

VILNIAUS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
INFORMATIKOS KATEDRA

Baigiamasis bakalauro darbas

Algoritmas, maksimaliam srautui dinaminuose tinkluose rasti
(Algorithm for the maximal flow in dynamic networks)

Atliko: 4 kurso 2 grupės studentas

Aleksas Vaitulevičius (parašas)

Darbo vadovas:

lekt. Irmantas Radavičius (parašas)

Recenzentas:

doc. dr. Vardauskas Pavardauskas (parašas)

Vilnius
2018

Santrauka

Paskutiniuose dviejuose dešimtmečiuose yra plačiai domimasi dinaminiais grafais, dėl jų naudotos tokiose srityse kaip: komunikacijos tinkluose, VLSI kūrime, kompiuterinėje grafikoje. Šis darbas apima dinaminių grafų problemą, maksimalaus srauto radimą, viena iš labiausiai fundamentalių optimizavimo problemų. Šio darbo tikslas yra įrodyti, kad pateikiamo maksimalaus srauto radimo algoritmas yra efektyvesnis už statinio grafo Fordo Fulkersono algoritmą skaičiavimui panaudojamų briaunų atžvilgiu. Pateikiamo algoritmo veikimas yra pagrįstas modifikuotu grupavimo metodu ir modifikuotu Fordo Fulkersono algoritmu. Grupavimo metodas yra skirtas grafo išskirtymui į grupes, o modifikuotas Fordo Fulkersono algoritmas yra skirtas apskaičiuoti konkretaus regiono maksimaliems srautams. Atmintyje bus saugomas regionų išsidėstymas ir jų pralaidumas grafo pavidale. Perskaičiavus grupes kuriuose įvyko pokytis, galima rasti pakitusio grafo maksimalų srautą.

Raktažodžiai: dinaminiai grafai, maksimalūs srautai, grupavimo metodas, Fordo Fulkersono algoritmas, euristiciniai bandymai.

Summary

In the last two decades, there was a growing interest in dynamical graphs, because of their use in such fields like: communication network, VLSI design, graphics. This work is only about dynamical graph problem, maximum flow, one of the most fundamental optimization problems. The main task of this work is to prove that provided algorithm for solving maximum flow problem is more efficient than Ford Fulkerson algorithm for static graph in the context of used edges for calculation. This algorithm is based on modified clustering method and modified Ford Fulkerson algorithm. Clustering method is used for clustering graph into clusters and modified Ford Fulkerson algorithm is used for computing maximum flows in particular cluster. Positioning and capacity of clusters will be saved in memory. Once updated clusters are computed, it is possible to find maximum flow for the whole updated graph.

Keywords: dynamic graphs, max flow, clustering, Ford Fulkerson algorithm, heuristic experiments.

Turinys

Santrauka	1
Summary	2
Sąvokų apibrėžimai	4
Išvadas	6
1. Pagrindinė tiriamoji dalis	8
1.1. Poskyris.....	8
1.1.1. Skirsnis	8
1.1.1.1. Straipsnis	8
1.1.2. Skirsnis	8
2. Skyrius	9
2.1. Poskyris.....	9
2.2. Poskyris.....	9
Išvados	10
Conclusions	11
Literatūra	12
Priedas Nr.1	
Priedas Nr.2	

Sąvokų apibrėžimai

1. Dinaminiai grafai (angl. Dynamic graphs) - tai grafai, kuriuose galima atlikti tokias operacijas:
 - (a) Pridėti briauną
 - (b) Atimti briauną
 - (c) Pridėti viršūnę
 - (d) Atimti viršūnę
 - (e) Papildomos operacijos (pakeisti briaunos spalvą, pralaidumą ir panašiai).
2. Dalinai dinaminis grafas (angl. Partial dynamic graph) - tai dinaminis grafas, kuriame yra uždrausta bent viena, bet ne visos dinaminio grafo operacijos.
3. Pilnai dinaminis grafas (angl. Fully dynamic graph) - tai dinaminis grafas, kuriame yra leidžiamos visos operacijos.
4. Inkrementalus dinaminis grafas (angl. Incremental dynamical graph) - dinaminis grafas, kuriame yra leidžiama pridėjimo operacijos.
5. Dekrementalus dinamainis grafas (angl. Decremental dynamical graph) - dinaminis grafas, kuriame leidžiamos atėmimo operacijos.
6. Grupė (angl. Cluster) - tinklo pografis, kuris yra naudojamas grupavimo metode.
7. Grupavimo metodas (angl. Clustering) - algoritmo dinaminiui grafui konstravimo būdas, kuriame grafas yra suskirstomas į grupes.
8. Tinklas (angl. Network) - orientuotas grafas, kurio briaunos turi pralaidumus.
9. Srautas (angle. Flow) - tai leistinas kelias konkrečiam kiekiui iš šaltinio į tikslą.
10. Šaltinis (angl. Source) - tinklo viršūnė, kuri yra srauto pradžios taškas.
11. Tikslas (angl. Sink) - tinklo viršūnė, kuri yra srauto pabaigos taškas.
12. Pralaidumas (angl. Capacity) - briaunos savybė, kuri nurodo koks kiekis gali ja praeiti.
13. Maksimalus srautas (angl. Max flow) - srautas, kurio dydis yra didžiausias iš visų leistinų srautų.
14. Vienšaltinis daugtikslinis maksimalus srautas (angl. Single source multi sink max flow) - tai maksimalaus srauto tipas, kuriame yra vienas šaltinis ir daugiau nei vienas tikslas.
15. Daugiašaltinis vientikslinis maksimalus srautas (angl. Multi source single sink max flow) - tai maksimalaus srauto tipas, kuriame yra vienas šaltinis ir vienas tikslas.

16. Daugiašaltinis daugtikslinis maksimalus srautas (angl. Multi source multi sink max flow) - tai maksimalaus srauto tipas, kuriame yra daugiau nei vienas šaltinis ir daugiau nei vienas tikslas.
17. Vienšaltinis vientikslinis maksimalus srautas (angl. Single source single sink max flow) - tai maksimalaus srauto tipas, kuriame yra daugiau nei vienas šaltinis ir daugiau nei vienas tikslas.

Įvadas

Paskutiniuose dviejuose dešimtmečiuose yra plačiai domimasi dinaminiais grafais. Ši sritis suteikia daug teorinių žinių, kurios gali būti pritaikytos optimizuojant tokias sritis kaip: komunikacijos tinklus, VLSI kūrimą, kompiuterinę grafiką [DFI01].

Dinaminis grafas - tai grafas, kuriam yra galima atlikti bent vieną iš šių operacijų:

- Pridėjimo
 - Pridėti briauną.
 - Pridėti viršūnę.
- Atėmimo
 - Atimti briauną.
 - Atimti viršūnę.
- Papildomos operacijos priklausomai nuo grafo savybių (pavyzdžiui jei grafas yra svorinis, tai jis galėtų turėti papildomą operaciją keisti svorį).

Pagal leidžiamas operacijas dinaminiai grafai yra skirstomi į:

- dalinai dinامينius grafus, kurie yra skirstomi į:
 - inkrementalus - vykdoma tik pridėjimo operacija
 - dekrementalus - Vykdoma tik atėmimas
- pilnai dinامينius grafus, kuriuose vykdomos visos operacijos.

Šiame darbe nagrinėjami pilnai dinaminiai grafai.

Visa statinio grafo problemų aibė yra dinaminio grafo problemų poaibis. Tačiau dinaminiam grafo problemos sprendimas gali būti optimizuotas, nes yra daugiau informacijos apie grafą nei statiniame grafe (pavyzdžiui, jei buvo apskaičiuotas grafo maksimalus srautas ir prie grafo buvo pridėta briauna, tai bus žinomas grafo poaibio, kuriam nepriklauso naujai pridėta briauna, maksimalus srautas). Šiame darbe nagrinėjama maksimalaus srauto problema, kuri priklauso šiai aibei.

Maksimalus srautas - tai didžiausias galimas srautas tinkle iš viršūnių s_i (šaltinių) iki viršūnių t_i (tikslų). Tinklas - tai orientuotas grafas $G = V, E, u$, kur V yra viršūnių aibė, E - briaunų aibė, o u - briaunų pralaidumų aibė ($u : E \rightarrow R$). Pagal šaltinių ir tikslų skaičių ši problema yra skirstoma į:

- Vienšaltinę daugtikslinę - tai srautas, kuriame yra vienas šaltinis ir daugiau nei vienas tikslas.
- Daugiašaltinę vientikslinę - tai srautas, kuriame yra vienas tikslas ir daugiau nei vienas šaltinis.

- Daugiašaltinę daugtikslinę - tai srautas, kuriame yra daugiau nei vienas šaltinis ir daugiau nei vienas tikslas.
- Vienšaltinę vientikslinę - tai srautas, kuriame yra vienas šaltinis ir vienas tikslas.

Šiame darbe nagrinėjama tik vienšaltinė vientikslinė problema. Tačiau tarpinėms reikšmėms gauti yra naudojama ir likusių problemų sprendimo būdai. Metodai, kuriais yra paremti dinaminių grafų problemų sprendimų algoritmai, yra skirstomi į metodus, skirtus neorientuotiems grafams ir orientuotiems grafams. Tačiau, nors maksimalaus srauto problema tyrinėja orientuotą grafą, yra tikimybė, kad jos sprendimo algoritmui galima pritaikyti metodą skirtą statiniams grafams.

1. Pagrindinė tiriamoji dalis

Pagrindinėje tiriamojoje dalyje aptariama ir pagrindžiama tyrimo metodika; pagal atitinkamas darbo dalis, nuosekliai, panaudojant lyginamosios analizės, klasifikacijos, sisteminimo metodus bei apibendrinimus, dėstoma sukaupta ir išanalizuota medžiaga.

1.1. Poskyris

Citavimo pavyzdžiai: cituojamas vienas šaltinis [PPP01]; cituojami keli šaltiniai [Pav05; PPP+02; PPP03; PPP04; STU+02; STU01; STU03; Sur05].

1.1.1. Skirsnis

1.1.1.1. Straipsnis

1.1.2. Skirsnis

2. Skyrius

2.1. Poskyris

2.2. Poskyris

Išvados

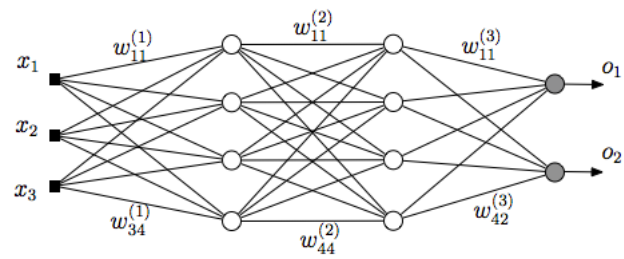
Išvadose ir pasiūlymuose, nekartojant atskirų dalių apibendrinimų, suformuluojamos svarbiausios darbo išvados, rekomendacijos bei pasiūlymai.

Conclusions

Šiame skyriuje pateikiamos išvados (reziumė) anglų kalba.

Literatūra

- [DFI01] C. Demetrescu, I. Finocchi, and G. F. Italiano. Dynamic graphs. <http://www.diku.dk/PATH05/CRC-book1.pdf>, 2001. 45 KB, accessed 2018-05-13.
- [Pav05] A. Pavardonis. *Magistrinio darbo pavadinimas*. Magistrinis darbas, Universiteto pavadinimas, 2005.
- [PPP+02] A. Pavardenis, B. Pavardonis, C. Pavardauskas ir D. Pavardinskas. Straipsnio pavadinimas. *Rinkinio pavadinimas*, p.p. 3–15, Miestas, šalis. Leidykla, 2002.
- [PPP01] A. Pavardenis, B. Pavardonis ir C. Pavardauskas. Straipsnio pavadinimas. *Žurnalo pavadinimas*, IV:8–17, 2001.
- [PPP03] A. Pavardenis, B. Pavardonis ir C. Pavardauskas. *Knygos pavadinimas*. Leidykla, Miestas, šalis, 2003. 172 psl.
- [PPP04] A. Pavardenis, B. Pavardonis ir C. Pavardauskas. Elektroninės publikacijos pavadinimas. <http://example.com/kelias/iki/straipsnio.pdf>, 2004. 45 KB, tikrinta 2015-02-01.
- [STU+02] A. Surname, B. Tsurname, C. Usurname, and D. Vsurname. Article title. In *Conference book title*, pp. 3–15, City, country. Publisher, 2002.
- [STU01] A. Surname, B. Tsurname, and C. Usurname. Article title. *Journal Title*, IV:3–15, 2001.
- [STU03] A. Surname, B. Tsurname, and C. Usurname. *Book title*. Publisher, City, country, 2003. 172 p.
- [Sur05] A. Surname. *Ttitle fo PhD thesis*. PhD thesis, Title of university, 2005.

Priedas Nr. 1**Niauroninio tinklo struktūra**

1 pav. Paveikslėlio pavyzdys

Priedas Nr. 2**Eksperimentinio palyginimo rezultatai**

1 lentelė. Lentelės pavyzdys

Algoritmas	\bar{x}	σ^2
Algoritmas A	1.6335	0.5584
Algoritmas B	1.7395	0.5647