

**2017 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO  
 UŽDUOTIES VERTINIMO INSTRUKCIJA**  
 Pagrindinė sesija

**I dalis**

<b>Užd. Nr.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>Ats.</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>C</b>

**II dalis**

<b>11.1.</b>	1
<b>11.2.</b>	$-7$
<b>12.</b>	54
<b>13.1.</b>	$x_A = \frac{1}{2}$ arba 0,5
<b>13.2.</b>	$y_B = 3$ arba 3
<b>13.3.</b>	$x \in (0; 4]$ arba $(0; 4]$ , arba $0 < x \leq 4$
<b>13.4.</b>	$f(4) = -2$ arba $-2$
<b>14.1.</b>	$60^\circ$ arba $\frac{\pi}{3}$
<b>14.2.</b>	1
<b>15.</b>	6 s arba 6
<b>16.</b>	$e^x + xe^x$ arba $e^x(1 + x)$
<b>17.</b>	$f(2) = 0$ arba 0

*Pastaba*

III dalies sprendimai ir atsakymai turi būti parašyti tam skirtose vietose atsakymų lape. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nevertinami.

### III dalis

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
<b>18.</b>		<b>4</b>	
<b>18.1.</b>		<b>2</b>	
	$600 \cdot 0,04 = 24,$	1	Už teisingai apskaičiuotą 4 % mėnesio mokestį.
	$600 + 24 \cdot 5 = 720.$ <i>Ats.: 720 Eur (arba 720).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
<b>18.2.</b>		<b>2</b>	
	$\frac{600}{n} + 24 = 99,$	1	Už teisingą sprendimo būdą.
	$n = 8.$ <i>Ats.: 8 mėn. (arba 8).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
<p><i>Pastabos</i></p> <p>1. Jei mokinys pateikia tokį sprendimą: Po 8 mėnesių, nes <math>600 : 8 = 75,</math> <math>75 + 24 = 99.</math> skiriamas <i>1 taškas</i> (nes mokinys taip sprendžiamas neparodo, kad nėra kitų sprendinių).</p> <p>2. Jei mokinys 18.2 uždavinį sprendžia nesudarydamas lygties: <math>99 - 24 = 75</math> – skaičius, kuriuo kas mėnesį mažės pradinė 600 Eur paskola. <math>600 : 75 = 8,</math> skiriami visi <i>2 taškai</i>.</p>			

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas										
19.		4											
19.1.		2											
	<table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td>2</td><td>5</td><td>7</td></tr><tr><td><math>p</math></td><td><math>\frac{1}{4}</math></td><td><math>\frac{1}{4}</math></td><td><math>\frac{1}{4}</math></td><td><math>\frac{1}{4}</math></td></tr></table>	$x$	0	2	5	7	$p$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1	Už teisingai surašytas $x$ reikšmes.
	$x$	0	2	5	7								
$p$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$									
		1	Už teisingas tikimybių reikšmes.										
19.2.	Ats.: $\frac{3}{4}$ (arba 0,75).	1	Už teisingą atsakymą.										
19.3.	$\mathbf{E}X = 0 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{1}{4} + 7 \cdot \frac{1}{4} =$ $= \frac{14}{4} = 3,5.$ Ats.: 3,5 (arba $\frac{14}{4}$ , arba $\frac{7}{2}$ ).	1	Už gautą teisingą atsakymą.										

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
20.		2	
	$\bar{x} = \frac{5 \cdot 4 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 1}{4 + 5 + 10 + 5 + 1} =$ $= \frac{169}{25} =$ $= 6,76.$	1	Už teisingai apskaičiuotą visų taškų sumą (169) arba visų mokinių skaičių (25).
	Ats.: 6,76.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
21.		4	
21.1.	$a_1 = S_1 = 4 \cdot 1^2 + 4 = 8$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
21.2.		3	
	$S_{2n} = \frac{11}{3} S_n,$ $S_{2n} = 4(2n)^2 + 4 \cdot (2n),$	1	Už teisingą formulės pritaikymą sumai $S_{2n}$ .
	$16n^2 + 8n = \frac{11}{3}(4n^2 + 4n),$ $4n^2 = 20n.$	1	Už teisingai sudarytą lygtį.
	$n(n - 5) = 0,$ $n = 0 \text{ arba } n = 5.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	Ats.: 5.		

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
<b>22.</b>		<b>7</b>	
<b>22.1.</b>		<b>2</b>	
	$-0,1x^2 + 22,5 = 0,$	1	Už teisingai sudarytą lygtį.
	$x^2 = 225,$		
	$x_1 = -15, x_2 = 15,$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	$AB = 30.$		
	<i>Ats.: 30.</i>		
<b>22.2.</b>		<b>2</b>	
	$h = -0,1x^2 + 22,5,$	1	Už lygybę aukščiui apskaičiuoti (suvokimą, kad $h = f(14)$ ).
	$h = f(14) = -0,1 \cdot 14^2 + 22,5 = 2,9.$		
	<i>Ats.: 2,9 m.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
<b>22.3.</b>		<b>3</b>	
	$S_{ABC} = 2 \int_0^{15} (-0,1x^2 + 22,5)dx =$	1	Už teisingai užrašytą apibrėžtinį integralą plotui apskaičiuoti.
	$= 2 \left( -\frac{0,1x^3}{3} + 22,5x \right) \Big _0^{15} =$	1	Už teisingą pirmykštę funkciją.
	$= 2 \cdot \left( -\frac{0,1 \cdot 15^3}{3} + 22,5 \cdot 15 - 0 \right) =$		
	$= 450.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	<i>Ats.: 450.</i>		
<p><i>Pastaba</i></p> <p>Spręsdamas 22.3 dalį mokinys plotą gali skaičiuoti ir taip:</p> $S = \int_{-15}^{15} (-0,1x^2 + 22,5)dx$			

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
23.		4	
23.1.		2	
	Ats.: $\overrightarrow{BD} = \vec{a} - \vec{b}$ , $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}(\vec{a} - \vec{b})$ (arba $\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$ ).	2	Po 1 tašką už kiekvieną teisingą atsakymą.
23.2.		2	
	$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \vec{a} + \vec{b}$ ,	1	Už teisingą $\overrightarrow{AC}$ arba $\overrightarrow{EF}$ išraišką kitais vektoriais.
	$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} =$ $= \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .	1	Už teisingai gautą atsakymą.

*Pastaba*

23.2 uždavinio geometrinis sprendimo būdas.

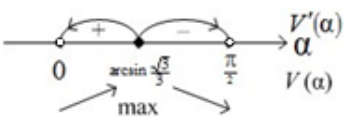
Tegul įstrižainės susikerta taške  $O$ . Tada iš  $DF = \frac{2}{3}DB$ ,  $BF = \frac{1}{3}DB$  ir  $OB = \frac{1}{2}DB$  gauname

$OF = OB - BF = \frac{1}{6}DB$  (čia visur ne vektoriai, o atkarpos). Tada  $AO : EF = OB : FB$ , bet  $\frac{OB}{FB} = \frac{3}{2}$ , todėl

$EF = \frac{2}{3}AO = \frac{1}{3}AC$ .

Šiuo atveju norint gauti 2 taškus reikia dviejų dalykų:

- 1) įrodymo, kad trikampiai  $AOB$  ir  $EFB$  yra panašieji (tam būtina gauti, kad  $OF = \frac{1}{6}DB$ );
- 2) ir perėjimo nuo vieno matematinio objekto *atkarpa* iki kito – *vektorius*. Tam būtina nurodyti, kad vektoriai yra tos pačios krypties.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
<b>24.</b>		<b>9</b>	
<b>24.1.</b>		<b>2</b>	
	$AO = 3,$	1	Už teisingą $AO$ reikšmę.
	$S = \pi \cdot AO \cdot SA,$ $S = \pi \cdot 3 \cdot 6 = 18 \pi.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	<i>Ats.: <math>18 \pi</math>.</i>		
<i>Pastaba. Jei mokinys vietoj <math>\pi</math> rašo 3, 14, taškų skaičius nemažinamas.</i>			
<b>24.2.</b>		<b>3</b>	
	$AO = 6 \cos \alpha,$ $SO = 6 \sin \alpha.$	1	Už bent vieną teisingą $AO$ arba $SO$ išraišką per $\alpha$ .
	$V = \frac{1}{3} \pi (6 \cos \alpha)^2 \cdot 6 \sin \alpha =$ $= 72 \pi \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha =$	1	Už teisingai pritaikytą kūgio tūrio formulę.
	$= 72 \pi (1 - \sin^2 \alpha) \sin \alpha =$ $= 72 \pi (\sin \alpha - \sin^3 \alpha).$	1	Už teisingus pertvarkymus ir gautą teisingą atsakymą.
<b>24.3.</b>		<b>3</b>	
	$V'(\alpha) = 72 \pi (\cos \alpha -$ $- 3 \sin 2 \alpha \cos \alpha,$	1	Už teisingą funkcijos išvestinę.
	$V'(\alpha) = 0, \cos \alpha (1 -$ $- 3 \sin^2 \alpha) = 0,$ kai $\cos \alpha = 0$ arba $\sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}.$	1	Už teisingą trigonometrinės lygties sprendimo būdą.
	Intervalui $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ priklauso tik $\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}.$ 	1	Už pagrindimą, kad kai $\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$ , tai kūgio tūris yra didžiausias.
<b>24.4.</b>	$V \left( \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3} \right) =$ $= 72 \pi \left( \frac{\sqrt{3}}{3} - \left( \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^3 \right) =$ $= 16 \sqrt{3} \pi.$ <i>Ats.: <math>V = 16 \sqrt{3} \pi.</math></i>	<b>1</b>	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
25.		4	
	<b>I būdas</b> Tarkime $x$ , $y$ ir $z$ – sausio, vasario ir kovo mėnesiais pagamintos produkcijos kiekis. $\begin{cases} x + z = 2y, \\ y + z = 3x. \end{cases}$	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą (teisingai sudarytą lygčių sistemą).
	$\begin{cases} 4x = 3y, \\ 5y = 4z. \end{cases}$	1	Už gautą bent vieną teisingą lygtį su dviem nežinomaisiais.
	$\begin{cases} x = \frac{3}{4}y, & (1) \\ z = \frac{5}{4}y. & (2) \end{cases}$ Iš (1) gauname $x < y$ ir iš (2) gauname $y < z$ .	1	Už bent vieną teisingai palygintą dviejų mėnesių produkcijos kieki.
	Jei $x < y$ ir $y < z$ , tai $x < y < z$ .  <i>Ats.:</i> Daugiausia produkcijos pagaminta kovo mėnesį, mažiausia – sausio.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	<i>Pastaba</i> Jeigu $x = 1$ , įvesti $y$ ir $z$ bei gautas teisingas atsakymas, tai skiriami 4 taškai. Jeigu mokinys vietoje visų mėnesių pagamintos produkcijos kiekių paėmė konkrečius skaičius ir gavo teisingą atsakymą, tai skiriamas 1 taškas.		
	<b>II būdas</b> Kadangi sausio ir kovo mėnesiais pagaminta dvigubai daugiau nei vasario mėnesį, tai gali būti, kad kiekvieną mėnesį pagaminta po lygiai. Gauname prieštaravimą antrai uždavinio sąlygai.	1	Po vieną tašką už trijų galimų situacijų suvokimą, analizavimą ir teisingų išvadų padarymą.
	Jei kiekvieną mėnesį pagaminta ne po lygiai, tai pagal pirmą uždavinio sąlygą vasario mėnesį pagaminta ne daugiausiai ir ne mažiausiai.	1	
	Jei sausio mėnesį pagaminta daugiausiai, tai gauname prieštaravimą antrai uždavinio sąlygai.	1	
	Gavome, kad sausio mėnesį pagaminta ne daugiausiai, o vasario – nei daugiausiai, nei mažiausiai, todėl mažiausiai produkcijos pagaminta sausio, o daugiausiai – kovo mėnesį.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

*Pastaba*

Gali būti įvairių šio uždavinio sprendimo būdų. Sprendžiant šį uždavinį, taškai skiriami taip:

- už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (lygčių sistemos sudarymą, variantų nagrinėjimą ir pan.) – *1 taškas*;
- už teisingą ir užbaigtą sprendimą – *2 taškai*. Jei sprendimas neužbaigtas (nepakankamai pagrįstos išvados iš lygčių, neišsamūs samprotavimai) – *1 taškas*;
- už gautą teisingą atsakymą – *1 taškas*.