



# MATEMATIKA

## Valstybinio brandos egzamino užduotis

Pakartotinė sesija

2022 m. birželio 30 d.

Egzamino trukmė – 3 val. (180 min.)

### NURODYMAI

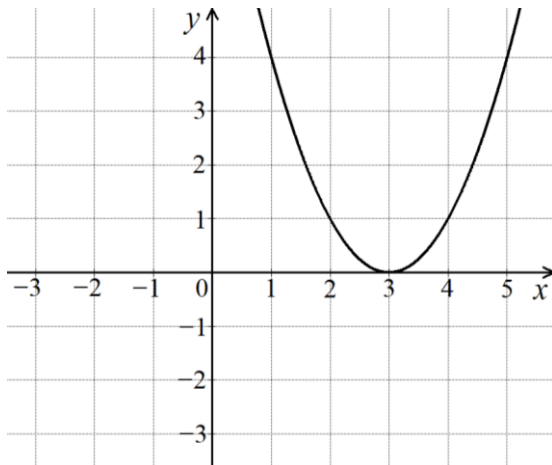
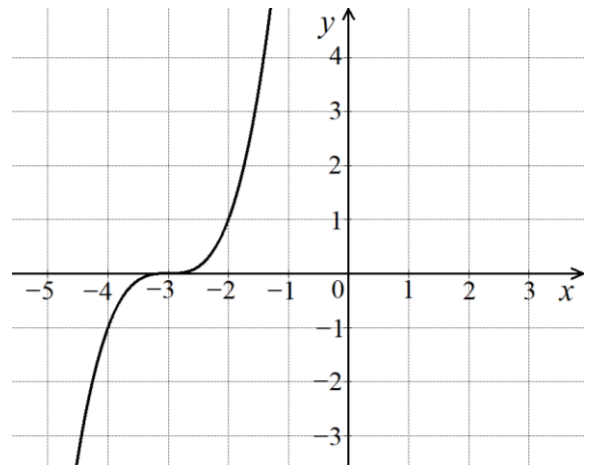
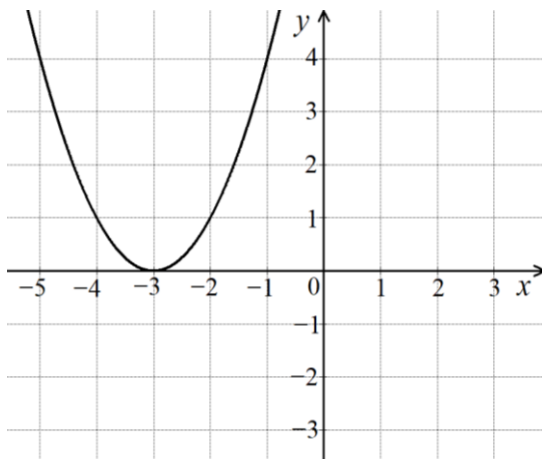
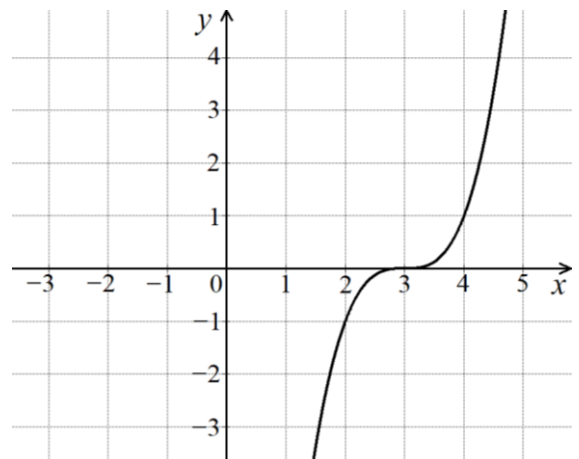
1. Gavę užduoties sąsiuvinį, jo priedą ir atsakymų lapą, pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Įsitikinkite, kad ant jūsų atsakymų lapo užklijuotas kodas, kurio numeris sutampa su jūsų eilės numeriu egzamino vykdymo protokole.**
3. Bendrojo kurso uždaviniai arba jų dalys pažymėti **B→**.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
5. Per egzaminą galite rašyti juodai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
6. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **tik juodai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis.
7. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
8. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių, neatsižvelgdami į tai, pagal kurio kurso (bendrojo ar išplėstinio) programą dalyko mokėtės mokykloje. Neišsprendę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
9. Pasirinktus **I dalies** uždavinių atsakymus atsakymų lape pažymėkite kryželiu (žymėkite tik vieną atsakymo variantą). Jei pažymėsite neaiškiai arba daugiau kaip vieną atsakymo variantą, tas uždavinys bus vertinamas 0 taškų. Suklydę atsakymą galite taisyti atsakymų lape nurodytoje vietoje.
10. **II dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
11. **III dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **III dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
12. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
13. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.

Linkime sėkmės!

## I dalis

Kiekvienas šios dalies uždavinys (01–10) turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą **1 tašku**. Pasirinkite, jūsų nuomone, teisingą atsakymą ir pažymėkite jį atsakymų lape kryželiu.

**B→01.** Kuriame paveiksle pavaizduotas funkcijos  $y = (x + 3)^3$  grafikas?

**A****B****C****D**

*Juodraštis*

**B→02.** Aritmetinės progresijos pirmasis narys<sup>1</sup>  $a_1 = 10$ , o jos skirtumas<sup>2</sup>  $d = -3$ . Apskaičiuokite penktąjį šios progresijos narį.

**A** 25

**B** 22

**C** -2

**D** -5

*Juodraštis*

**B→03.** Jeigu  $\log_2 a = 4$ , tai  $\log_2(8a) =$

**A** 32

**B** 12

**C** 7

**D** 5

*Juodraštis*

**B→04.** Kuris iš šių skaičių yra didžiausias?

**A**  $2^{600}$

**B**  $3^{400}$

**C**  $4^{200}$

**D**  $25^{100}$

*Juodraštis*

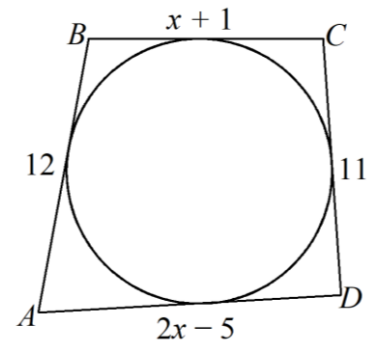
<sup>1</sup> aritmetinės progresijos pirmasis narys – pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego – первый член арифметической прогрессии

<sup>2</sup> skirtumas – różnica – разность

05. Į keturkampį  $ABCD$  įbrėžtas apskritimas<sup>3</sup>. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite  $x$  reikšmę.

- A 6
- B 8
- C 9
- D 10

*Juodraštis*



06. Vieni klasės mokiniai lankė matematikos konsultacijas, o kiti – ne. Konsultacijas lankusių mokinių pažymių vidurkis 8,2, o konsultacijų nelankusių mokinių pažymių vidurkis 7. Konsultacijas lankusių ir jų nelankusių mokinių skaičių santykis 1 : 4. Apskaičiuokite visų šios klasės mokinių pažymių vidurkį.

- A 7,24
- B 7,3
- C 7,6
- D 7,96

*Juodraštis*

07. Apskaičiuokite tikimybę, kad įvyks bent vienas iš nepriklausomųjų įvykių<sup>4</sup>  $A$  ir  $B$ , jei  $P(A) = 0,7$ , o  $P(B) = 0,8$ .

- A 0,56
- B 0,75
- C 0,93
- D 0,94

*Juodraštis*

<sup>3</sup> įbrėžtas apskritimas – okrag wpisany – вписанная окружность

<sup>4</sup> nepriklausomieji įvykiai – zdarzenia niezależne – независимые события

08. Duota funkcija  $f(x) = \cos^2 x$ . Šios funkcijos išvestinė<sup>5</sup>  $f'(x) =$

- A**  $\sin(2x)$       **B**  $-\sin(2x)$       **C**  $-2\sin x$       **D**  $2\cos x$

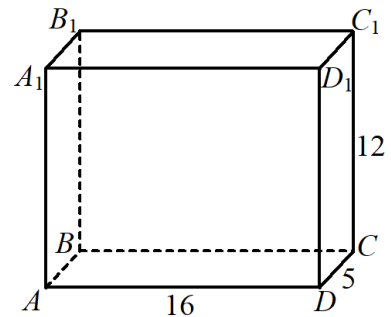
*Juodraštis*

09. Paveiksle pavaizduotas stačiakampis gretasienis<sup>6</sup>  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

Yra žinoma, kad  $AD = 16$ ,  $CD = 5$ , o  $CC_1 = 12$ . Apskaičiuokite kampo tarp tiesių  $A_1 D$  ir  $B_1 C_1$  kosinuso reikšmę.

- A**  $\frac{5}{13}$       **B**  $\frac{3}{5}$       **C**  $\frac{4}{5}$       **D**  $\frac{12}{13}$

*Juodraštis*



10. Funkcija  $f(x)$  ir jos išvestinė  $f'(x)$  yra apibrėžtos, kai  $x \in \mathbf{R}$ . Yra žinoma, kad  $f'(x) > 0$ , kai  $x \in (-\infty; -2)$  ir  $x \in (3; +\infty)$ , o  $f'(x) < 0$ , kai  $x \in (-2; 3)$ . Taškai  $x = -2$  ir  $x = 3$  yra funkcijos  $f(x)$  ekstremumo taškai. Kuri iš nelygybių yra **klaidinga**?

- A**  $f(-2) > f(-4)$   
**B**  $f(-2) > f(3)$   
**C**  $f(-1) > f(1)$   
**D**  $f(3) > f(4)$

*Juodraštis*

<sup>5</sup> funkcijos išvestinė – pochodna funkcji – производная функции

<sup>6</sup> stačiakampis gretasienis – prostopadościan – прямоугольный параллелепипед

## II dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (11–20) ar jo dalies teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

- B→11.** Duotos dvi aibės<sup>7</sup>:  $A = \{2; 3; 5; 7; 9; 11\}$  ir  $B = \{1; 3; 5; 7; 9; 10\}$ . Kiek elementų priklauso aibių  $A$  ir  $B$  sąjungai  $A \cup B$ ?

*Juodraštis*

- B→12.** Išspręskite nelygybę  $\frac{x-2}{x+3} \leq 0$ .

*Juodraštis*

- B→13.** Pateikta imties dažnių lentelė<sup>8</sup>. Yra žinoma, kad ši imtis turi lygiai dvi modas: 3 ir 5. Imties mediana lygi 4 ir  $0 < a < b < c$ . Nustatykite, kiek duomenų sudaro šią imtį, jeigu duomenų yra mažiau negu 10 ir  $d \neq 0, e \neq 0$ .

|        |     |     |     |
|--------|-----|-----|-----|
| Duomuo | $a$ | $b$ | $c$ |
| Dažnis | $d$ | 2   | $e$ |

*Juodraštis*

<sup>7</sup> aibė – zbiór – множество

<sup>8</sup> imties dažnių lentelė – tabela częstości próby – таблица частот выборки

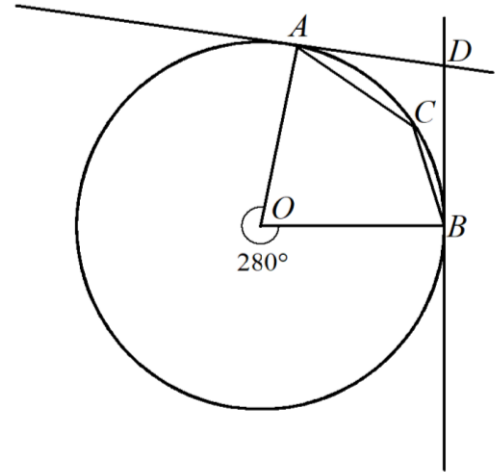
**14.** Apskritimo centras yra taškas  $O$ , o taškai  $A$ ,  $B$  ir  $C$  yra apskritimo taškai. Tiesės  $DA$  ir  $DB$  yra šio apskritimo liestinės<sup>9</sup>. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite:

**B→14.1.**  $\angle ACB$  didumą;

*Juodraštis*

**14.2.**  $\angle ADB$  didumą.

*Juodraštis*



**B→15.** Pateikta imties santykinų dažnių<sup>10</sup> lentelė. Kiek mažiausiai duomenų gali būti šioje imtyje?

| Duomuo            | 1             | 2             | 3             | 4             | 5              |
|-------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| Santykinis dažnis | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{20}$ |

*Juodraštis*

<sup>9</sup> liestinė – styczna – касательная

<sup>10</sup> santykinis dažnis – częstość względna – относительная частота

**16.** Duoti du vektoriai:  $\vec{a} = (2; -3; 6)$  ir  $\vec{b} = (-3; 2; m)$ .

**16.1.** Apskaičiuokite  $|\vec{a}|$ .

*Juodraštis*

**16.2.** Raskite  $m$  reikšmę, su kuria vektoriai  $\vec{a}$  ir  $\vec{b}$  yra statmeni<sup>11</sup>.

*Juodraštis*

**17.** Atsitiktinio dydžio<sup>12</sup>  $X$  skirstinys pateiktas lentelė. Yra žinoma, kad šio skirstinio matematinė viltis<sup>13</sup>  $\mathbf{E}(X) = 0,8$ . Apskaičiuokite  $\mathbf{P}(X = 1)$ .

|                     |      |     |
|---------------------|------|-----|
| $m$                 | $-1$ | $1$ |
| $\mathbf{P}(X = m)$ | $p$  | $q$ |

*Juodraštis*

<sup>11</sup> statmeni – prostopadłe – перпендикулярны

<sup>12</sup> atsitiktinis dydis – zmienna losowa – случайная величина

<sup>13</sup> matematinė viltis – nadzieja matematyczna – математическое ожидание



**18.** Suprastinkite reiškinį  $3|x-y|-2|y-x|$ , kai  $0 < x < y$ .

*Juodraštis*

**19.** Yra žinoma, kad  $\operatorname{tg} x = 4$ . Apskaičiuokite  $\frac{\sin x - 3\cos x}{2\sin x + \cos x}$ .

*Juodraštis*

**20.** Duota funkcija  $f(x) = ax^3 + bx^2 + ax$ ,  $a \neq 0$ . Yra žinoma, kad funkcija  $f(x)$  yra nelyginė<sup>14</sup> ir  $b - a = 1$ . Apskaičiuokite  $f(1)$ .

*Juodraštis*

---

<sup>14</sup> nelyginė – nieparzysta – нечётная

## III dalis

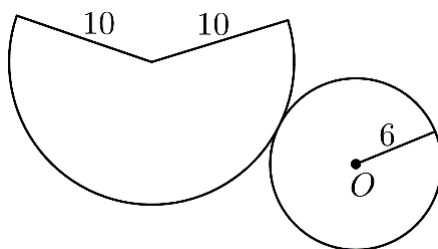
Išspręskite 21–28 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

- B→21.** Petras iš banko pasiskolino tam tikrą pinigų sumą. Po trejų metų jis turės grąžinti pasiskolintą sumą ir palūkanas. Paskolos metinė palūkanų norma yra 4 % (palūkanos skaičiuojamos kas metus). Apskaičiuokite, kokią pinigų sumą pasiskolino Petras, jeigu po trejų metų jam iš viso reikės grąžinti 16872,96 Eur.

(2 taškai)

Juodraštis

- B→22.** Brėžinyje pavaizduota kūgio paviršiaus išklotinė<sup>15</sup> (žr. pav.).



- 22.1.** Apskaičiuokite šio kūgio viso paviršiaus plotą<sup>16</sup>.

(2 taškai)

Juodraštis

- 22.2.** Apskaičiuokite šio kūgio tūrį<sup>17</sup>.

(2 taškai)

Juodraštis

<sup>15</sup> kūgio paviršiaus išklotinė – siatka powierzchni stożka – rozwórka powierzchni konusa

<sup>16</sup> viso paviršiaus plotas – pole powierzchni całkowitej – площадь полной поверхности

<sup>17</sup> tūris – objętość – объем

**23.** Duota funkcija  $f(x) = 2^{1-3x^2}$ .

**B→23.1.** Apskaičiuokite  $f(-1)$ .

(1 taškas)

*Juodraštis*

**23.2.** Apskaičiuokite  $f'(1)$ .

(2 taškai)

*Juodraštis*

**23.3.** Nustatykite funkcijos  $g(f(x))$  reikšmių sritį<sup>18</sup>, kai  $g(x) = \log_2 x$ .

(2 taškai)

*Juodraštis*

---

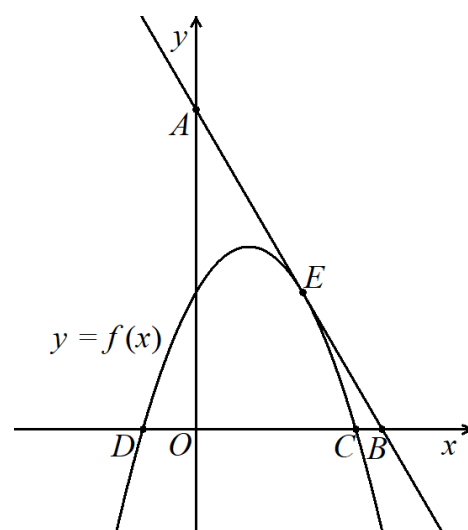
<sup>18</sup> reikšmių sritis – zbiór wartości – область значений

**24.** Duota funkcija  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$  (žr. 1 pav.).

**B→24.1.** Apskaičiuokite funkcijos  $y = f(x)$  grafiko ir  $Ox$  ašies susikirtimo taškų  $C$  ir  $D$  abscises<sup>19</sup> ( $x$  koordinates<sup>20</sup>).

(1 taškas)

*Juodraštis*



1 pav.

**B→24.2.** Parodykite, kad  $f'(2) = -2$ .

(1 taškas)

*Juodraštis*

**24.3.** Per funkcijos  $y = f(x)$  grafiko tašką  $E$ , kurio abscisė  $x_0 = 2$ , nubrėžta liestinė. Parodykite, kad šios liestinės lygtis yra  $y = -2x + 7$ .

(1 taškas)

*Juodraštis*

<sup>19</sup> abscisė – odcięta – абсцисса

<sup>20</sup> koordinatė – współrzędna – координата

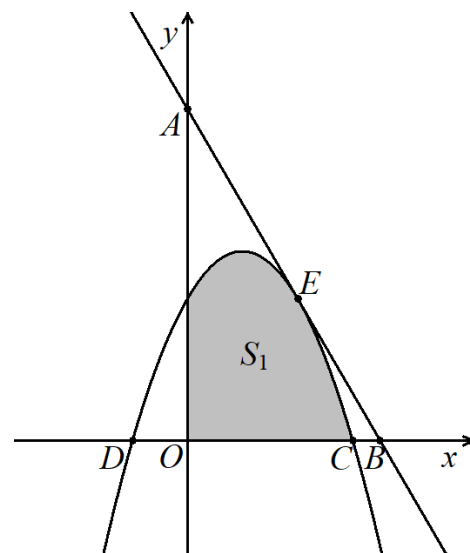
**B→24.4.** Tiesė  $y = -2x + 7$  kerta koordinačių ašis taškuose  $A$  ir  $B$  (žr. 1 pav.). Apskaičiuokite trikampio  $ABO$  plotą<sup>21</sup>  $S_{\triangle ABO}$ .

(2 taškai)

*Juodraštis*

**24.5.** Funkcijos  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$  grafiko ir koordinačių ašių ( $x \geq 0$ ) ribojamos figūros plotą pažymėkime  $S_1$  (žr. 2 pav.). Pagrįskite, kad plotų santykis  $\frac{S_{\triangle ABO}}{S_1}$  yra racionaliojo skaičiaus<sup>22</sup> kvadratas.

(4 taškai)

*Juodraštis*

2 pav.

<sup>21</sup> plotas – pole – площадь

<sup>22</sup> racionalusis skaičius – liczba wymierna – рациональное число

**25.** Išspręskite lygtis:

**B→25.1.**  $\log_2(2 - 3x) = 4;$

(2 taškai)

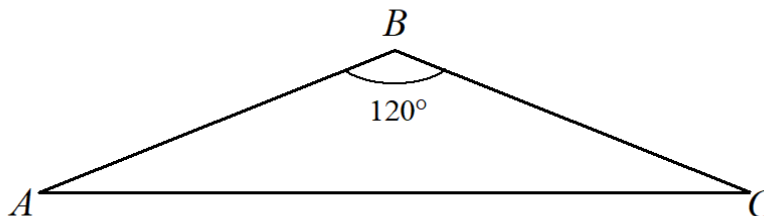
*Juodraštis*

**25.2.**  $4\cos^2 x - 8\cos x + 3 = 0.$

(3 taškai)

*Juodraštis*

- 26.** Duotas trikampis  $ABC$ , kurio kraštinės  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$ , o  $\angle B = 120^\circ$ . Yra žinoma, kad šio trikampio kraštinės sieja lygybė  $b^2 = 2a^2 + c^2$ .



- 26.1.** Įrodykite, kad trikampis  $ABC$  yra lygiašonis<sup>23</sup>.

(3 taškai)

*Juodraštis*

- 26.2.** Apskaičiuokite vektorių  $\overrightarrow{AB}$  ir  $\overrightarrow{CA}$  skaliarinę sandaugą<sup>24</sup>  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$ , kai  $a = 3$ .

(2 taškai)

*Juodraštis*

<sup>23</sup> lygiašonis – równoramienny – равнобедренный

<sup>24</sup> skaliarinė sandauga – iloczyn skalarny – скалярное произведение

**27.** Metami trys skirtingų spalvų standartiniai šešiasieniai<sup>25</sup> žaidimo kauliukai – geltonas, žalias ir raudonas.

**B→27.1.** Įvykis  $A$  – „visi trys kauliukai atvirs tuo pačiu akučių skaičiumi“. Įvardykite įvykiui  $A$  palankias baigtis<sup>26</sup> ir apskaičiuokite įvykio  $A$  tikimybę<sup>27</sup>.

(2 taškai)

*Juodraštis*

**27.2.** Įvykis  $B$  – „du iš trijų kauliukų atvirs tuo pačiu akučių skaičiumi, o likęs kauliukas – kitokiu akučių skaičiumi“. Apskaičiuokite įvykio  $B$  tikimybę.

(2 taškai)

*Juodraštis*

<sup>25</sup> šešiasieniai – sześćościenne – шестигранные

<sup>26</sup> įvykiui palankios baigtys – wyniki sprzyjające zdarzeniu – исходы, благоприятные событию

<sup>27</sup> tikimybė – prawdopodobieństwo – вероятность



- 28.** Iš vietovių  $A$  ir  $B$  tuo pačiu metu vienas priešais kitą išvažiavo du dviratininkai ir susitiko po  $t$  minučių. Laikykime, kad visą kelią dviratininkai važiavo pastoviais greičiais (km/min). Jeigu pirmojo dviratininko greitis būtų buvęs dvigubai didesnis, o antrojo liktų toks pat, tai dviratininkai susitiktų 5 minutėmis anksčiau. Jeigu antrojo dviratininko greitis būtų buvęs dvigubai didesnis, o pirmojo liktų toks pat, tai dviratininkai susitiktų 8 minutėmis anksčiau. Apskaičiuokite  $t$  skaitinę reikšmę.

(4 taškai)

*Juodraštis*

*Juodraštis*



