas durų plotą, bet toliau su savo duomenimis teisingai sprendžia **17.3**, jam skiriami visi **17.3** taškai.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
18		**8**	
	18.1. $f(0)=\frac{1}{4}(0-2)^2(0+1)=1$ $f(x)=0$ $\frac{1}{4}(x-2)^2(x+1)=0$ $x=2\ arba\ x=-1$ Ats.: *Ox* ašį kerta taškuose (2; 0) ir (-1; 0), o *Oy* ašį – taške (0; 1).	• 2	Po vieną tašką už teisingai nustatytas *Ox* ir *Oy* ašių bei funkcijos grafiko bendrų taškų koordinates.
	18.2. **1 būdas.** $f(x)=\frac{1}{4}(x^2-4x+4)(x+1)=$ $=\frac{1}{4}(x^3-3x^2+4)$	• 1	Už teisingai pertvarkytą, funkciją aprašantį reiškinį.
	$f'(x)=\frac{1}{4}(3x^2-6x)=\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{2}x$	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
	2 būdas $f'(x)=\frac{1}{4}\big(((x-2)^2)'(x+1)+$ $+(x+1)'(x-2)^2\big)=$ $=\frac{1}{4}\left(2(x-2)(x+1)+(x-2)^2\right)=$	• 1	Už teisingai pritaikytą funkcijų sandaugos išvestinės skaičiavimo taisyklę.
	$=\frac{1}{4}(x-2)(2x+2+x-2)=$ $=\frac{1}{4}(2x^2-2x-4+x^2-4x+4)=$ $=\frac{1}{4}(3x^2-6x)=\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{2}x$	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
	18.3. **1 būdas.** $f'(x)=0$ $\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{2}x=0$ $x=0\ arba\ x=2$ Pav., $f'(-1)>0,\ f'(1)<0;\ f'(3)>0$  	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.

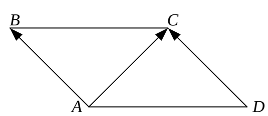
	Ats.: Funkcijos reikšmės didėja intervaluose $(-\infty;0)$ ir $(2;+\infty)$, o mažėja intervale $(0;2)$.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	2 būdas. $f'(x)>0\ (<0)$ $\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{2}x>0 \Big\vert \cdot\frac{4}{3}$, $\left(\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{2}x<0 \Big\vert \cdot\frac{4}{3}\right)$ $x^2-2x\ >0\ (<0)$ $x(x-2)>0\ (<0)$ 	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	Ats.: Funkcija didėja intervaluose $(-\infty;0)$ ir $(2;+\infty)$, o mažėja intervale $(0;2)$.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	18.4. $x=0$ – funkcijos $f(x)$ maksimumo taškas. $f(0)=1$. $x=2$ – funkcijos $f(x)$ minimumo taškas. $f(2)=0$.	• 1	Už aiškiai ir teisingai pažymėtus funkcijos grafiko minimumo ir maksimumo taškus.
		• 1	Už teisingai nubraižytą grafiko eskizą (nubrėžta glodi kreivė $x\in[-2;4]$)

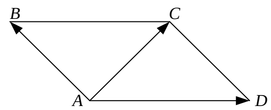
Pastabos: 1. Jei mokinys atsakyme rašo

„*Ats.:* x ašį, kai $x=2$, $x=-1$, y ašį, kai $y=1$.“

už **18.1** jam skiriamas 1 taškas.

2. Jei mokinys pertvarkydamas reiškinį $\frac{1}{4}(x-2)^2(x+1)$ suklydo, bet toliau su savo duomenimis teisingai apskaičiavo išvestinę, jam už **18.2** skiriamas 1 taškas.
3. Jei neteisingai nustato didėjimo ir / arba mažėjimo intervalus, bet toliau su savo duomenimis teisingai braižo grafiką, jam už **18.4** skiriami 2 taškai.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		**5**	
	19.1. $\overrightarrow{AB}(6-3;\ 12-6) = (3;\ 6)$ $\overrightarrow{AB}(3;6)$ *Ats.:* $\overrightarrow{AB}$ (3; 6).	• 1	Už teisingą atsakymą.
	19.2. **1 būdas.** $\overrightarrow{AC}(10;-5)$, $\overrightarrow{AB}(3;6)$. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 3\cdot 10 + 6\cdot(-5) = 0$	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (vektorių skaliarinės sandaugos skaičiavimą).
	Ats.: Kadangi vektorių skaliarinė sandauga lygi 0, tai vektoriai yra statmeni.	• 1	Už padarytą teisingą išvadą.
	2 būdas. $\overrightarrow{AC}(10;-5), \overrightarrow{AB}(3;6), \overrightarrow{BC}(7;-11)$ Arba $\left\lvert\overrightarrow{AC}\right\rvert = \sqrt{125}$, $\left\lvert\overrightarrow{AB}\right\rvert = \sqrt{45}$; $\left\lvert\overrightarrow{BC}\right\rvert = \sqrt{170}$. $\overrightarrow{AC}^2 = AC^2 = 125; \overrightarrow{AB}^2 = AB^2 = 45;$ $\overrightarrow{BC}^2 = BC^2 = 170.$	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą – teisingą trikampio kraštinių arba jų kvadratų ilgių apskaičiavimą.
	Kadangi $BC^2 = AB^2 + AC^2$, tai pagal teoremą, atvirkštinę Pitagoro teoremai, ΔABC statusis ir $\angle A = 90°$. Vektoriai $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{AC}$ yra statmeni vienas kitam. *Ats.:* Taip.	• 1	Už padarytą teisingą išvadą.
	19.3. **1 būdas.**  Jei keturkampis $ABCD$ yra lygiagretainis ir $D(x;y)$, tai $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ $(3;6) = (13-x;1-y)$ $13-x=3$ ir $1-y=6$	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	$x=10$ $y=-5$ *Ats.:* D(10; –5).	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

	2 būdas.  Jei keturkampis *ABCD* yra lygiagretainis ir $D(x; y)$, tai $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ $(3;6) + (x-3; y-6) = (10;-5)$ $x-3=7$ $y-6=-11$ $x=10$ $y=-5$ *Ats.:* D(10; –5).	• 1 • 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą. Už gautą teisingą atsakymą.

Pastabos: 1. Jei mokinys nustatydamas vektorių koordinates **19.2** ir **19.3** kartoja tą pačią klaidą kaip **19.1**, bet toliau teisingai atlieka **19.2** ir **19.3**, jam skiriami visi **19.2** ir **19.3** taškai.

2. Jei mokinys vietoj lygiagretainio *ABCD* nagrinėja lygiagretainį *ADBC* (ar kitokį) ir teisingai nustato tokio taško *D* koordinates, jam už **19.3** skiriamas *1 taškas*.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
20		**3**	
	$\angle ABC = 90°$, nes tai kampas tarp liestinės ir spindulio, nubrėžto į lietimosi tašką.	• 1	Už teisingą argumentavimą, kad $\angle ABC$ status.
	$\angle ADB = 90°$, nes jam gretutinis $\angle BDC$ yra įbrėžtinis kampas, besiremiantis į skersmenį ir lygus $90°$: $\angle ADB = 180° - \angle BDC = 90°$.	• 1	Už teisingą argumentavimą, kad $\angle ADB$ status.
	$\angle BAD$ yra bendras abiems trikampiams. $\Delta ABC \sim \Delta ADB$ pagal du atitinkamai lygius kampus: $\angle ABC = \angle ADB$ ir $\angle BAD$ bendras.	• 1	Už teisingą argumentavimą, kad trikampiai panašūs pagal du atitinkamai lygius kampus.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
21		**5**	
	21.1. Per n-tąją treniruotę Agnė nubėgs $a_n = 1 + 0{,}2(n-1) = 0{,}8 + 0{,}2n$ kilometrų.	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (teisingą aritmetinės progresijos n-tojo nario formulės pritaikymą).
	$a_n = 5$ $0{,}8 + 0{,}2n = 5$ $n = 21$(treniruotę) *Ats.:* 21 treniruotę.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	21.2. $S_n = 872{,}2$ $\frac{2 + 0{,}2(n-1)}{2} \cdot n = 872{,}2$	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (teisingą aritmetinės progresijos pirmųjų n narių sumos formulės pritaikymą).
	$n^2 + 9n - 8722 = 0$ $n = \left[\begin{array}{l} 89 \\ -98\ (netinka) \end{array}\right.$	• 1	Už teisingai pertvarkytą kvadratinę lygtį.
	Ats.: 89 treniruotes.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

Pastabos: 1. Jeigu mokinys teisingai suprato **21.1** klausimą ir teisingai užrašė dalį sekos narių: $1; 1{,}2; 1{,}4; ...; 5$, ir nurodė teisingą atsakymą, jam už **21.1** skiriami *2 taškai*.

2. Jeigu mokinys teisingai suprato **21.1** klausimą ir teisingai užrašė dalį sekos narių: $1; 1{,}2; 1{,}4; ...; 5$, bet nenurodė teisingo atsakymo, jam už **21.1** skiriamas *1 taškas*.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
22		**4**	
	1 būdas. Tegu t – laikas (s) nuo trečiojo plaukiko starto iki susilyginimo, s – kelias (m) iki susilyginimo. Tada pirmojo plaukiko greitis yra $\frac{s}{t+10}$, antrojo – $\frac{s}{t+5}$, trečiojo – $\frac{s}{t}$.	• 1	Už teisingą sprendimui reikalingų žymenų panaudojimą.
	Sulyginame laikus iki kitų susitikimų $\begin{cases} 54:\frac{s}{t}=46:\frac{s}{t+5}-5, \\ 57:\frac{s}{t}=43:\frac{s}{t+10}-10. \end{cases}$	• 1	Už teisingai sudarytą lygčių sistemą.
	$\begin{cases} 8t=230-5s \\ 14t=430-10s \ \Big\vert \cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+\uparrow \end{cases}$ $t=15$ $\quad s=22$	• 1	Už teisingai išspręstą lygčių sistemą.
	Ats.: $\frac{22}{15}m/s$.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	2 būdas. Tuo momentu, kai visi plaukikai buvo vienodai nutolę nuo takelio galo, visi jie buvo nuplaukę vienodą atstumą. Tai reiškia, kad plaukikų greičiai atvirkščiai proporcingi plaukimo laikui. Jeigu III-iojo plaukiko greitis x (m/s), o plaukimo laikas iki susilyginimo t sekundžių, tai II-ojo ir I-ojo plaukikų greičiai atitinkamai lygūs: $v_2=\frac{xt}{t+5}$, $v_1=\frac{xt}{t+10}$.	• 1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą.
	Sulyginame laikus iki kitų susitikimų: $\begin{cases} 46:\frac{xt}{t+5}=\frac{54}{x}+5, \\ 43:\frac{xt}{t+10}=\frac{57}{x}+10; \end{cases}$		

	$\begin{cases} \dfrac{46(t+5)}{xt} - \dfrac{54}{x} = 5, \\ \dfrac{43(t+10)}{xt} - \dfrac{57}{x} = 10; \end{cases}$	• 1	Už teisingai sudarytą lygčių sistemą.
	$\begin{cases} \dfrac{230-8t}{xt} = 5, \\ \dfrac{430-14t}{xt} = 10; \mid :2 \end{cases}$ $230-8t = 215-7t;$ $t = 15(s)$		
	$\begin{cases} t = 15, \\ \dfrac{215-7t}{15x} = 5; \end{cases} \to 75x = 110$	• 1	Už teisingai gautą laiko iki susilyginimo reikšmę.
	$x = \dfrac{22}{15}(m/s)$ *Ats.:* $\dfrac{22}{15} m/s.$	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
	3 būdas. Tegu v – III-iojo plaukiko greitis $\left(\dfrac{m}{s}\right)$ s – kelias (m) iki susilyginimo. Tada III plaukikas iki susilyginimo plaukė $\dfrac{s}{v}$ sekundžių. II-ojo plaukiko greitis $\dfrac{s}{\frac{s}{v}+5}$ I-ojo plaukiko greitis $\dfrac{s}{\frac{s}{v}+10}$ Sulyginame laikus iki kitų susitikimų:	• 1	Už teisingą sprendimui reikalingų žymenų panaudojimą.

	$\begin{cases} \dfrac{54-s}{v} = \dfrac{46-s}{\dfrac{s}{\frac{s}{v}+5}}, \\ \dfrac{57-s}{v} = \dfrac{43-s}{\dfrac{s}{\frac{s}{v}+10}}; \end{cases}$	• 1	Už teisingai sudarytą lygčių sistemą.
	$\begin{cases} \dfrac{(54-s)s}{vs} = \dfrac{(46-s)(s+5v)}{vs}, \\ \dfrac{(57-s)s}{vs} = \dfrac{(43-s)(s+10v)}{vs}; \end{cases}$		
	$\begin{cases} 54s - s^2 = 46s - s^2 + 230v - 5sv, \\ 57s - s^2 = 43s - s^2 + 430v - 10sv; \end{cases}$		
	$\begin{cases} 8s = 230v - 5sv, \\ 14s = 430v - 10sv; \end{cases}$		
	$2s = 30v;$ $s = 15v$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą kelio priklausomybę nuo greičio.
	$8 \cdot 15v = 230v - 75v^2 \mid : v, \text{ nes } v \neq 0$ $75v = 110$		
	$v = \dfrac{22}{15}\, m/s.$	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
	Ats.: $\dfrac{22}{15}\, m/s.$		