(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)



LIETUVOS RESPUBLIKOS ŠVIETIMO IR MOKSLO MINISTERIJA NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS

2009

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino užduotis

Pakartotinė sesija

2009 m. birželio 15 d.

Egzamino trukmė – 3 val. (180 min.)

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

Valstybinio brandos egzamino formulės

Trikampis. $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R}$; čia a, b, c – trikampio kraštinės, p – pusperimetris,

r ir R – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spinduliai, S – trikampio plotas.

Skritulio išpjova. $S = \frac{\pi R^2}{360^{\circ}} \cdot \alpha$, $l = \frac{2\pi R}{360^{\circ}} \cdot \alpha$; čia α – centrinio kampo didumas laipsniais,

S – išpjovos plotas, l – išpjovos lanko ilgis, R – apskritimo spindulys.

Nupjautinis kūgis. $S=\pi(R+r)\cdot l$, $V=\frac{1}{3}\pi H(R^2+Rr+r^2)$; čia R ir r-kūgio pagrindų spinduliai,

S – šoninio paviršiaus plotas, V – tūris, H – aukštinė, l – sudaromoji.

Nupjautinės piramidės tūris. $V = \frac{1}{3}H(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2)$; čia S_1 , S_2 – pagrindų plotai, H – aukštinė.

Rutulys. $S = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$; čia S – rutulio paviršiaus plotas, V – tūris, R – spindulys.

Rutulio nuopjovos tūris. $V = \frac{1}{3}\pi H^2(3R - H)$; čia R – spindulys, H – nuopjovos aukštinė.

Vektorių skaliarinė sandauga. $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$;

čia α – kampas tarp vektorių $\vec{a}(x_1; y_1; z_1)$ ir $\vec{b}(x_2; y_2; z_2)$.

Geometrinė progresija. $b_n = b_1 q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1 (1 - q^n)}{1 - q}$.

Begalinė nykstamoji geometrinė progresija. $S = \frac{b_1}{1-q}$.

Trigonometrinės funkcijos. $1 + tg^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$, $1 + ctg^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$, $2\sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$,

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}, \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\sin\frac{\alpha - \beta}{2}, \ tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$$

$$\begin{cases} \sin x = a, -1 \le a \le 1, \\ x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \end{cases} \begin{cases} \cos x = a, -1 \le a \le 1, \\ x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \end{cases} \begin{cases} \operatorname{tg} x = a, \\ x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Deriniai.
$$C_n^k = C_n^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$
.

Tikimybių teorija. Atsitiktinio dydžio X matematinė viltis yra $\mathbf{E}X = x_1p_1 + x_2p_2 + ... + x_np_n$,

dispersija **D** $X = (x_1 - \mathbf{E} X)^2 p_1 + (x_2 - \mathbf{E} X)^2 p_2 + ... + (x_n - \mathbf{E} X)^2 p_n$.

Išvestinių skaičiavimo taisyklės. $(Cu)' = Cu'; (u \pm v)' = u' \pm v'; (uv)' = u'v + uv'; \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2};$

čia *u* ir *v* – diferencijuojamos funkcijos, *C* – konstanta. $(a^x)' = a^x \ln a$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$.

Sudėtinės funkcijos h(x) = g(f(x)) išvestinė h'(x) = g'(f(x))f'(x).

Funkcijos grafiko liestinės taške $(x_0; f(x_0))$ lygtis. $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

Logaritmo pagrindo keitimo formulė. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

RIBOTO NAUDOJIMO

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

Kiekvienas teisingas 1–6 uždavinio atsakymas vertinamas 1 tašku.

1. Lukas, Ugnė, Ignas ir Matas paruošė pranešimus mokslinei jaunųjų gamtininkų konferencijai. Kiek yra būdų pranešimų tvarkai sudaryti, jeigu Ugnė savo pranešimą turi skaityti iš karto po Luko pranešimo?

A 12

B 8

C 6

E 2

2. Paveiksle pavaizduotas **funkcijos**^{II} y = f(x) grafikas^{III}.

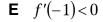
Nustatykite, kuris iš pateiktų teiginių IV apie y = f(x) išvestinę^V funkcijos teisingas VI:

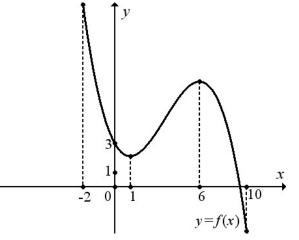


B
$$f'(4) = 0$$

C
$$f'(0) = 3$$

D
$$f'(x) < 0$$
, kai $x \in (2, 5)$





3. Reiškinių VII $M = \pi^{\frac{3}{2}} + \sqrt{\pi}$ ir $N = \pi + 1$ santykis VIII lygus IX:

A $2\sqrt{\pi}$ B $\sqrt{\pi}$ C π

D $\frac{\pi+1}{2}$ **E** $\pi-\sqrt{\pi}+1$

NEPAMIRŠKITE pasirinktus atsakymus žyminčių raidžių įrašyti lentelėje, esančioje paskutiniame šio sąsiuvinio puslapyje.

kiek yra būdų – ile jest sposobów – сколько есть способов

Π funkcija – funkcja – функция

Ш grafikas – wykres – график

IV teiginys – zdanie – высказывание, утверждение

V išvestinė – pochodna – производная

VI teisingas – prawdziwe – истинное

VII reiškinys – wyrażenie – выражение

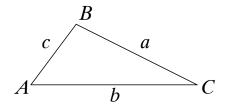
VIII santykis – stosunek – отношение

lygus – równy – равно

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

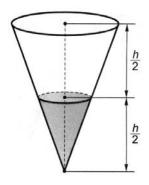
4. Įvairiakraščio trikampio ABC kraštinė a lygi:



- A $\frac{b \sin \angle B}{\sin \angle A}$ B $\frac{c \sin \angle A}{\sin \angle C}$ C $\frac{\sin \angle B}{b \sin \angle A}$ D $\frac{c \sin \angle C}{\sin \angle A}$ E $\frac{\sin \angle C}{c \sin \angle A}$

- **5.** Jei $(x-1)\sqrt{2-3x} = 0$, tai:
- **A** x = 1 **B** $x \in \emptyset$ **C** x = 1 arba $x = \frac{2}{3}$ **D** $x = \frac{2}{3}$ **E** $x \in R$

- **6.** Kūgio formos^{III} 1 litro talpos^{IV} indas iki pusės^V pripiltas vandens (žr. pav.). Kiek mililitrų vandens yra šiame inde?
 - **A** 100
 - **B** 125
 - **C** 250
 - **D** 333
 - **E** 500



NEPAMIRŠKITE pasirinktus atsakymus žyminčių raidžių įrašyti lentelėje, esančioje paskutiniame šio sąsiuvinio puslapyje.

- Π kraštinė – bok – сторона
- III kūgio forma – kształt walca – форма конуса
- IV talpa – pojemność – вместимость
- pusė połowa половина

įvairiakraštis trikampis – trójkat różnoboczny – разносторонний треугольник

RIBOTO NAUDOJIMO

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

	~ .						T
7	7 in ama	lzad	$\log a = 3$	٨	nalzai	أمستفا	lzita ¹ •
1.	Zillollia,	Kau	$\log_2 a = 3$. A	pska	iciuo.	KIIC.

7.1. $\log_2 a^2$.

7.2. $\log_a(4\sqrt{a})$.

	Čia ro	išo verti	ntojai
	I	II	III
(1 taškas)			
(3 taškai)			

Taškų suma		

r

I apskaičiuokite – oblicz – вычислите

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

- **8.** Išspręskite nelygybes^I:
 - **8.1.** $x^2 x \ge 12$.
 - **8.2.** $\frac{x}{0.5x+1} \le 2$.

	Čia ro	ašo verti	ntojai
	I	П	III
(2 taškai)			
(2 taškai)			

Tašku	suma		

⁻

I išspręskite nelygybes – rozwiąż nierówności – решите неравенства

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

0	Can	metrinės progresijos bendrojo nario formulė $b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.		Čia ro	išo verti	ntojai
9.	Geor	neurines progresijos bendrojo nario formule $D_n = 3 \cdot 2$.		I	II	III
	9.1.	Apskaičiuokite pirmąjį progresijos narį.	(1 taškas)			
	9.2.	Raskite šios progresijos vardiklį III.	(1 iuskus)			
	9.3.	Ar gali šios progresijos pirmųjų n narių suma ^{IV} būti lygi 900° argumentuokite.	(1 taškas) ? Atsakymą	—	—	—
			(3 taškai)			
		T	aškų suma			

⁻

geometrinė progresija – ciąg arytmetyczny – геометрическая прогрессия

II bendrojo nario formulė – wzór na wyraz ogólny – формула общего члена

III progresijos vardiklis – iloraz сіągu – знаменатель прогрессии

 $^{^{\}text{IV}}$ pirmųjų n narių suma – suma n początkowych wyrazów – сумма n первых членов

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

10.	10.1.	Nustatykite k reikšmę ^I , su kuria vektoriai ^{II} $\vec{a}(k;2)$ ir $\vec{b}(-9;5)$ yra kolinearūs ^{III} .	Čia ra I	išo vertii II	ntojai III
	10.2.	(2 taškai) Ar vektoriai $\vec{m}(\sqrt{2}; -\sqrt{6}; 1)$ ir $\vec{n}(3; \sqrt{3}; -1)$ yra statmeni ^{IV} ? Atsakymą		—	
		pagrįskite ^V . (2 taškai)			

Taškų suma		
------------	--	--

reikšmė – wartość – значение

vektorius – wektor – вектор
 kolinearus – kolinearus – коллине

kolinearus – kolinearny – коллинеарный

iv statmenas – prostopadły – перпендикулярный

V pagrįskite – uzasadnij – обоснуйте

RIBOTO NAUDOJIMO

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

11.	Bukinistas iš kolekcininko nupirko žodyną už 320 Lt ir jį norėjo parduoti brangiau, tikėdamasis gauti tam tikrą pelną ^I . Pirkėjo už bukinisto nustatytą kainą neatsirado, todėl bukinistas pardavė knygą su 10 % nuolaida ^{II} ir gavo 8 % pelną. Apskaičiuokite pelną (procentais), kurį tikėjosi gauti bukinistas iš pradžių? <i>Bukinistas – vartotų ar senovinių knygų pirklys (DLKŽ, 1972 m.)</i> .	Čia raš	šo vertii II	ntojai III
	(3 taškai)	!		

JUODRAŠTIS

-

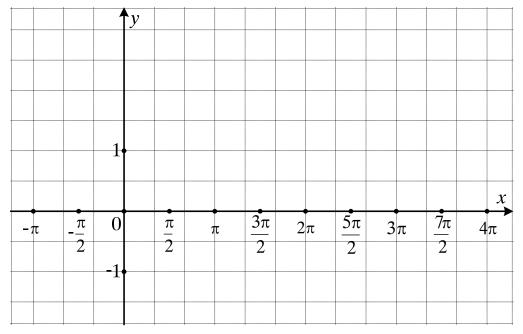
pelnas – zysk, dochód – прибыль, доход

II nuolaida – zniżka – скидка

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

12. Grafiškai^I nustatykite lygties^{II} $\lg x = \sin x$ sprendinių skaičių^{III}.



	Čia rašo vertintojai		
	I	II	III
x			
\longrightarrow			
4π			
		:	
(2 4 m × 1- m;)			
(3 taškai)	l		l

grafiškai – graficznie – графически

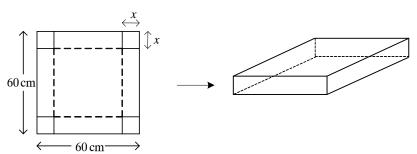
lygtis – równanie – уравнение

sprendinių skaičius – liczba rozwiązań – число решений

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

13. Iš kvadratinio^I kartono lapo 60 cm×60 cm gaminame atvirą stačiakampio gretasienio formos dėžutę taip: pirmiausia kampuose iškerpame lygius kvadratėlius^{II}, o po to sulankstome pagal punktyrines linijas (žr. pav.).



13.1.	Pažymėję iškii							kad
	šios dėžutės be	dangčio	tūrį ^{III} g	alima aps	kaičiuo	oti pag	al formulę	
		2	2					

 $V(x) = 4x^3 - 240x^2 + 3600x$, kai 0 < x < 30.

(2	taškai)
(~	iasiaij

13.2. Nustatykite, su kuria x reikšme dėžutės tūris bus didžiausias IV .

(3	taškai)	
----	---------	--

Taškų suma		

Čia rašo vertintojai I II III

iv didžiausias – największy – наибольший

kvadratinis – kwadratowy – квадратный

II lygūs kvadratėliai – równe kwadraciki – ровные квадратики

tūris – objętość – объем

RIBOTO NAUDOJIMO

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

JUODRAŠTIS		
JUODRAŠTIS		

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

14.	Metan	na taisyklinga ^I moneta ir taisyklingas šešiasienis lošimo kauliukas ^{II} .	Čia ra I	šo verti II	ntojai III
	14.1.	Apskaičiuokite tikimybę ^{III} , kad monetą ir kauliuką metus po vieną kartą ^{IV} , moneta atsivers herbu, o kauliuko atsivertusių akučių skaičius bus dalus ^V iš 3.			
	14.2.	(3 taškai) Apskaičiuokite tikimybę, kad monetą ir kauliuką metus po du kartus VI moneta abu kartus atsivers herbu, o kauliuko atsivertusių akučių skaičius bent vieną kartą VII bus lygus 6. (2 taškai)		_	
		Taškų suma			

I taisyklingas – prawidłowy – правильный

веšiasienis lošimo kauliukas – sześcienna kostka do gry – игральная кость кубической формы

III tikimybė – prawdopodobieństwo – вероятность

o vieną kartą – jeden raz – по одному разу

V dalus – podzielna – делимый

vi po du kartus – dwa razy – по два раза

VII bent vieną kartą – przynajmniej raz – хотя бы один раз

RIBOTO NAUDOJIMO

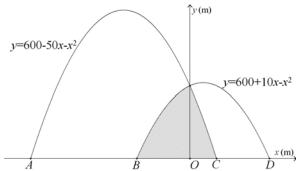
(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

JUODRAŠTIS		

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

15. Žemiau pavaizduotas miesto parko, kurio teritorija apribota dviejų susikertančių parabolių $y = 600 - 50x - x^2$, $y = 600 + 10x - x^2$ ir ašies Ox, planas (žr. pav.). Mėlynai nuspalvinta dalis vaizduoja parko teritoriją, skirtą poilsiavietei.



15.1. Apskaičiuokite taškų II B ir C abscises III .

(2 taškai)

15.2. Apskaičiuokite parko teritorijos, skirtos poilsiavietei, plotą^{IV}. (*Laikykite, kad vienetinę atkarpą*^V koordinačių sistemoje^{VI} atitinka 1 m.)

(3 taškai) ___ __ ___
Taškų suma

Čia rašo vertintojai

II

susikertančios parabolės – przecinające się parabole – пересекающиеся параболы

II taškas – punkt – точка

abscisė – odcięta – абсцисса

IV plotas – pole – площадь

vienetinė atkarpa – odcinek jednostkowy – единичный отрезок

VI koordinačių sistema – układ współrzędnych – система координат

RIBOTO NAUDOJIMO

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

16	Apskritimo centras ^I yra trapecijos ^{II}	Čia re	ašo verti	ntojai
10.	Apskritinio centras yra trapecijos $ABCD (BC \ AD)$ įstrižainės III AC vidurio taškas IV O . Trapecijos viršūnės V A , B ir C priklauso VI apskritimui, šoninė kraštinė VII CD liečia VIII apskritimą taške C , o kraštinė AD kerta IX apskritimą taške E (žr. pav.).	I	П	III
	16.1. [rodykite ^X , kad $\triangle ABC$ ir $\triangle DCA$ yra panašūs ^{XI} . (3 taškai)			
	16.2. Apskaičiuokite duotojo apskritimo spindulio ilgį ^{XII} , kai $AB = 12$, o		<u> </u>	

Taškų suma

(4 taškai)

CD = 15.

apskritimo centras – środek okręgu – центр окружности

Π trapecija – trapez – трапеция

Ш įstrižainė – przekątna – диагональ

IV vidurio taškas – środek – середина

V viršūnė – wierzchołek – вершина

VI priklauso – należy – принадлежит

VII šoninė kraštinė – ramię – боковая сторона

VIII liečia – jest styczne – касается

IXkerta – przecina – пересекает

X irodykite – udowodnij – докажите

ΧI panašus – podobny – подобный

spindulio ilgis – długość promienia – длина радиуса

RIBOTO NAUDOJIMO

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

JUODRAŠTIS		
JUUDKASIIS		
JUODKASIIS		
JUUDIASIIS		
JOODIASIIS		
JOODIASIIS		
JOODIASIIS		

RIBOTO NAUDOJIMO

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

17.	Duotas	s skaičius 10 010.	Čia ra	išo verti II	ntojai III
	17.1.	Išskaidykite šį skaičių pirminiais daugikliais ¹ .			
		(1 taškas) Kiek skirtingų natūraliųjų daliklių ^{II} , išskyrus 1 ir 10 010, turi šis		—	
		skaičius? (2 taškai)			

- 1

JUODRAŠTIS

skirtingų natūraliųjų daliklių – różnych dzielników naturalnych – разных натуральных делителей

išskaidykite pirminiais daugikliais – rozłóż na czynniki pierwsze – разложите на простые множители

RIBOTO NAUDOJIMO

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

18.	Jeigu ant kiekvieno ^I suolelio pasodintume po <i>a</i> mokinių, 5 mokiniams neužtektų vietos. Jeigu ant kiekvieno suolelio bandytume pasodinti po 8 mokinius, tai ant vieno suolelio 4 vietos liktų neužimtos. Kiek yra suolelių?	
	(4 taškai)	_ _ _

^I kiekvienas – każdy – каждый

RIBOTO NAUDOJIMO

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

2009 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

RIBOTO NAUDOJIMO

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)