



MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino užduotis

Pakartotinė sesija

2022 m. birželio 30 d.

Egzamino trukmė – 3 val. (180 min.)

NURODYMAI

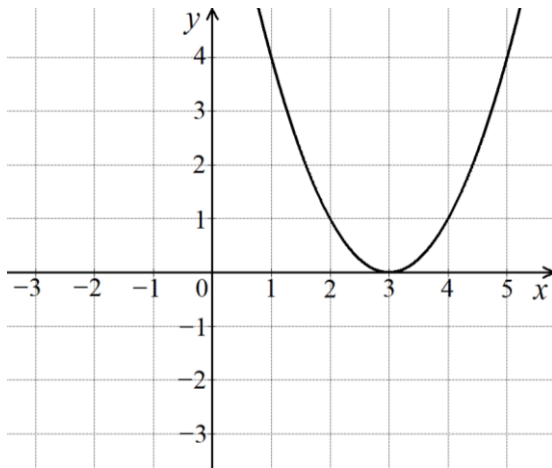
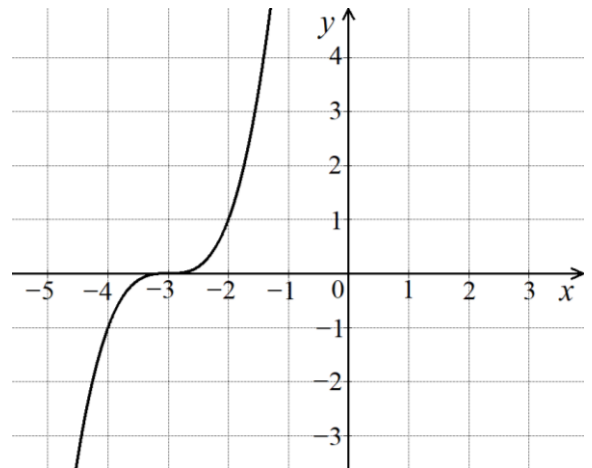
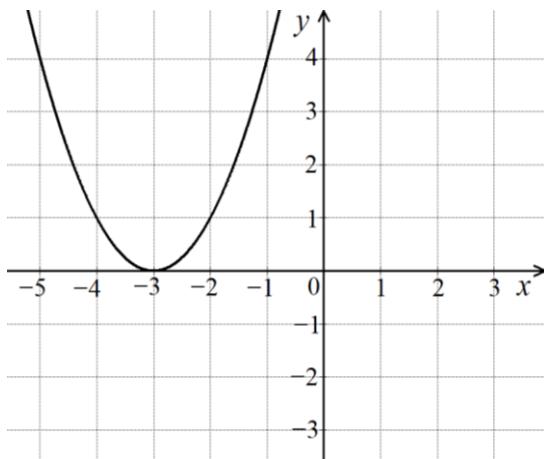
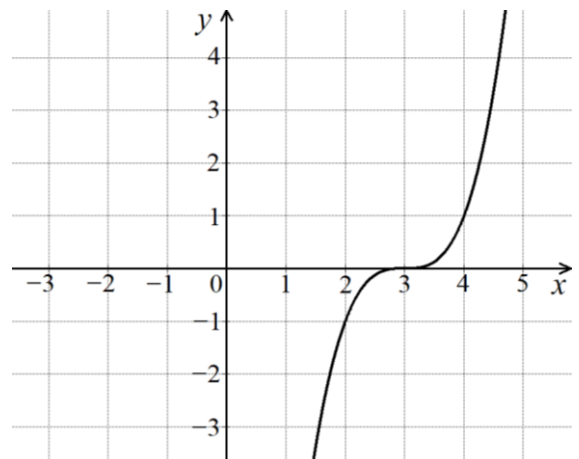
1. Gavę užduoties sąsiuvinį, jo priedą ir atsakymų lapą, pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Įsitikinkite, kad ant jūsų atsakymų lapo užklijuotas kodas, kurio numeris sutampa su jūsų eilės numeriu egzamino vykdymo protokole.**
3. Bendrojo kurso uždaviniai arba jų dalys pažymėti **B→**.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
5. Per egzaminą galite rašyti juodai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
6. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **tik juodai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis.
7. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
8. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių, neatsižvelgdami į tai, pagal kurio kurso (bendrojo ar išplėstinio) programą dalyko mokėtės mokykloje. Neišsprendę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
9. Pasirinktus **I dalies** uždavinių atsakymus atsakymų lape pažymėkite kryželiu (žymėkite tik vieną atsakymo variantą). Jei pažymėsite neaiškiai arba daugiau kaip vieną atsakymo variantą, tas uždavinys bus vertinamas 0 taškų. Suklydę atsakymą galite taisyti atsakymų lape nurodytoje vietoje.
10. **II dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
11. **III dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **III dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
12. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
13. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.

Linkime sėkmės!

I dalis

Kiekvienas šios dalies uždavinys (01–10) turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą **1 tašku**. Pasirinkite, jūsų nuomone, teisingą atsakymą ir pažymėkite jį atsakymų lape kryželiu.

B→01. Kuriame paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = (x + 3)^3$ grafikas?

A**B****C****D**

Juodraštis

B→02. Aritmetinės progresijos pirmasis narys¹ $a_1 = 10$, o jos skirtumas² $d = -3$. Apskaičiuokite penktąjį šios progresijos narį.

A 25

B 22

C -2

D -5

Juodraštis

B→03. Jeigu $\log_2 a = 4$, tai $\log_2(8a) =$

A 32

B 12

C 7

D 5

Juodraštis

B→04. Kuris iš šių skaičių yra didžiausias?

A 2^{600}

B 3^{400}

C 4^{200}

D 25^{100}

Juodraštis

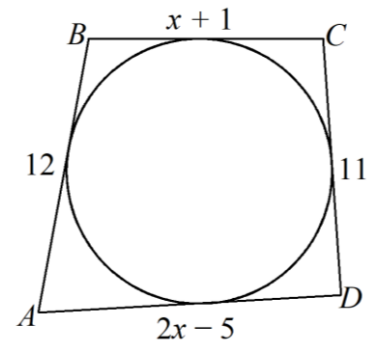
¹ aritmetinės progresijos pirmasis narys – pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego – первый член арифметической прогрессии

² skirtumas – różnica – разность

05. Į keturkampį $ABCD$ įbrėžtas apskritimas³. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite x reikšmę.

- A** 6
B 8
C 9
D 10

Juodraštis



06. Vieni klasės mokiniai lankė matematikos konsultacijas, o kiti – ne. Konsultacijas lankusių mokinių pažymių vidurkis 8,2, o konsultacijų nelankusių mokinių pažymių vidurkis 7. Konsultacijas lankusių ir jų nelankusių mokinių skaičių santykis 1 : 4. Apskaičiuokite visų šios klasės mokinių pažymių vidurkį.

- A** 7,24 **B** 7,3 **C** 7,6 **D** 7,96

Juodraštis

07. Apskaičiuokite tikimybę, kad įvyks bent vienas iš nepriklausomųjų įvykių⁴ A ir B , jei $P(A) = 0,7$, o $P(B) = 0,8$.

- A** 0,56 **B** 0,75 **C** 0,93 **D** 0,94

Juodraštis

³ įbrėžtas apskritimas – okrag wpisany – вписанная окружность

⁴ nepriklausomieji įvykiai – zdarzenia niezależne – независимые события

08. Duota funkcija $f(x) = \cos^2 x$. Šios funkcijos išvestinė⁵ $f'(x) =$

- A** $\sin(2x)$ **B** $-\sin(2x)$ **C** $-2\sin x$ **D** $2\cos x$

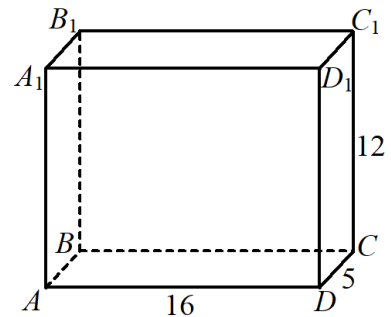
Juodraštis

09. Paveiksle pavaizduotas stačiakampis gretasienis⁶ $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

Yra žinoma, kad $AD = 16$, $CD = 5$, o $CC_1 = 12$. Apskaičiuokite kampo tarp tiesių $A_1 D$ ir $B_1 C_1$ kosinuso reikšmę.

- A** $\frac{5}{13}$ **B** $\frac{3}{5}$ **C** $\frac{4}{5}$ **D** $\frac{12}{13}$

Juodraštis



10. Funkcija $f(x)$ ir jos išvestinė $f'(x)$ yra apibrėžtos, kai $x \in \mathbf{R}$. Yra žinoma, kad $f'(x) > 0$, kai $x \in (-\infty; -2)$ ir $x \in (3; +\infty)$, o $f'(x) < 0$, kai $x \in (-2; 3)$. Taškai $x = -2$ ir $x = 3$ yra funkcijos $f(x)$ ekstremumo taškai. Kuri iš nelygybių yra **klaidinga**?

- A** $f(-2) > f(-4)$
B $f(-2) > f(3)$
C $f(-1) > f(1)$
D $f(3) > f(4)$

Juodraštis

⁵ funkcijos išvestinė – pochodna funkcji – производная функции

⁶ stačiakampis gretasienis – prostopadościan – прямоугольный параллелепипед

II dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (11–20) ar jo dalies teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

- B→11.** Duotos dvi aibės⁷: $A = \{2; 3; 5; 7; 9; 11\}$ ir $B = \{1; 3; 5; 7; 9; 10\}$. Kiek elementų priklauso aibių A ir B sąjungai $A \cup B$?

Juodraštis

- B→12.** Išspręskite nelygybę $\frac{x-2}{x+3} \leq 0$.

Juodraštis

- B→13.** Pateikta imties dažnių lentelė⁸. Yra žinoma, kad ši imtis turi lygiai dvi modas: 3 ir 5. Imties mediana lygi 4 ir $0 < a < b < c$. Nustatykite, kiek duomenų sudaro šią imtį, jeigu duomenų yra mažiau negu 10 ir $d \neq 0, e \neq 0$.

Duomuo	a	b	c
Dažnis	d	2	e

Juodraštis

⁷ aibė – zbiór – множество

⁸ imties dažnių lentelė – tabela częstości próby – таблица частот выборки

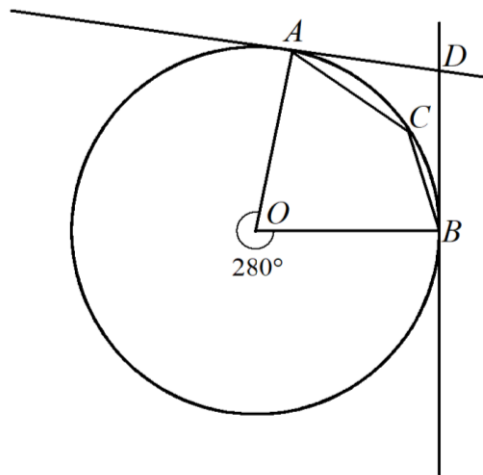
14. Apskritimo centras yra taškas O , o taškai A , B ir C yra apskritimo taškai. Tiesės DA ir DB yra šio apskritimo liestinės⁹. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite:

B→14.1. $\angle ACB$ diduma;

Juodraštis

14.2. $\angle ADB$ diduma.

Juodraštis



B→15. Pateikta imties santykinių dažnių¹⁰ lentelė. Kiek mažiausiai duomenų gali būti šioje imtyje?

Duomuo	1	2	3	4	5
Santykinis dažnis	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{20}$

Juodraštis

⁹ liestinė – styczna – касательная

¹⁰ santykinis dažnis – częstość względna – относительная частота

16. Duoti du vektoriai: $\vec{a} = (2; -3; 6)$ ir $\vec{b} = (-3; 2; m)$.

16.1. Apskaičiuokite $|\vec{a}|$.

Juodraštis

16.2. Raskite m reikšmę, su kuria vektoriai \vec{a} ir \vec{b} yra statmeni¹¹.

Juodraštis

17. Atsitiktinio dydžio¹² X skirstinys pateiktas lentelė. Yra žinoma, kad šio skirstinio matematinė viltis¹³ $\mathbf{E}(X) = 0,8$. Apskaičiuokite $\mathbf{P}(X = 1)$.

m	-1	1
$\mathbf{P}(X = m)$	p	q

Juodraštis

¹¹ statmeni – prostopadle – перпендикулярны

¹² atsitiktinis dydis – zmienna losowa – случайная величина

¹³ matematinė viltis – nadzieja matematyczna – математическое ожидание

- 18.** Suprastinkite reiškinį $3|x-y|-2|y-x|$, kai $0 < x < y$.

Juodraštis

- 19.** Yra žinoma, kad $\operatorname{tg} x = 4$. Apskaičiuokite $\frac{\sin x - 3\cos x}{2\sin x + \cos x}$.

Juodraštis

- 20.** Duota funkcija $f(x) = ax^3 + bx^2 + ax$, $a \neq 0$. Yra žinoma, kad funkcija $f(x)$ yra nelyginė¹⁴ ir $b - a = 1$. Apskaičiuokite $f(1)$.

Juodraštis

¹⁴ nelyginė – nieparzysta – нечётная

III dalis

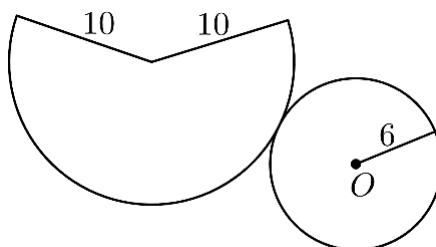
Išspręskite 21–28 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

- B→21.** Petras iš banko pasiskolino tam tikrą pinigų sumą. Po trejų metų jis turės grąžinti pasiskolintą sumą ir palūkanas. Paskolos metinė palūkanų norma yra 4 % (palūkanos skaičiuojamos kas metus). Apskaičiuokite, kokią pinigų sumą pasiskolino Petras, jeigu po trejų metų jam iš viso reikės grąžinti 16872,96 Eur.

(2 taškai)

Juodraštis

- B→22.** Brėžinyje pavaizduota kūgio paviršiaus išklotinė¹⁵ (žr. pav.).



- 22.1.** Apskaičiuokite šio kūgio viso paviršiaus plotą¹⁶.

(2 taškai)

Juodraštis

- 22.2.** Apskaičiuokite šio kūgio tūrį¹⁷.

(2 taškai)

Juodraštis

¹⁵ kūgio paviršiaus išklotinė – siatka powierzchni stożka – rozwórka powierzchni konusa

¹⁶ viso paviršiaus plotas – pole powierzchni całkowitej – площадь полной поверхности

¹⁷ tūris – objętość – объем

23. Duota funkcija $f(x) = 2^{1-3x^2}$.

B→23.1. Apskaičiuokite $f(-1)$.

(1 taškas)

Juodraštis

23.2. Apskaičiuokite $f'(1)$.

(2 taškai)

Juodraštis

23.3. Nustatykite funkcijos $g(f(x))$ reikšmių sritį¹⁸, kai $g(x) = \log_2 x$.

(2 taškai)

Juodraštis

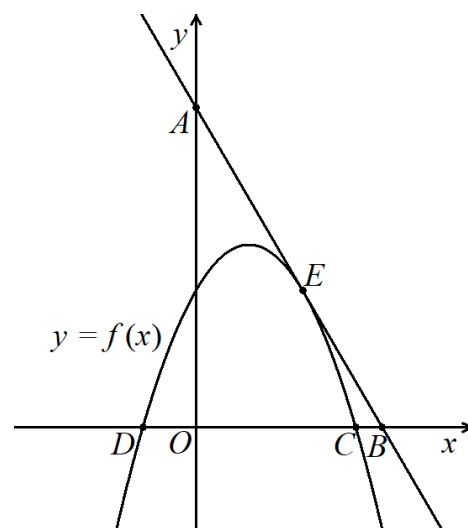
¹⁸ reikšmių sritis – zbiór wartości – область значений

24. Duota funkcija $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ (žr. 1 pav.).

B→24.1. Apskaičiuokite funkcijos $y = f(x)$ grafiko ir Ox ašies susikirtimo taškų C ir D abscises¹⁹ (x koordinates²⁰).

(1 taškas)

Juodraštis



1 pav.

B→24.2. Parodykite, kad $f'(2) = -2$.

(1 taškas)

Juodraštis

24.3. Per funkcijos $y = f(x)$ grafiko tašką E , kurio abscisė $x_0 = 2$, nubrėžta liestinė. Parodykite, kad šios liestinės lygtis yra $y = -2x + 7$.

(1 taškas)

Juodraštis

¹⁹ abscisė – odcięta – абсцисса

²⁰ koordinatė – współrzędna – координата

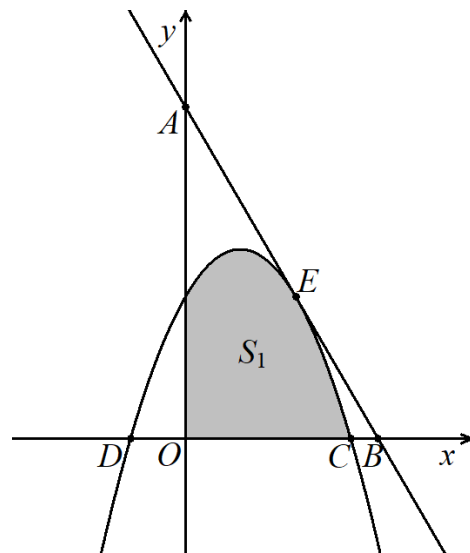
B→24.4. Tiesė $y = -2x + 7$ kerta koordinačių ašis taškuose A ir B (žr. 1 pav.). Apskaičiuokite trikampio ABO plotą²¹ $S_{\triangle ABO}$.

(2 taškai)

Juodraštis

24.5. Funkcijos $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ grafiko ir koordinačių ašių ($x \geq 0$) ribojamos figūros plotą pažymėkime S_1 (žr. 2 pav.). Pagrįskite, kad plotų santykis $\frac{S_{\triangle ABO}}{S_1}$ yra racionaliojo skaičiaus²² kvadratas.

(4 taškai)

Juodraštis

2 pav.

²¹ plotas – pole – площадь

²² racionalusis skaičius – liczba wymierna – рациональное число

25. Išspręskite lygtis:

B→25.1. $\log_2(2 - 3x) = 4;$

(2 taškai)

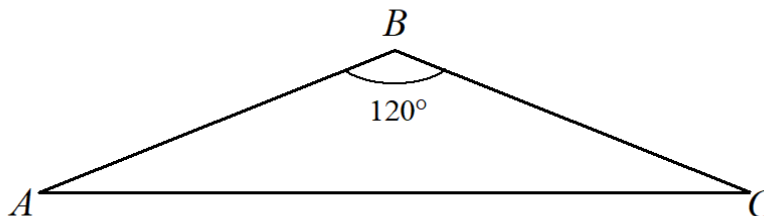
Juodraštis

25.2. $4\cos^2 x - 8\cos x + 3 = 0.$

(3 taškai)

Juodraštis

- 26.** Duotas trikampis ABC , kurio kraštinės $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$, o $\angle B = 120^\circ$. Yra žinoma, kad šio trikampio kraštinės sieja lygybę $b^2 = 2a^2 + c^2$.



- 26.1.** Įrodykite, kad trikampis ABC yra lygiašonis²³.

(3 taškai)

Juodraštis

- 26.2.** Apskaičiuokite vektorių \overrightarrow{AB} ir \overrightarrow{CA} skaliarinę sandaugą²⁴ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$, kai $a = 3$.

(2 taškai)

Juodraštis

²³ lygiašonis – równoramienny – равнобедренный

²⁴ skaliarinė sandauga – iloczyn skalarny – скалярное произведение

27. Metami trys skirtingų spalvų standartiniai šešiasieniai²⁵ žaidimo kauliukai – geltonas, žalias ir raudonas.

B→27.1. Įvykis A – „visi trys kauliukai atvirs tuo pačiu akučių skaičiumi“. Įvardykite įvykiui A palankias baigtis²⁶ ir apskaičiuokite įvykio A tikimybę²⁷.

(2 taškai)

Juodraštis

27.2. Įvykis B – „du iš trijų kauliukų atvirs tuo pačiu akučių skaičiumi, o likęs kauliukas – kitokiu akučių skaičiumi“. Apskaičiuokite įvykio B tikimybę.

(2 taškai)

Juodraštis

²⁵ šešiasieniai – sześćścienne – шестигранные

²⁶ įvykiui palankios baigtys – wyniki sprzyjające zdarzeniu – исходы, благоприятные событию

²⁷ tikimybė – prawdopodobieństwo – вероятность

- 28.** Iš vietovių A ir B tuo pačiu metu vienas priešais kitą išvažiavo du dviratininkai ir susitiko po t minučių. Laikykime, kad visą kelią dviratininkai važiavo pastoviais greičiais (km/min). Jeigu pirmojo dviratininko greitis būtų buvęs dvigubai didesnis, o antrojo liktų toks pat, tai dviratininkai susitiktų 5 minutėmis anksčiau. Jeigu antrojo dviratininko greitis būtų buvęs dvigubai didesnis, o pirmojo liktų toks pat, tai dviratininkai susitiktų 8 minutėmis anksčiau. Apskaičiuokite t skaitinę reikšmę.

(4 taškai)

Juodraštis

Juodraštis

