

MATEMATIKA

2010 m. valstybinio brandos egzamino bandomosios užduoties VERTINIMO INSTRUKCIJA

Pasirenkamojo atsakymo uždavinių atsakymai

Užd. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
Ats.	C	B	C	D	C	D	D	E

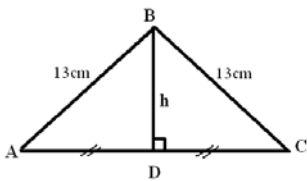
Kitų uždavinių sprendimo nurodymai ir atsakymai

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
B→9		3	
	$2,3 \cdot 50 + 2 = 117 \text{ (Lt)},$ $2,2270 \cdot 50 + 1,5 = 112,85 \text{ (Lt)},$ $117 - 112,85 = 4,15 \text{ (Lt)}.$ <i>Ats.: 4,15 Lt.</i>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 	<p>Už teisingai apskaičiuotą pinigų sumą, kurią turėtų mokėti Lukas pirkdamas EK grynais.</p> <p>Už teisingai apskaičiuotą pinigų sumą, kurią turėtų mokėti Lukas, pirkdamas EK ne grynais.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

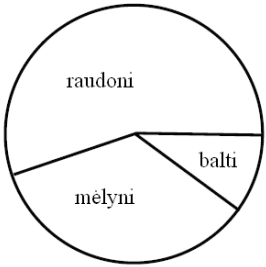
Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
B→10		2	
	$\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \frac{1}{25},$ $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \left(\frac{1}{5}\right)^2, \quad (\text{arba } 5^{-x} \leq 5^{-2})$ $x \geq 2, \text{ nes } 0 < \frac{1}{5} < 1.$ <i>Ats.: $x \in [2; +\infty)$ (arba $x \geq 2$).</i>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 	<p>Už teisingą laipsnio pagrindų suvienodinimą.</p> <p>Už teisingą atsakymą.</p>

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
B→11		2	
	$\log_2(5x-10)=3,$ $5x-10=8,$ $x=3,6.$ <i>Ats.: 3,6 (arba $3\frac{3}{5}$).</i>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 	<p>Už teisingą logaritminės lygties pakeitimą tiesine lygtimi.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>
<i>Pastaba.</i> Jei mokinys gavo teisingą atsakymą, bet neužrašė logaritmo apibrėžimo srities ar neatliko lygties patikrinimo raštu, jam skiriami <i>visi taškai</i> .			

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
B→12		2	
	$f'(x) = \left(\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 6x + 5 \right)' = x^3 + 6x - 6.$ $f'(-2) = (-2)^3 + 6 \cdot (-2) - 6 =$ $= -8 - 12 - 6 = -26.$ <i>Ats.: -26.</i>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 	<p>Už teisingai apskaičiuotą išvestinę.</p> <p>Už teisingai gautą atsakymą.</p>

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
B→13		2	
	 <p>I būdas.</p> <p>$\triangle ABC$ – lygiašonis, tai BD – aukštinė ir pusiaukraštinė.</p> $BD = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm}).$ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 5 = 60(\text{cm}^2).$ <i>Ats.: 60 cm².</i> <p>II būdas.</p> $S_{\triangle ABC} = \sqrt{25 \cdot (25 - 13) \cdot (25 - 13) \cdot (25 - 24)} =$ $= \sqrt{25 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 1} = 60(\text{cm}^2).$ <i>Ats.: 60 cm².</i>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 	<p>Už teisingai apskaičiuotą aukštinės BD ilgį.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p> <p>Už teisingai pritaikytą Herono formulę.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
B→14		3	
	$24 \cdot 60 = 1440 \text{ (cnt)},$ $1440 + 192 = 1632 \text{ (cnt)},$ $1632 : 60 = 27,2 \text{ (cnt / ha)}.$ Ats.: $27,2 \text{ cnt/ha}.$	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 	Už teisingai apskaičiuotą 2008 metų derlių. Už teisingai apskaičiuotą 2009 metų derlių. Už teisingai gautą atsakymą.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
15		6	
B→15.1.		4	
	<p>Skritulinėje diagramoje 1 rutuliukas atitinka $360^\circ : 100 = 3,6^\circ$.</p> <p>Skritulinėje digramoje: 10 baltų rutuliukų atitiks centrinį kampą $3,6^\circ \cdot 10 = 36^\circ = 0,2\pi$. 35 mėlyni rutuliukai atitiks centrinį kampą $3,6^\circ \cdot 35 = 126^\circ = 0,7\pi$. 55 raudoni rutuliukai atitiks centrinį kampą $3,6^\circ \cdot 55 = 198^\circ = 1,1\pi$. (arba $360^\circ - 36^\circ - 126^\circ = 198^\circ = 1,1\pi$.)</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 	Už teisingai apskaičiuotą <i>bent</i> <i>vieno</i> centrinio kampo, kuris atitinka rutuliukų pasiskirstymą pagal spalvas, didumą <i>laipsniais</i> . Už teisingą <i>bent</i> <i>vieno</i> centrinio kampo, kuris atitinka rutuliukų pasiskirstymą pagal spalvas, didumą <i>radianais</i> . Už teisingai pavaizduotą skrituline diagrama <i>vieną</i> rutuliukų santykį pagal spalvas. Už teisingai pavaizduotą skrituline diagrama <i>visų</i> rutuliukų santykį pagal spalvas.

Pastabos:

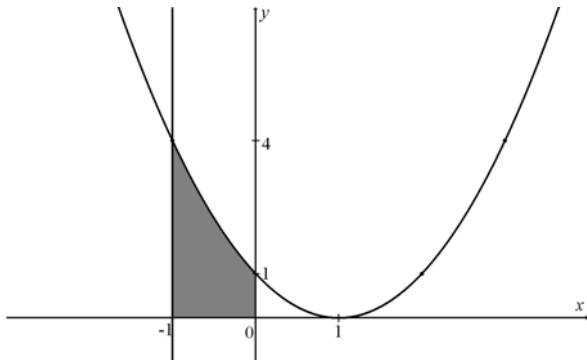
- 1) Jei mokinys klaidingai apskaičiavo centrinio kampo didumą laipsniais, bet teisingai apskaičiavo *bent* *vieno* kampo didumą radianais, jam už tai skiriamas *1 taškas*.
- 2) Jei mokinys neteisingai apskaičiavo centrinius kampus, bet su savo klaida teisingai pavaizdavo skrituline diagrama rutuliukų santykį (*centrinių kampų suma lygi 360°*), jam skiriamas *1 taškas*.

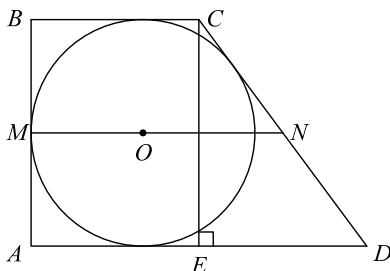
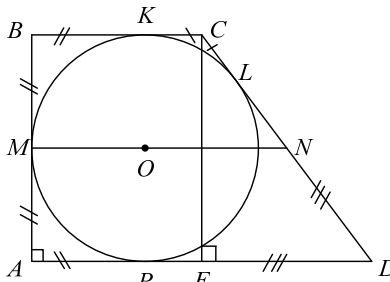
15.2.		2	
	<p>A – „ir antras išimtas rutuliukas bus raudonas, kai pirmasis į dėžę negrąžinamas“. Visų baigčių skaičius $n = 99$. Įvykiui palankių baigčių skaičius $m = 54$.</p> <p>Ats.: $P(A) = \frac{54}{99} \left(\text{arba } \frac{6}{11} \right).$</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 	Už teisingai nustatytą baigčių skaičių. Už teisingą gautą atsakymą taikant klasikinę tikimybės apibrėžimą.

Pastaba:

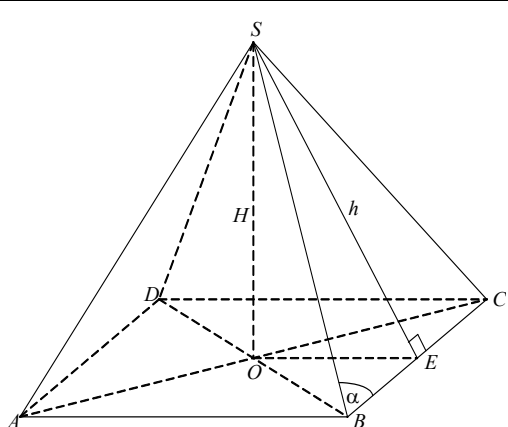
Jeigu mokinys gavo atsakymą $P(A) = \frac{54}{100}$ arba $P(A) = \frac{55}{99}$, jam už **15.2** skiriamas *1 taškas*.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
17		5	
	<p>I būdas. $60 = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c$, $c = 60$.</p> <p>Parabolės viršūnės abscisė $x_0 = -\frac{b}{2a}$, tai $40 = -\frac{b}{2a}$.</p> $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 40, \\ a \cdot 40^2 + b \cdot 40 + 60 = 90; \end{cases}$ $\begin{cases} a = -\frac{3}{160}, \\ b = \frac{3}{2}. \end{cases}$ <p>Ats.: $a = -0,01875$, $b = 1,5$, $c = 60$.</p> <p>II būdas. Parabolės viršūnė $K(40; 90)$, tai $y = a(x - 40)^2 + 90$. Taškas $B(0; 60)$ priklauso parabolei, tai $60 = a \cdot (0 - 40)^2 + 90$, $1600a = -30$, $a = -\frac{3}{160}$.</p> $y = -\frac{3}{160}(x - 40)^2 + 90$, $y = -\frac{3}{160}x^2 + \frac{3}{2}x + 60$. Ats.: $a = -\frac{3}{160}$, $b = \frac{3}{2}$, $c = 60$.	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 2 • 1 • 1 • 1 • 2 	<p>Už teisingai nustatytą koeficiento c reikšmę.</p> <p>Už teisingą parabolės viršūnės abscisės išraišką (pagal viršūnės koordinatės formulę ar išvestinės skaičiavimą).</p> <p>Už teisingai sudarytą lygčių sistemą koeficientų a ir b reikšmėms apskaičiuoti.</p> <p>Po tašką už teisingai apskaičiuotas koeficientų a ir b reikšmes.</p> <p>Už teisingai nustatytas parabolės viršūnės koordinatas.</p> <p>Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.</p> <p>Už teisingai apskaičiuotą koeficiento a reikšmę.</p> <p>Po tašką už kiekvieną gautą teisingą koeficientų b ir c reikšmę.</p>

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
18		6	
18.1.		3	
	<p>I būdas. $f(x)=2x-2$, tai $F(x)=\frac{2x^2}{2}-2x+C=x^2-2x+C$.</p> <p>$k=F'(x_0)=f(x_0)=2x_0-2$. Kadangi $y=-4x$, tai $k=-4$. Todėl $2x_0-2=-4$, $2x_0=-2$, $x_0=-1$, tai $y_0=-4\cdot(-1)=4$. $1-2\cdot(-1)+C=4$, $C=1$. $F(x)=x^2-2x+1$.</p> <p>II būdas. $f(x)=2x-2$, tai $F(x)=\frac{2x^2}{2}-2x+C=x^2-2x+C$.</p> <p>Kadangi tiesė $y=-4x$ liečia parabolę, tai $x^2-2x+C=-4x$. $x^2+2x+C=0$, $D=4(1-C)=0$, nes lygtis turi tik vieną sprendinį. Todėl $C=1$. $F(x)=x^2-2x+1$.</p>	<ul style="list-style-type: none">• 1 Už teisingai užrašytą bendrąją $f(x)$ pirmąsios funkcijos išraišką.• 1 Už teisingai sudarytą lygtį $F'(x_0)=k$.• 1 Už teisingai apskaičiuotą C reikšmę.• 1 Už teisingai užrašytą bendrąją $f(x)$ pirmąsios funkcijos išraišką.• 1 Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.• 1 Už teisingai apskaičiuotą C reikšmę.	
18.2.		3	
	 <p>$S=\int_{-1}^0(x^2-2x+1)dx=\int_{-1}^0(x-1)^2dx=$$=\frac{(x-1)^3}{3}\Big _{-1}^0=\frac{(0-1)^3}{3}-\frac{(-1-1)^3}{3}=2\frac{1}{3}.$<p>Ats.: $2\frac{1}{3}$.</p></p>	<ul style="list-style-type: none">• 1 Už teisingai užrašytą plotą apibrėžtinio integralu.• 1 Už teisingai surastą pirmąsios funkciją.• 1 Už teisingai gautą atsakymą.	

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
19	<p>I būdas.</p>  <p>MN – trapecijos vidurinė linija, tai</p> $MN = \frac{BC + AD}{2} = 9. \text{ Todėl } BC + AD = 18.$ <p>Trapecija $ABCD$ – apibrėžtinis keturkampis, tai $AB + CD = BC + AD$.</p> <p>$AB = 2r = 8$ ir $BC + AD = 18$, tai $CD = 18 - 8 = 10$.</p> <p>Iš st. $\triangle CED$:</p> $ED = \sqrt{CD^2 - CE^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6.$ $AE = \frac{(BC + AD) - ED}{2} = \frac{18 - 6}{2} = 6.$ $AD = AE + ED = 12.$ <p>Ats.: 12.</p> <p>II būdas.</p>  <p>CB ir CD – apskritimo liestinės, išeinančios iš vieno taško C, tai $CK = CL = x$.</p> <p>DC ir DA – apskritimo liestinės, išeinančios iš vieno taško D, tai $DL = DP = y$.</p> <p>MN – trapecijos vidurinė linija, tai</p> $MN = \frac{BC + AD}{2} = 9. \text{ Todėl } BC + AD = 18.$ $AB = AM + MB = AP + BK = 8,$ $(AP + BK) + KC + PD = 18,$ $8 + x + y = 18, x + y = 10 = CD.$ <p>Iš st. $\triangle CED$:</p> $ED = \sqrt{CD^2 - CE^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6.$ $AE = \frac{(BC + AD) - ED}{2} = \frac{18 - 6}{2} = 6.$ $AD = AE + ED = 12.$ <p>Ats.: 12.</p>	<ul style="list-style-type: none">• 1 Už teisingą trapecijos vidurinės linijos savybės pritaikymą.• 1 Už teisingą apibrėžtinio keturkampio kraštinių savybės pritaikymą.• 1 Už teisingai apskaičiuotą atkarpos ED ilgį.• 1 Už gautą teisingą atsakymą.	
	<ul style="list-style-type: none">• 1 Už teisingą apskritimo liestinių, nubrėžtų iš to paties taško savybės pritaikymą.• 1 Už teisingą trapecijos vidurinės linijos savybės pritaikymą.• 1 Už teisingai apskaičiuotą atkarpos ED ilgį.• 1 Už gautą teisingą atsakymą.		

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
20		4	
	$\sqrt{25-x^2} \cdot \log_{\frac{1}{3}}(x-3) \geq 0$ $\begin{cases} 25-x^2 \geq 0, \\ x-3 > 0; \end{cases} \quad \text{tai} \quad 3 < x \leq 5.$ <p>Kai $x=5$, $\sqrt{25-x^2}=0$, o $\log_{\frac{1}{3}}(x-3)$ turi prasmę. Todėl $x=5$ – nelygybės sprendinys.</p> <p>Kai $3 < x < 5$, $\sqrt{25-x^2} > 0$, tai $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) \geq 0$,</p> $0 < x-3 \leq 1,$ $3 < x \leq 4.$ <p>Ats.: $(3; 4]$ ir 5.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 	<p>Už teisingai nustatytą apibrėžimo sritį.</p> <p>Už teisingai nustatytą nelygybės sprendinį $x=5$.</p> <p>Už teisingai išspręstą logaritminę nelygybę.</p> <p>Už teisingą atsakymą.</p>

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
21		5	
21.1.		3	
	 <p>$\triangle BES$ – statusis:</p> $\frac{h}{\frac{a}{2}} = \operatorname{tg} \alpha, \text{ iš čia } h = \frac{a}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha.$ <p>$\triangle SOE$ – statusis:</p> $H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = h^2, \text{ tai } H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2} \operatorname{tg} \alpha\right)^2,$ <p>iš čia $H^2 = \frac{a^2}{4} \cdot (\operatorname{tg}^2 \alpha - 1)$, o</p> $a^2 = \frac{4H^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}.$ <p>Tuomet</p> $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{4H^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1} \cdot H = \frac{4}{3} \cdot \frac{H^3}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}.$	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 	<p>Už gautą teisingą h išraišką.</p> <p>Už gautą teisingą H^2 išraišką.</p> <p>Už gautą teisingą a^2 išraišką.</p>

21.2.		2	
	<p>Užrašome lygtį:</p> $\frac{2}{9} \cdot H^3 = \frac{4}{3} \cdot \frac{H^3}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1},$ $1 = \frac{6}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1},$ $\operatorname{tg}^2 \alpha = 7,$ $\operatorname{tg} \alpha = \pm \sqrt{7}.$ <p>Kadangi $45^\circ < \alpha < 90^\circ$, tai $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{7}$.</p> <p>Ats.: $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{7}$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 	<p>Už teisingai išreikštą $\operatorname{tg}^2 \alpha$.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>
<p>Pastabos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Jei mokinys iš $\operatorname{tg}^2 \alpha = 7$ neargumentuodamas parašo atsakymą $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{7}$, tai už 21.2 dalį skiriamas <i>tik 1 taškas</i>. 2) Jei mokinys iš $\operatorname{tg} \alpha = \pm \sqrt{7}$ atsakymą $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{7}$ užrašo neargumentuodamas, už 21.2 dalį skiriami <i>visi taškai</i>. 			

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
22		6	
22.1.		4	
	$(x+3)^2 = (x-3) \cdot (6x+2),$ $5x^2 - 22x - 15 = 0,$ $x_1 = -\frac{3}{5}, \quad x_2 = 5.$ <p>Progresijos nariai teigiami skaičiai, tai $x = 5$.</p> <p>Turime progresiją: 2; 8; 32; ...</p> $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{8}{2} = 4.$ <p>Ats.: $q = 4$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 	<p>Už teisingai pritaikytą geometrinės progresijos narių savybę.</p> <p>Už teisingai išspręstą kvadratinę lygtį.</p> <p>Už pagrindimą, kad $x = 5$.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą</p>
22.2.		2	
	<p>Pritaikome geometrinės progresijos n – pirmųjų narių sumos formulę.</p> $\frac{S_{19}}{S_{20}} = \frac{4^{19} - 1}{4^{20} - 1}.$ $\frac{4^{19} - 1}{4^{20} - 1} < \frac{1}{4},$ $\frac{4^{19} - 1}{4^{20} - 1} - \frac{1}{4} < 0,$ $\frac{4 \cdot 4^{19} - 4 - 4^{20} + 1}{4 \cdot (4^{20} - 1)} < 0,$ $\frac{-3}{4 \cdot (4^{20} - 1)} < 0, \text{ kadangi } -3 < 0, \text{ o}$ $4 \cdot (4^{20} - 1) > 0,$	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 	<p>Už gautą teisingą sumų santykį.</p> <p>Už teisingą pagrindimą.</p>

	$\left(\begin{array}{l} \text{arba} \\ \frac{4^{19} - 1}{4^{20} - 1} < \frac{1}{4} \\ \text{Kadangi } 4^{20} - 1 > 0 \text{ ir } 4 > 0, \text{ tai} \\ 4 \cdot (4^{19} - 1) < 4^{20} - 1. \\ 4^{20} - 4 < 4^{20} - 1, \\ -4 < -1. \end{array} \right)$ <p>todėl $\frac{S_{19}}{S_{20}} < \frac{1}{4}$.</p>		
--	---	--	--