

VILNIAUS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
INFORMATIKOS KATEDRA

3D objektų klasifikavimas naudojantis 2D nuotraukų

3D object classification using 2D images

Magistro baigiamasis darbas

Atliko:	Aleksas Vaitulevičius	(parašas)
Darbo vadovas:	prof. habil. dr. Olga Kurasova	(parašas)
Recenzentas:	doc. dr. Vardauskas Pavardauskas	(parašas)

Vilnius – 2020

Turinys

Santrumpos ir Terminai	2
Įvadas	5
1. Literatūros analizė	8
1.1. 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinys	8
1.2. 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinio sprendinių pavyzdžiai	8
1.3. Dirbtinių neuroninių tinklų bendrieji principai	9
1.3.1. Dirbtinis neuronas, perceptronas	9
1.3.2. Dirbtiniai neuroniniai tinklai	11
1.3.3. Gilieji neuroniniai tinklai	14
1.4. Daugiavaizdžių konvoliucinių dirbtinių neuroninių tinklų apžvalga.....	16
1.4.1. Konvoliucija	16
1.4.2. Konvoliucinio neuroninio tinklo sluoksnių tipai.....	17
1.4.3. Daugiavaizdis konvoliucinis neuroninis tinklas.....	20
1.5. Kapsulinių dirbtinių neuroninių tinklų apžvalga	21
2. Kapsulinių neuroninių tinklų modifikacijos ir parametrai	24
2.1. Tiriamo kapsulinio neuroninio tinklo architektūra	24
2.2. Tiriamo daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo architektūra su vaizdų sujungimo sluoksniu.....	24
2.3. Tiriamo daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo architektūra su vaizdų kapsuliniu sluoksniu.....	25
3. Eksperimentiniai tyrimai	26
3.1. Tyrimams naudoti duomenys	26
3.2. Tyrimų aprašymai	26
Rezultatai ir išvados	30
Literatūra	31

Santrumpos ir Terminai

1. AdaDelta - Prisitaikanti delta (angl. adaptive delta)
2. AdaGrad - Prisitaikantis gradientas (angl. adaptive gradient)
3. Adam - Inercijos apskaičiavimas (angl. adaptive moment estimation)
4. Apibrėžiantis stačiakampis (angl. bounding box)
5. Daugiasluoksnis perceptronas (angl. multilayer perceptron)
6. Daugiavaizdžiai konvoliuciniai neuroniniai tinklai (angl. multi-view convolutional neural networks)
7. Dinaminis maršrutizavimas tarp kapsulių (angl. dynamic routing between capsules)
8. Dirbtiniai neuroniniai tinklai (angl. artificial neural networks)
9. Duomenų rinkinys (angl. batch)
10. Gabalais tiesinė funkcija (angl. piecewise linear function)
11. Gauso funkcija (angl. Gaussian function)
12. Gilieji neuroniniai tinklai (angl. deep neural networks)
13. Grįžtamojo ryšio neuroniniai tinklai (angl. feedback neural networks)
14. Inercija (angl. momentum)
15. Inercijos konstanta (angl. momentum constant)
16. Išretinta matrica (angl. sparse matrix)
17. Išretinta sąveika (angl. sparsity)
18. Ištaisymo sluoksnis (angl. rectification layer)
19. Klaidos sklidimo atgal algoritmas (angl. back-propagation learning algorithm)
20. Konvoliucinis gilaus pasitikėjimo neuroninis tinklas (angl. convolutional deep belief neural network)
21. Kreivių palyginimas (angl. curve matching)
22. Kryžminė entropija (angl. cross-entropy)
23. leaky ReLU - nesandari ištaisymo tiesinė funkcija (angl. leaky rectified linear function)
24. Maksimalus sujungimas (angl. max pooling)

25. Mokymo greitis (angl. learning rate function)
26. Mokymosi žingsnio dydžiu (angl. learning step size)
27. Nepersidengiančiu sujungimo sluoksnis (angl. non-overlapping pooling layer)
28. Netiesiškumo sluoksnis (angl. non-linearity layer)
29. noisy ReLU - Ištaisymo tiesinė funkcija su triukšmu (angl. noisy rectified linear function)
30. Nulinis svoris/slenkstis (angl. bias)
31. Nuostolių funkcija (angl. loss function/cost function/objective function)
32. n-dalių kryžminis validavimas (angl. n-folds cross validation)
33. Orientuotas beciklis grafas (angl. directed acyclic graph)
34. Panašumo metrikas (angl. similarity metrics)
35. Persidengiantis sujungimo sluoksnis (angl. overlapping pooling layer)
36. Persimokymas (angl. overfitting)
37. Pilnai sujungtas sluoksnis (angl. fully connected layer)
38. Pirminių kapsulių sluoksnis (angl. primary capsules)
39. Postūmio matrica (angl. bias matrix)
40. Požymių žemėlapiai (angl. feature map)
41. RMSProp - Šaknies vidurkio kvadrato išskleidimas (angl. root mean square propagation)
42. ReLu - Ištaisymo tiesinė funkcija (angl. rectified linear function)
43. Sigmoidinė funkcija (angl. sigmoid function)
44. Skiriamasis paviršius (angl. decision boundary)
45. Slenkstinė funkcija (angl. unit step function)
46. Sujungimo sluoksnis (angl. pooling layer)
47. Šviesos lauko deskriptorius (angl. light field descriptor)
48. Tiesinė funkcija (angl. linear function)
49. Tiesioginio sklidimo neuroniniai tinklai (angl. feedforward neural networks)
50. Tikrinis vektorius (angl. eigenspace)
51. Vaizdų sujungimo sluoksnis (angl. view pooling layer)

- 52. Vidutinis sujungimas (angl. average pooling)
- 53. Vidutinė kvadratinė paklaida (angl. mean square error)

Ivadas

Vienas iš fundamentalių kompiuterinės regos uždavinių yra informacijos apie trijų dimensijų (3D) pasaulį išgavimas naudojant dviejų dimensijų (2D) nuotraukas. Šio uždavinio tikslas yra atpažinti 3D objektų klases, naudojant jų, 2D nuotraukas, padarytas iš skirtingų kampų. Šiam tikslui pasiekti, yra konstruojami 3D objektų klasifikavimo algoritmai, kurie 2D nuotraukoms priskiria klases, kurios atitinka nuotraukoje atvaizduoto 3D objekto modelio klasę.

3D objektų klasifikavimas naudojantis 2D nuotraukomis yra naudojamas srityse, kuriose turi būti 3D objektų klasės turi būti atpažintos iš visų galimų 2D nuotraukų, turint tik šių nuotraukų poaibį. Pavyzdžiui, vienas iš šių sričių yra automatinė objektų apžiūra - turint algoritmą, atpažįstantį objekto klasę, kuris turi tik jam būdingą 3D formą, galima nustatyti nuotraukas, kuriose yra tas objektas. Kitas pavyzdys yra navigacija - turint algoritmą, atpažįstantį objektą, esančią skirtingose vietovėse, klases ir tų vietovių koordinates, galima nustatyti kurioje vietovėje buvo padaryta nuotrauka. Deja, laiko ir duomenų kaštai yra per dideli, kad pasiekti absoliutų tikslumą sprendžiant šį uždavinį. Todėl taikomi metodai yra euristiniai. Dėl to renkantis metodą, spręsti 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždaviniui, reikia atsižvelgti į laiko kaštus ir kaip tiksliai tuo metodu pagrįstas algoritmas klasifikuoja 2D nuotraukas, sprendžiamas šį uždavinį. Šiame magistro baigiamajame darbe bus atliekami tyrimai, skirti nustatyti metodą, sprendžiantį 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinį, kuris pasiekia didžiausią tikslumą ir reikalauja mažiausiai laiko mokymui.

Gana dažnai metodas, naudojamas šiam uždaviniui spręsti, yra dirbtiniai gilieji neuroniniai tinklai. 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinyje naudojami duomenys yra 2D nuotraukos, yra nestruktūrizuoti, jiems sudėtinga vykdyti požymių išgavimą. Todėl daugelis kitų sprendimų nėra tokie patrauklūs kaip dirbtiniai gilieji neuroniniai tinklai, dėl savo sugebėjimo efektyviai vykdyti automatinį požymių išgavimą iš nestruktūrizuotų duomenų. Tačiau, norint pasiekti aukštą klasifikavimo tikslumą, naudojant šį metodą, yra reikalingas didelis kiekis duomenų. Konkrečiai šiam uždaviniui reikia didelio kiekio 3D modelių. Laimei, šiuo metu egzistuoja viešai prieinamos didelės 3D repozitorijos. Tokios kaip 3D Warehouse, TurboSquid, ir Shapeways. Dėl to šiuo metu daugelis senesnių architektūrų jau yra išbandytos sprendžiant 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinį. Pavyzdžiui, viena iš architektūrų, kuri buvo išbandyta, yra konvoliucinio gilaus pasitikėjimo neuroninio tinklo (angl. convolutional deep belief neural network) architektūra. Šiai architektūrai atlikti tyrimai yra aprašyti darbe [WSK⁺15]. Tačiau 2017 metais buvo aprašyta nauja architektūra, tai kapsuliniai neuroniniai tinklai. Tyrimai parodė, kad ji yra pranašesnė tikslumo atžvilgiu už ankstesnes architektūras, sprendžiant uždavinius panašius į 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinį.

Šiuo metu šiam uždaviniui spręsti, optimaliausius rezultatus, laiko ir tikslumo atžvilgiu, pasiekusi dirbtinio neuroninio tinklo architektūra yra konvoliucinių neuroninių tinklų tipas - daugiavaizdžiai konvoliuciniai neuroniniai tinklai (angl. multi-view convolutional neural networks). Tyrimai, kuriuose ši architektūra buvo išbandyta, yra aprašyta darbuose [SGW⁺18; SMK⁺15]. Darbe [WSK⁺15] atlikto tyrimo rezultatai parodo, kad pateiktas sprendimas, kuriame 3D objektų klasifikavimas yra konstruojamas naudojantis tik 2D nuotraukomis, yra tikslesnis 8 %. Algoritmas,

naudojantis 3D modelius, pasiekė 77 % tikslumą, o algoritmas, naudojantis tik 2D nuotraukas, pasiekė 85 % tikslumą. Todėl šiame magistro baigiamajame darbe bus daromi eksperimentai su dirbtinio neuroninio tinklo architektūrų įgyvendinimais, kurie yra pagrįsti būtent šiuo metodu. Tad šiam darbui vienas iš pasirinktų metodų yra daugiavaizdis konvoliucinis neuroninis tinklas, kurio įgyvendinimas yra aprašyti darbe [SMK⁺15]. Mat šio darbo įgyvendinimas naudoja tik 2D nuotraukas, konstruojant 3D objektų klasifikavimo algoritmą.

Kita tiriama dirbtinio neuroninio tinklo architektūra yra kapsuliniai neuroniniai tinklai. Lyginant su konvoliuciniais neuroniniais tinklais, tai gana nauja architektūra. Aprašytos 2017 metais darbe [SFH17] kapsulinių neuroninių tinklų architektūros veikimo principas tiksliau imituoja žmogaus regą, remiantis faktu, kad žmogaus rega ignoruoja nereikšmingas vaizdo detales, naudodama tik seką fokusuotų taškų, taip apdorojama tik dalį vaizdinės informacijos su labai aukšta rezoliucija. Darbe [SFH17] atliktas tyrimas parodo, kad ši architektūra atlieka ranka rašytų skaičių klasifikavimo užduotį tiksliau nei konvoliuciniai neuroniniai tinklai. Kitas tyrimas, kuris yra atliktas darbe [MC17] su 4 duomenų rinkiniais, kuriuose yra veidai, kelio ženklai ir kasdieniai objektai, parodo, kad dabartiniai kapsuliniai neuroniniai tinklai ne visada yra pranašesni už konvoliucinius neuroninius tinklus. Parinkus geresnius parametrus ir modifikacijas (sluoksnių skaičių, neuronų skaičių kiekviename sluoksnyje, aktyvacijos funkcijos), konvoliucinis neuroninis tinklas dar vis būna pranašesnis už kapsulinį neuroninį tinklą. Tačiau taip pat darbe [MC17] yra teigiama, kad kapsuliniai neuroniniai tinklai dar nėra pasiekę pilno savo potencialo ir tolimesni išsamesni tyrimai yra būtini.

Tad šio darbo **tikslas** yra įrodyti arba paneigti keliamą **hipotezę**:

Kapsuliniai neuroniniai tinklai sprendžia 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinį efektyviau nei konvoliuciniai neuroniniai tinklai remiantis apmokymo laiko ir tikslumo kriterijais.

Tikimasi, kad, sprendžiant 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinį, kapsulinio neuroninio tinklo mokymas truks trumpiau nei konvoliucinio neuroninio tinklo. Taip pat, kad apmokytas kapsulinis neuroninis tinklas vykdys klasifikavimą tiksliau nei daugiavaizdis konvoliucinis neuroninis tinklas.

Siekiant patikrinti iškeltą hipotezę reikia atlikti šiuos uždavinius:

1. Išanalizuoti ir nustatyti dabartinį efektyviausią 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinio sprendinį.
2. Išanalizuoti kapsulinių neuroninių tinklų veikimą.
3. Surasti duomenis, skirtus spręsti 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždaviniui.
4. Eksperimentiškai nustatyti efektyviausią modifikaciją su tinkamiausiais parametrais, skirtus spręsti 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždaviniui, kapsulinio neuroninio tinklo realizacijai, remiantis apmokymo laiko ir tikslumo kriterijais.
5. Atlikti eksperimentus, skirtus palyginti kapsulinio neuroninio tinklo ir daugiavaizdžio konvoliucinio neuroninio tinklo tikslumą ir apmokymo laiką, sprendžiant 3D objektų klasifikavimo

naudojantis 2D nuotraukomis uždavinį.

Šiame magistro baigiamajame darbe laukiami rezultatai:

1. Nustatyta, kad šiuo metu efektyviausias 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinio sprendinys yra daugiavaizdžiai konvoliuciniai neuroniniai tinklai, lyginant eksperimentų, aprašytų skirtinguose literatūros šaltiniuose, rezultatus. Šiuose šaltiniuose buvo surasta daugiavaizdžio konvoliucinio neuroninio tinklo realizacija ir duomenys skirti apmokymui ir testavimui.
2. Išanalizuotas kapsulinių neuroninių tinklų veikimas, surasta jo realizacija.
3. Planuojama eksperimentiškai nustatyti efektyviausią kapsulinio neuroninio tinklo konfigūraciją, skirtą spręsti 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinį, naudojantis apmokymo laiko ir tikslumo kriterijais.
4. Planuojama eksperimentiškai palyginti kapsulinio neuroninio tinklo tikslumą ir apmokymo laiką su konvoliuciniu neuroniniu tinklu, naudojantis apmokymo laiko ir tikslumo kriterijais.

Darbas remiasi šiomis prielaidomis:

1. Kiekvienam 2D paveikslėliui yra priskirta klasė, kuri atitinka klasę 3D objekto modelio atvaizduoto tame paveikslėlyje.
2. Kiekviena 3D objektų modelių klasė turi bent po vieną 3D modelį.

Šio darbo turinys yra sudarytas iš 4 skyrių. Pirmame skyriuje yra pateikiama literatūros analizė. Jame yra pateiktas 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinio aprašymas, egzistuojančių sprendimų apžvalga, bendrieji neuroninių tinklų principai, daugiavaizdžio konvoliucinio neuroninio tinklo veikimo aprašymas ir kapsulinio neuroninio tinklo aprašymas. Tada antrame skyriuje yra pateikiami šiame magistro baigiamajame darbe bandomų kapsulinių neuroninių tinklų modifikacijos ir parinkti parametrai. Trečiame skyriuje yra aprašomi tyrimams naudoti duomenys. Taip pat šiame skyriuje yra aprašomi tyrimai, skirti nustatyti kapsulinių neuroninių tinklų modifikaciją ir parametrus, kurie pasiekia didžiausią tikslumą ir reikalauja mažiausiai laiko apmokymui, sprendžiant 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinį. Galiausiai šiame skyriuje yra aprašomi tyrimai, skirti palyginti kapsulinių neuroninių tinklų ir daugiavaizdžių konvoliucinių neuroninių tinklų tikslumą ir apmokymo laiką, sprendžiant 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinį. Paskutiniame skyriuje yra pateikiami rezultatai ir išvados.

Darbe [SFH17] aprašytos kapsulinio neuroninio tinklo architektūros įgyvendinimas pateiktas puslapyje <https://github.com/XifengGuo/CapsNet-Keras>. Darbuose [SGW⁺18; SMK⁺15] aprašytos daugiavaizdžio konvoliucinio tinklo architektūros įgyvendinimas pateiktas puslapyje https://github.com/jongchysis/mvcnn_pytorch. Visi kodai naudoti tyrimams yra pateikti puslapyje https://github.com/AleksasVaitulevicius/masters_kaggle. Tyrimai buvo atlikti naudojantis kaggle sistema.

1. Literatūros analizė

1.1. 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinys

3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinys – tai klasifikavimo uždavinys, kuriame pateiktos 2D nuotraukos, kuriose atvaizduotas 3D objektas iš atsitiktinio apžvalgos taško, turi būti priskirtos 3D modelio, kuris yra atvaizduotas toje 2D nuotraukoje, klasei.

Klasifikavimo uždavinys – tai uždavinys, kurio tikslas yra automatiškai nustatyti pavyzdžio iš tiriamos srities populiacijos klasę. 3D objektų atpažinimo iš 2D nuotraukų uždavinio atveju, tiriamą sritį yra 2D nuotraukos, kuriose yra atvaizduotas 3D objektas iš bet kurio apžvalgos taško ir klasė – 3D objektas. Taip pat, šio magistro baigiamojo darbo atveju, metodas yra dirbtinio neuroninio tinklo (kapsulinio arba konvoliucinio) apmokytas modelis.

Kaip jau minėta įvade, šiam uždaviniui spręsti efektyviausia yra naudoti mašininio mokymo metodą, kurio mokymo duomenys yra tik 2D nuotraukos, o klasės reprezentuoja 3D objektus. Darbe [WSK⁺15] atlikto tyrimo rezultatai parodo, kad pateiktas sprendimas, kuriame 3D objektų klasifikavimas yra konstruojamas naudojantis tik 2D nuotraukomis, yra tikslesnis 8 %. Algoritmas, naudojantis 3D modelius, pasiekė 77 % tikslumą, o algoritmas, naudojantis tik 2D nuotraukas, pasiekė 85 % tikslumą. Šaltinyje [SMK⁺15] yra teigiama, kad to priežastis yra reliatyviai efektyvesnis 2D nuotraukų informacijos saugojimas negu 3D modelių. Todėl, kad, nors 3D modelis turi visą informaciją apie atvaizduotą 3D objektą, tačiau tam, kad panaudoti vokselinę 3D objekto reprezentaciją mašiniame mokyme, kurio mokymas su pakankamai didele duomenų imtimi užtruktų racionalų laiko tarpą, tenka ženkliai sumažinti 3D modelio rezoliuciją. Pavyzdžiui, 3D modelio, kurio rezoliucija yra $30 \times 30 \times 30$ vokseliai, įvesties dydis yra apytiksliai lygus 2D paveikslėlio, kurio rezoliucija yra 164×164 pikseliai, kur vokselis yra vienas taškas trimatėje erdvėje. Tad šiuo atveju, 3D modelis yra apdorojamas per tiek pat laiko kaip ir 2D paveikslėlis, bet modelio rezoliucija yra apytiksliai 5,5 karto mažesnė. Todėl mašininio mokymo metodas, kurio mokymo duomenys yra 3D modelis, gauna mažesnės raiškos įvestį, negu metodas, kurio mokymo duomenys yra 2D paveikslėliai.

1.2. 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždavinio sprendinių pavyzdžiai

Vienas seniausių šio uždavinio sprendinių, taikantis tokią metodologiją, yra aprašytas darbe [MN95]. Šis sprendinys atpažįsta 3D objektus lygindamas jų vaizdus, kurie buvo suformuoti iš didelės imties 2D nuotraukų, parametrizuotoje tikriniu vektoriumi (angl. eigenspace). Šios nuotraukos buvo sugeneruotos iš 3D modelių naudojant skirtingus apžvalgos taškus ir apšvietimus. Kitas pavyzdys, kuris yra gana populiarus kompiuterinėje grafikoje, yra šviesos lauko deskriptorius (angl. light field descriptor), kuris yra aprašytas darbe [CTS⁺03]. Šis sprendinys išgauna geometrinius ir Furje deskriptorius iš 3D objektų siluetai, kurie buvo sugeneruoti iš 3D modelių, naudojant skirtingus apžvalgos taškus. Darbe [MSD⁺02] aprašytas šio uždavinio sprendimas, kuris 3D objekto siluetus išskaido į dalis ir išsaugo juos į orientuotą beciklį grafą (angl. directed

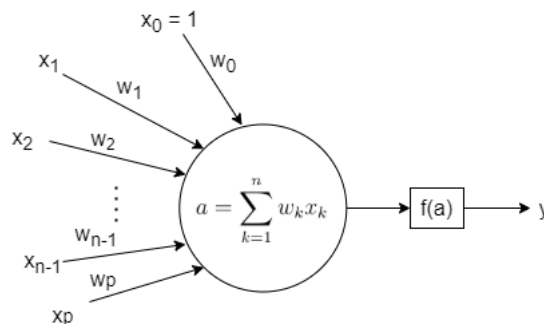
acyclic graph), kuris yra vadinamas šoko grafu. Kitas pavyzdys aprašytas darbe [CK04], naudoja panašumo metrikas (angl. similarity metrics), kurios yra pagrįstos kreivių palyginimu (angl. curve matching) ir sugrupuotomis panašiomis 2D nuotraukomis.

Šiuo metu, 3D objektų klasifikavimo naudojantis 2D nuotraukomis uždaviniui spręsti, optimalius rezultatus, laiko ir tikslumo atžvilgiu, pasiekęs mašininio mokymo metodu pagrįstas sprendimas yra daugiavaizdžiai konvoliuciniai dirbtiniai neuroniniai tinklai. Tai eksperimentu yra įrodyta darbe [SMK⁺15], palyginant įvairių tipų konvoliucinius neuroninius tinklus su kitais sprendimo metodais. Geriausią rezultatą pasiekęs tipas yra daugiavaizdis konvoliucinis neuroninis tinklas (angl. multi-view convolutional network), kurio tikslumas tame eksperimente yra 90,1%. Tolimesniame tyrime, kuris yra atliktas darbe [SGW⁺18], daugiavaizdžiui konvoliuciniui neuroniniui tinklui yra pritaikyta kita konfigūracija ir tame darbe atlikti tyrimai pasiekė aukštesnę tikslumą - 91,3%. Tad šio magistro baigiamojo darbo tyrimams yra naudojama konfigūracija, kuri yra taikyta darbe [SGW⁺18].

1.3. Dirbtinių neuroninių tinklų bendrieji principai

1.3.1. Dirbtinis neuronas, perceptronas

Šiame magistro baigiamajame darbe nagrinėjami dirbtiniai neuroniniai tinklai yra sudaryti iš Rosenblato darbe [Ros57] aprašytų dirbtinių neuronų, perceptronų. Perceptronas – tai iteratyviai apmokomas tiesinis klasifikatorius, kuris susideda iš $\mathbf{x} = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_p\}$ mokymo aibės vektorių, vadinamais įėjimais, $\{w_0, w_1, w_2, \dots, w_p\} \in \mathbb{R}$ perdavimo koeficientų, vadinamų svoriais, aktyvacijos (perdavimo) funkcijos $f(a)$ ir $\{y_0, y_1, y_2, \dots, y_n\}$ reikšmių, vadinamų išėjimais. Įėjimas x_0 yra vadinamas nuliniu įėjimu ir jo reikšmė yra pastovi $x_0 = 1$, o w_0 - nuliniu svoriu arba slenksčiu (angl. bias). Perceptronas yra atvaizduotas 1 paveikslėlyje.



1 pav. Perceptronas

Formulė ((1)) yra aktyvacijos funkcijos argumentas.

$$a = \sum_{k=1}^p w_k x_k \quad (1)$$

Dažniausiai perceptronui yra naudojamos šios aktyvacijos funkcijos: slenkstinė (angl. unit step) (2), sigmoidinė (angl. sigmoid) (3), gabalais tiesinė (angl. piecewise linear) (4), Gauso (angl.

Gaussian) (5) ir tiesinė (angl. linear) (6), kur β , m , a_{min} , a_{max} yra konstantos priklausančios realiųjų skaičių aibei bei $a_{min} < a_{max}$.

$$f(a) = \begin{cases} 0, & \text{jei } \beta > a \\ 1, & \text{jei } \beta \leq a \end{cases} \quad (2)$$

$$f(a) = \frac{1}{1 + \exp^{-\beta}} \quad (3)$$

$$f(a) = \begin{cases} 0, & \text{jei } a_{min} \geq a \\ ma + b, & \text{jei } a_{min} < a < a_{max} \\ 1, & \text{jei } a_{max} \leq a \end{cases} \quad (4)$$

$$f(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \frac{-(a - \mu)^2}{2\sigma^2} \quad (5)$$

$$f(a) = ma + b \quad (6)$$

Perceptronas yra skirtas spręsti klasifikavimo uždavinius. Tam kad perceptronas spręstų konkretų klasifikavimo uždavinį, jis turi būti apmokytas. Perceptrono apmokymas yra iteratyvus procesas, kuriame randami svoriai $W = \{w_0, w_1, w_2, \dots, w_n\}$, su kuriais funkcijos (7) rezultatas įgyja kiek galima mažiausią reikšmę. Funkcijoje (7) y_i yra perceptrono i -tasis išėjimas, t_i - i -tojo įėjimo norima klasė ir n - apmokymo duomenų vektorių skaičius.

$$e(w) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - t_i)^2 \quad (7)$$

Apmokymo pradžioje pradiniai svoriai yra parenkami atsitiktinai. Toliau gradientinio nusileidimo algoritmu judant antigradiento kryptimi, svorių reikšmės perskaičiuojamos naudojantis formule (8), kur k -tojo svorio gradientas $\Delta w_k(t)$ yra formulė (9), t - iteracijos numeris, $\eta \in [0, +\infty]$ - parinktas mokymo greitis (angl. learning rate). Vienoje iteracijoje yra naudojamas tik vienas įėjimo vektorius iš duomenų aibės. Svoriai yra perskaičiuojami norima skaičių kartų.

$$w_k(t+1) = w_k(t) + \Delta w_k(t) \quad (8)$$

$$\Delta w_k(t) = -\eta \frac{\partial e(w)}{\partial w_k} \quad (9)$$

Pakeitus, kai kurių kintamųjų žymėjimą, iš formulės (1) gaunama formulė (10), kur a_i yra i -tojo įėjimo vektoriaus aktyvacijos funkcijos argumentas, x_{ik} yra i -tojo įėjimo vektoriaus k -atoji komponentė.

$$a_i = \sum_{k=1}^p w_k x_{ik} \quad (10)$$

Tad i -tasis perceptrono išėjimas y_i yra $y_i = f(a_i)$. Tada funkcijos (7) išvestinė yra formulė (11).

$$\frac{\partial e(w)}{\partial w_k} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - t_i)^2 \right)' = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n ((y_i - t_i)(f'(a_i)) \left(\sum_{k=1}^p x_{ik} \right)) \quad (11)$$

Tada bendru atveju perceptrono mokymo taisyklė (8) yra funkcija (12).

$$w_k(t+1) = w_k(t) - \eta \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n ((y_i - t_i)(f'(a_i)) \left(\sum_{k=1}^p x_{ik} \right)) \quad (12)$$

Naudojantis apmokytu perceptronu galima nustatyti ar duotas duomenų vektorius \mathbf{x}' priklauso klasei c . Pirmiausiai randamas skiriamasis paviršius (angl. decision boundary). Skiriamasis paviršius - tai kreivė, gaunama iš formulės (1) su apmokyto perceptrono svoriais ir kai $a = d$, kur d yra konstanta, su kuria vektoriai, kurie patenkina sąlygą $d \geq f(a)$, yra interpretuojami kaip nepriklausantys klasei c . Pavyzdžiui, aktyvacijos funkcijos (3) konstanta $d = 0,5$. Skiriamasis paviršius padalina duomenų vektorių erdvę į du regionus. Jei \mathbf{x}' priklauso regionui, kuriame vektoriai patenkina sąlygą $a > d$, kur a randamas naudojant formulę (1) su apmokyto perceptrono svoriais ir $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_p\} = \mathbf{x}'$, tai \mathbf{x}' priklauso klasei c , kitu atveju - ne.

1.3.2. Dirbtiniai neuroniniai tinklai

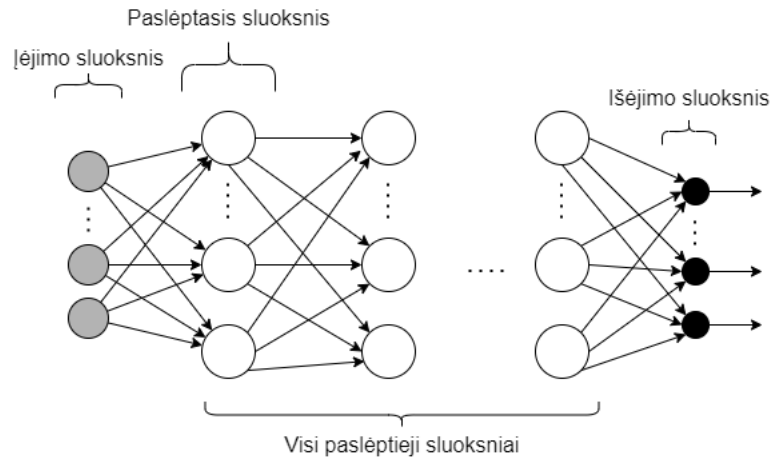
Dirbtiniai neuroniniai tinklai (angl. artificial neural networks) yra jungūs tinklai, kurių viršūnės yra perceptronai, ir kurių orientuotos briaunos sujungia 2 perceptronus, iš kurių vieno perceptrono išėjimas yra naudojamas kaip kito perceptrono įėjimas. Vienas iš dirbtinio neuroninio tinklo sprendžiamų uždavinių yra klasifikavimo uždavinys.

Pagal tinklo struktūrą dirbtiniai neuroniniai tinklai yra skirstomi į tiesioginio sklido (angl. feedforward) ir grįžtamojo ryšio (angl. feedback). Grįžtamojo ryšio dirbtiniai neuroniniai tinklai turi bent vieną ciklą, o tiesioginio sklido neturi nei vieno ciklo. Tiesioginio sklido neuroniniai tinklai, dėl savo paprastumo, reikalauja trumpesnio apmokymo laiko nei grįžtamojo ryšio neuroniniai tinklai. Tai viena iš priežasčių, lemiančių didesnę tiesioginio sklido neuroninių tinklų populiarumą.

Tiesioginio sklido tinklai yra grupuojami į vienasluoksnius perceptronus, daugiasluoksnius perceptronus ir radialinių funkcijų tinklus. Šiame darbe tiriami dirbtiniai neuroniniai tinklai, konvoliuciniai ir kapsuliniai neuroniniai tinklai, yra daugiasluoksnių perceptronų plėtiniai. Daugiasluoksnius perceptronas (angl. multilayer perceptron) yra dirbtinis neuroninis tinklas, kurio perceptronai yra sugrupuoti į sluoksnius, kuriuose gali būti skirtingas skaičius perceptronų. Kiekviename sluoksnyje esantys perceptronai turi tą pačią aktyvavimo funkciją.

Daugiasluoksnio perceptrono sluoksniai yra išsidėstę eilėje ir kiekviename sluoksnyje esančių visų perceptronų išėjimai yra tolimesnio sluoksniu visų perceptronų įėjimai. Pirmasis sluoksnius yra vadinamas įėjimo sluoksniu ir jis susideda ne iš perceptronų, o iš mokymo duomenų vektorių \mathbf{x} komponentų. Paskutinis sluoksnius yra išėjimo sluoksnius ir jame yra tiek perceptronų kiek yra nagrinėjamų klasių, kiekvienai klasei yra priskiriamas ją atitinkantis perceptronas. Išėjimo sluoksniu perceptronų išėjimų reikšmės priklauso nuo juose naudojamos aktyvacijos funkcijos. Likę

sluoksniai yra vadinami paslėptaisiais sluoksniais. Daugiasluoksnis perceptronas yra pavaizduotas 2 paveikslėlyje.



2 pav. Daugiasluoksnis perceptronas

Daugiasluoksnis perceptronas pateiktam vektoriui \mathbf{x}' priskiria klasę, kuri buvo priskirta išėjimo sluoksnio perceptronui, kurio išėjimo reikšmė buvo didžiausia iš visų išėjimo sluoksnio perceptronų.

Tam kad daugiasluoksnis perceptronas galėtų atlikti klasifikavimą, jis turi būti apmokytas. Kaip ir perceptronas, daugiasluoksnis perceptronas yra apmokomas iteratyviai keičiant visų perceptronų svorius naudojant formulę (8). Išėjimo sluoksnio perceptronams yra naudojama bendra formulė (12). Tačiau ši funkcija, paslėptųjų sluoksnių perceptronų mokymui, yra nenaudojama, nes nėra apibrėžta nuostolių funkcija $e(w)$, mat funkcijai $e(w)$ yra reikalingi perceptronų išėjimai, kurie yra nežinomi. Tad paslėptųjų perceptronų svoriai yra keičiami naudojant klaidos sklaidimo atgal algoritimą (angl. back-propagation learning algorithm).

Klaidos sklaidimo atgal algoritmas yra gradientinio nusileidimo strategijos realizacija daugiasluoksniui perceptronui. Šio algoritmo veikimo santrauka: randamas i -tosios iteracijos išėjimo vektorius $Y_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{id})$, apskaičiuojama i -tosios iteracijos išėjimo sluoksnio perceptronų paklaidos $e_i(w)$, apskaičiuojami paslėptųjų sluoksnių perceptronų paklaidos, kiekvienam sluoksniui naudojant jo tolimesnių sluoksnių perceptronų paklaidas, ir pakeičiant svorius naudojantis gautomis paklaidomis.

Išėjimo perceptronų paklaidos randamos naudojant formulę (7). Tad bendru atveju išėjimo sluoksnių svoriai yra keičiami naudojant formulę (12). Įvedamas lokalaus gradiento žymėjimas (13), kur y_{ij} yra gauta išėjimo reikšmė, t_{ij} - norima išėjimo reikšmė su i -tuoju įėjimo vektoriumi j -tajam perceptronui, a_{ij} apskaičiuojamas pagal lygtį (1) naudojant j -tojo perceptrono svorius ir i -tąjį įėjimo vektorių ir f - aktyvacijos funkcija. Įsistačius šį žymėjimą į formulę (12) gaunama funkcija (14).

$$\xi_i^j = (y_{ij} - t_{ij})(f'(a_{ij})) \quad (13)$$

$$w_j(t+1) = w_j(t) - \eta \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i^j \left(\sum_{k=1}^p x_{ik} \right) \quad (14)$$

Remiantis darbu [Hay04], lokalus gradientas ξ^j yra apskaičiuojamas pagal formulę (15), kur P_j yra aibė perceptronų, prijungtų prie j -tojo perceptrono išėjimo, w_{bj} - b -tojo ir j -tojo perceptronų jungties svoris.

$$\xi_i^j = f'(a_{ij}) \sum_{b \in P_j} \xi_i^b w_{bj} \quad (15)$$

Tad bendru atveju daugiasluksnio perceptrono svoriai yra keičiami naudojantis formule (16).

$$w_j(t+1) = w_j(t) - \eta \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \left(f'(a_{ij}) \left(\sum_{b \in P_j} \xi_i^b w_{bj} \right) \left(\sum_{k=1}^p x_{ik} \right) \right) \quad (16)$$

Egzistuoja įvairūs metodai naudojami pradinių svorių parinkimui. Tačiau analizuoto šaltinio [Rou06] tyrimai neįrodė, kad vienas iš jų būtų pranašesnis už kitus. Todėl šio magistro baigiamojo darbo tyrimams pradiniai svoriai yra parenkami atsitiktinai.

Procesas, kurio metu yra įvykdomas klaidos sklidimo atgal algoritmas su kiekvienu įėjimo vektoriumi iš mokymo duomenų aibės po vieną kartą, yra vadinamas epocha. Daugiasluksnio perceptrono apmokymas gali būti vykdomas nurodytą kiekį epochų arba perceptrono apmokymo epochos gali būti vykdomos tol kol nepasiekiamas norimas tikslumas naudojantis validacijos duomenimis. Šiame magistro baigiamajame darbe dirbtinių neuroninių tinklų palyginimui yra naudojami tik apmokymo laiko ir tikslumo kriterijai. Tad tyrime vykdomų epochų skaičiai yra konstantos. Naudojant tą patį epochų skaičių dviems skirtingiems dirbtiniams neuroniniams tinklams, dėl skirtingos tinklų struktūros, apmokymo epochos laikas skiriasi. Tad nurodant tą patį kiekį epochų skirtinguose dirbtinių neuroninių tinklų apmokymuose galima palyginti jų tikslumą ir apmokymo laiką.

Su kiekviena epocha dirbtinis neuroninis tinklas vis tiksliau klasifikuoja apmokymo duomenų vektorius. Tačiau apmokymo duomenys tėra tik poaibis realaus pasaulio duomenų, vadinamų populiacija. Apmokymo duomenys niekada nėra pilnai reprezentatyvūs populiacijai. Todėl po tam tikro skaičiaus epochų, dirbtinio neuroninio tinklo tikslumas priskiriant populiacijos vektorius, kurie nepriklauso apmokymo duomenims, ima mažėti. Ši problema yra vadinama persimokymu (angl. overfitting). Tad dirbtinio neuroninio tinklo tikslumo, kuris būtų reprezentatyvus populiacijai, nustatymui, yra taikomi įvairūs metodai. Du populiariausi šių metodų pavyzdžiai yra n -dalių kryžminis validavimas (angl. n -folds cross validation) ir validavimas su testiniais duomenimis. Šiame magistro baigiamajame darbe naudojamas metodas yra validavimas su testiniais duomenimis, nes šiuo metodu apskaičiuotų dviejų dirbtinių neuroninių tinklų tikslumų palyginimas yra lengviau interpretuojamas.

Apmokytų dirbtinių neuroninių tinklų tikslumo nustatymui, naudojant validavimą su testiniais duomenimis, turimų duomenų aibė yra padalinama į du poaibius: apmokymo duomenis ir testavimo duomenis. Apmokymo duomenys yra naudojami tik apmokymo procesui. Tuo metu testavimo

duomenys yra naudojami apskaičiuoti tikslumui. Šių duomenų vektoriams apmokyti dirbtiniai neuroniniai tinklai priskiria po klasę, kuri yra palyginama su tikrąja vektoriaus klase. Tada apskaičiuojamas tikslumas, naudojantis formule $acc = \frac{m}{n}$, kur m yra skaičius vektorių, kuriems priskirta klasė sutapo su jų tikrąja klase ir n - testavimo duomenų vektorių kiekis.

1.3.3. Gilieji neuroniniai tinklai

Kaip jau minėta praeitame poskyryje tiek konvoliuciniai, tiek kapsuliniai neuroniniai tinklai yra daugiasluoksnio perceptrono plėtiniai. Abu šie plėtiniai priklauso daugiasluoksnio perceptrono plėtinių klasei, giliesiems neuroniniams tinklams (angl. deep neural networks). Pirmasis giliojo dirbtinio neuroninio tinklo aprašymas yra pateiktas darbe [IL65]. Gilusis neuroninis tinklas – tai daugiasluoksnis perceptronas, turintis daugiau nei vieną paslėptąjį sluoksnį. Šie neuroniniai tinklai dažniausiai būna žymiai sudėtingesni nei paprasti daugiasluoksniai perceptronai. Tad jų apmokymas trunka ilgiau, bet jų tikslumas yra ženkliai didesnis nei paprastų daugiasluoksnių perceptronų.

Šių neuroninių tinklų apmokymuose gradientinio nusileidimo strategija grįstas algoritmas, klaidos sklidimo atgal, gali būti pakeistas algoritmu, grįstu stochastinio gradientinio nusileidimo strategija. Pagrindinis skirtumas tarp algoritmų grįstų gradientinio nusileidimo strategija ir stochastinio gradientinio nusileidimo strategija yra funkcija naudojama svorių keitimui. Gradientinio nusileidimo strategija naudoja funkciją (9), o stochastinio gradientinio nusileidimo strategija grįsti algoritmai naudoja funkciją (17), kur gradientas Δw_{ki} , yra i -tojo įėjimo vektoriaus paklaidos išvestinė svoriams $\Delta w_{ki} = \frac{\partial e_i(w)}{\partial w}$.

$$w_k(t+1) = w_k(t) - \eta \Delta w_{ki} \quad (17)$$

Labai dažnai giliųjų neuronų apmokymuose stochastinio gradientinio nusileidimo strategija yra praplečiama inercijos (angl. momentum) metodu. Tokiu atveju svoriai keičiami pagal funkciją (18), kur Δw yra svorių pokytis praeitoje iteracijoje, o α - teigiama konstanta intervale (0, 1), vadinama inercijos konstanta (angl. momentum constant).

$$w_k(t+1) = w_k(t) - \eta \Delta w_{ki} + \alpha \Delta w \quad (18)$$

Taip pat labai dažnai šių neuroninių tinklų vienoje iteracijoje yra naudojamas ne vienas įėjimo vektorius, bet apmokymo duomenų poaibis, vadinamas duomenų rinkiniu (angl. batch). Duomenų rinkiniai sudaromi parenkant iš apmokymo duomenų nurodytą skaičių vektorių, kurie nebuvo naudojami praeitose iteracijose n -tąją kartą. Jei tokių vektorių nėra arba yra nepakankamai, kad sudaryti naują duomenų rinkinį su nurodytu dydžiu, tai trūkstami vektoriai yra parenkami tokie, kurie nebuvo naudoti praeitose iteracijose $(n+1)$ -tąją kartą. n pradedamas skaičiuoti nuo vieneto. Šiame magistro baigiamajame darbe apmokymai yra vykdomi naudojant duomenų rinkinius.

Jei dirbtinio neuroninio tinklo apmokyme yra naudojami duomenų rinkiniai, kurių dydis yra didesnis negu 1, tai tada yra naudojama modifikuota stochastinio gradientinio nusileidimo strategija, kurioje gradientas yra apskaičiuojamas naudojantis ne visus apmokymo duomenis, bet tik iteracijos duomenų rinkinio. Stochastinio gradientinio nusileidimo strategija ir jos modifikacijos yra vadi-

namos optimizavimo algoritmais, nes šių algoritmų paskirtis yra optimizuoti nuostolių funkciją (angl. loss function, cost function arba objective function). Nuo pasirinkto algoritmo priklauso apmokymo trukmė. Šių algoritmų pavyzdžiai yra AdaGrad, prisitaikančio gradiento (angl. adaptive gradient); RMSProp, šaknies vidurkio kvadrato išskleidimo (angl. root mean square propagation); AdaDelta ir Adam, prisitaikančios inercijos apskaičiavimo (angl. adaptive moment estimation), algoritmai. Šiame magistro baigiamajame darbe yra naudojamas vienas populiariausių modifikacijų - Adam algoritmas.

Adam algoritmas yra aprašytas darbe [KB15]. Šis algoritmas apjungia algoritmų RMSProp ir AdaGrad privalumus bei darbe [KB15] yra pateikiamas empirinis įrodymas, kad Adam algoritmas veikimas yra sparčiausias iš tame darbe nagrinėtų algoritmų. Pirmas Adam algoritmo žingsnis yra apskaičiuoti gradientą t -ajai iteracijai g_t , naudojantis formulę (19), kur $\Delta l(g_{t-1})$ yra funkcijos l išvestinė svoriams ir l yra nuostolių funkcija.

$$g_t = \Delta l(g_{t-1}) \quad (19)$$

Antras šio algoritmo žingsnis yra apskaičiuoti t -ajai iteracijai eksponentiškai mažėjantį praeitų kvadratu pakeltų gradientų vidurkį v_t , naudojantis formulę (21), ir eksponentiškai mažėjantį praeitų gradientų vidurkį, naudojantis formulę (20), kur β_1 ir β_2 yra nurodomos konstantos.

$$m_t = \beta_1 m_{t-1} + (1 - \beta_1) g_t \quad (20)$$

$$v_t = \beta_2 v_{t-1} + (1 - \beta_2) g_t^2 \quad (21)$$

Pirmojoje iteracijoje $t = 1$ naudojami $m_0 = 0$ ir $v_0 = 0$. Darbe [KB15] pateikiama, kad parametrai v_t ir m_t yra linkę konverguoti į 0. Tad tolimesnis Adam algoritmo žingsnis apskaičiuoja koreguotas šių parametrų reikšmes \hat{v}_t ir \hat{m}_t naudodamas formules (23) ir (22).

$$\hat{m}_t = \frac{m_t}{1 - \beta_1^t} \quad (22)$$

$$\hat{v}_t = \frac{v_t}{1 - \beta_2^t} \quad (23)$$

Paskutinis šio algoritmo žingsnis yra svorių korekcija naudojantis formule (24), kur w_t yra t -osios iteracijos svorių aibė, α nurodyta konstanta, vadinama mokymosi žingsnio dydžiu (angl. learning step size), ir ϵ yra labai mažas skaičius, naudojamas tam kad išvengti dalybos iš 0.

$$w_t = w_{t-1} - \alpha \frac{\hat{m}_t}{\sqrt{\hat{v}_t} + \epsilon} \quad (24)$$

Darbe [KB15] atlikti tyrimai parodė, kad Adam algoritmas veikia sparčiausiai su parametrų reikšmėmis - $\alpha = 0.001$, $\beta_1 = 0.9$, $\beta_2 = 0.999$ ir $\epsilon = 10^{-8}$. Tad šiame magistro baigiamajame darbe yra naudojamos būtent šitos parametrų reikšmės.

Naudojamos nuostolių funkcijos optimizavimo algoritmuose priklauso nuo giliojo neuroninio tinklo tipo ir išėjimo sluoksnio aktyvacijos funkcijos. Pavyzdžiui, konvoliucinis neuroninis tink-

las su išėjimo sluoksnio aktyvacijos funkcija SoftMax naudoja kryžminės entropijos (angl. cross-entropy) nuostolių funkciją. Giliojo neuroninio tinklo apmokymas yra svorių radimas, su kuriais nuostolių funkcija įgyja kiek galima mažiausią reikšmę.

1.4. Daugiavaizdžių konvoliucinių dirbtinių neuroninių tinklų apžvalga

1.4.1. Konvoliucija

Konvoliuciniai neuroniniai tinklai yra vieni populiariausių giliųjų neuroninių tinklų. Pirmą kartą sėkmingai įgyvendintas konvoliucinis neuroninis tinklas yra aprašytas darbe [LBD⁺89]. Šis tinklas yra skirtas ranka rašytiems pašto kodams atpažinti. Konvoliucinis neuroninis tinklas – tai gilusis neuroninis tinklas, kurio bent viename sluoksnyje yra naudojama konvoliucijos operacija, dar vadinama sąsuka. Konvoliucija - tai matematinė operacija, kurios operandai yra dvi funkcijos f ir g , ir kurios rezultatas yra funkcija, kuri apibūdina kaip viena funkcija keičia kitą. Ši operacija yra žymima $f * g$ ir ji yra apibrėžiama kaip integralinės transformacijos rūšis pavaizduota formulėje (25), kur a ir b nurodo funkcijų f ir g apibrėžimo sritį.

$$(f * g)(t) = \int_a^b f(\tau)g(t - \tau)d\tau \quad (25)$$

Konvoliucijos algebros savybės yra komutatyvumas ($f * g = g * f$), asociatyvumas ($f * (g * h) = (f * g) * h$), distributyvumas ($f * (g + h) = (f * g) + (f * h)$), vienetinis elementas $f * \delta = \delta * f = f$ ir daugybos su skaliaru asociatyvumas ($c(f * g) = (cf) * g = f * (cg)$, kur $c \in \mathbb{R}$).

Dažniausiai konvoliuciniuose neuroniniuose tinkluose yra vykdoma konvoliucija diskrečioms funkcijoms. Konvoliucija, kurios operandai yra diskrečios funkcijos yra vadinama diskreti konvoliucija ir ji yra apibrėžiama kaip formulė (26), kur a ir b nurodo funkcijų f ir g apibrėžimo sritį.

$$(f * g)(t) = \sum_{\tau=a}^b f(\tau)g(t - \tau) \quad (26)$$

Šio magistro baigiamojo darbo tyrimuose yra naudojamos 2D nuotraukos, kurios yra saugomos kaip dviejų dimensijų vaizdai, vadinamos matricomis. Diskreti konvoliucija matricoms yra atliekama naudojantis formulę (27).

$$(I * K)(i, j) = \sum_m \sum_n I(m, n)K(i - m, j - n) \quad (27)$$

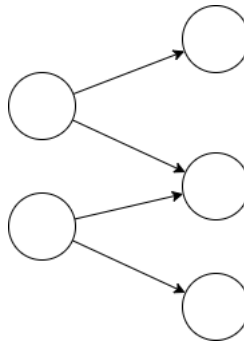
Konvoliuciniuose neuroniniuose tinkluose matrica I yra vadinama įvestimi, o matrica K - branduoliu arba filtru. Konvoliucija yra komutatyvi, todėl formulė (27) gali būti išreikšta kaip (28).

$$(K * I)(i, j) = \sum_m \sum_n I(i - m, j - n)K(m, n) \quad (28)$$

Dažniausiai ši išraiška yra naudojama konvoliuciniuose neuroniniuose tinkluose. Branduolys K dažniausiai yra žymiai mažesnio dydžio nei įvesties matrica I ir K dažniausiai yra išretinta matrica (angl. sparse matrix). Išretinta matrica yra matrica, kurios didžioji dalis elementų yra lygūs

0. Konvoliucijos naudojimas giliuosiuose neuroniniuose patobulina mokymosi procesą dėl konvoliucijos principų - išretintos sąveikos (angl. sparsity), parametrų pasidalinimo ir ekvivalentiško atvaizdavimo.

Paprastame daugiasluoksniame perceptrone kiekvieno sluoksnio visi perceptronai turi po vieną jungtį su tolimesnio sluoksnio kiekvienu perceptronu. Tuo metu konvoliuciniuose tinkluose yra taikoma išretinta sąveika. Išretinta sąveika - tai konvoliucijos padarinys dirbtiniam neuroniniam tinklui, dėl kurios sluoksniuose, kuriuose taikoma konvoliucija, sumažėja jungčių skaičius su tolimesnio sluoksnio perceptronais. Išretintos sąveikos tarp dviejų sluoksnių pavyzdys yra pateiktas 3 paveikslėlyje.



3 pav. Išretinta sąveika

Dėl išretintos sąveikos konvoliuciniai neuroniniai tinklai atsižvelgia tik į reikšmingus požymius. Todėl konvoliucinių neuroninių tinklų mokymas trunka trumpiau ir triukšmas turi mažesnę įtaką rezultatui.

Kitas principas dėl kurio konvoliuciniai neuroniniai tinklai yra spartesni nei daugiasluoksniai perceptronai yra parametrų pasidalinimas. Parametrų pasidalinimas - tai principas, kuriuo remiantis bent vienas parametras yra panaudojamas daugiau nei vienai funkcijai. Konvoliucinių neuroninių tinklų atveju kiekvienas branduolio narys yra naudojamas kiekvienam įvesties nariui. Tuo metu daugiasluoksniame perceptrone, kurio svoriai yra matricos, kiekvienas svorio matricos narys yra naudojamas tik vienam įvesties nariui. Todėl svoriai užima mažiau vietos kompiuterio atmintyje.

Paskutinis principas yra ekvivalentiškumas. Funkcija $f(x)$ yra ekvivalenti funkcijai $g(x)$ jei patenkinama lygybė $f(g(x)) = g(f(x))$. Konvoliucija yra ekvivalenti daugeliui matricos transformacijos funkcijų. Šio principo nauda pasireiškia jei turima nedidelio skaičiaus kaimyninių pikselių funkcija yra naudinga, kai ji yra pritaikoma daugelyje įvesties vietų.

1.4.2. Konvoliucinio neuroninio tinklo sluoksnių tipai

Konvoliucinio neuroninio tinklo sluoksniai yra skirstomi į tipus. Pagrindinis konvoliucinio neuroninio tinklo sluoksnio tipas yra konvoliucijos sluoksnis. Šio sluoksnio paskirtis yra padalinti kiekvieną įėjimo vaizdą į lokalius fragmentus ir nustatyti kiekvieno fragmento atitikimą kiekvienam požymiui naudojantis konvoliucija. Konvoliucijos sluoksnio parametrai yra filtrų skaičius ir jų dimensijos bei lango žingsnis - per kiek pozicijų langas yra paslenkamas kuriant lokalius vaizdo fragmentus. Šio sluoksnio rezultatas yra požymių žemėlapiai (angl. feature map). Šiuose žemėla-

piuose yra saugoma informacija - kiekvieno fragmento atitikimas konkrečiam požymiui. Kiekvienas požymių žemėlapis yra sudaromas naudojantis unikalų, tik jam priskirtą filtrą. I-tasis požymių žemėlapis $Y_i^{(l)}$, priklausantis l-tajam sluoksniui, yra apskaičiuojamas pagal formulę (29), kur Y_j^{l-1} yra j-tasis praeitas sluoksniu, $m_1^{(l-1)}$ - praeito sluoksnio perceptronų išėjimų skaičius, $K_{i,j}^{(l)}$ - naudojamas filtras l-tajame sluoksnyje apskaičiuoti i-tąjį požymių žemėlapį j-tajam įėjimo vaizdui, ir $B_i^{(l)}$ - tai i-toji l-sluoksnio postūmio matrica (angl. bias matrix). Konvoliucijos sluoksnio perceptronų išėjimai yra šie žemėlapiai.

$$Y_i^{(l)} = B_i^{(l)} + \sum_{j=1}^{m_1^{(l-1)}} K_{i,j}^{(l)} * Y_j^{l-1} \quad (29)$$

Po konvoliucijos sluoksnio tolimesnio sluoksnio tipas konvoliuciniame neuroniniame tinkle yra netiesiškumo sluoksniu (angl. non-linearity layer). Šis sluoksniu yra sudarytas iš aktyvacijos funkcijos ir šio sluoksnio rezultatas yra šios funkcijos rezultatas, vadinamas aktyvacijos žemėlapiu. Kitaip tariant netiesiškumo sluoksnio rezultatas yra formulė $Y_i^{(l)} = f(Y_i^{(l-1)})$. Netiesiškumo sluoksnio aktyvacijos funkcija gali būti bet kuri funkcija, kuri taip pat yra naudojama ir vienasluoksnyje perceptrone, ir kurios argumentas yra matrica ir rezultatas yra matrica, kurios matmenys yra lygūs argumento matricos matmenims. Dažniausiai aktyvacijos funkcijos yra sigmoidinė, hiperbolinio tangento ir ištaisymo tiesinė (angl. rectified linear function (ReLU)) funkcijos.

Po netiesiškumo sluoksnio tolimesnis sluoksniu konvoliuciniame neuroniniame yra ištaisymo sluoksniu (angl. rectification layer). Šiame sluoksnyje aktyvacijos žemėlapio reikšmės yra padaromos absoliučiomis. Kitaip tariant ištaisymo sluoksniu yra formulė $Y_i^{(l)} = |Y_i^{(l-1)}|$.

Dažniausiai konvoliuciniuose tinkluose netiesiškumo ir ištaisymo sluoksniai yra apjungiami į vieną. Pats paprasčiausias šių sluoksnių apjungimas yra formulė $Y_i^{(l)} = |f(Y_i^{(l-1)})|$. Kitas labai populiarus apjungimo metodas yra naudoti ištaisymo tiesinę funkciją (angl. rectified linear unit (ReLU)) kaip aktyvacijos funkciją. Ištaisymo tiesinė funkcija yra $f(x) = \max(0, x)$. Ši funkcija yra gana paprasta. Tad jos naudojimas paspartina apmokymo procesą. Taip pat ištaisymo tiesinė funkcija padaro išretinimą dar aktualesniu, nes neigiamas reikšmes ši funkcija pakeičia nuliais. Dažniausiai konvoliuciniuose neuroniniuose tinkluose yra taikomos ištaisymo tiesinės funkcijos variacijos - su triukšmu (angl. noisy ReLU), pavaizduota lygtyje (30), kur Y yra normalusis pasiskirstymas ($Y \sim \mathcal{N}(0, \sigma(x))$), ir nesandari (angl. leaky ReLU), pavaizduota formulėje (31), ištaisymo tiesinės funkcijos.

$$f(x) = \max(0, x + Y) \quad (30)$$

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{jei } x > 0 \\ 0.01x, & \text{jei } x \leq 0 \end{cases} \quad (31)$$

Taip pat dažnai kaip aktyvacijos funkcija yra naudojama softplus funkcija. Softplus funkcija yra $f(x) = \ln(1 + e^x)$. Šios funkcijos patenkina sąlygą $f(x) > 0$. Tad šių funkcijų rezultatai yra lygūs absoliučioms reikšmėms. Todėl ištaisymo sluoksniu tampa nereikšmingas.

Po kelių konvoliucinių, netiesiškumo ir ištaisymo sluoksnių dažniausiai konvoliuciniame neuroniniame tinkle tolimesnis sluoksnis yra sujungimo sluoksnis (angl. pooling layer). Šio sluoksnio tikslas yra sumažinti aktyvacijos žemėlapių dydžius. Tokiu būdu pagreitinant apmokymo procesą ir sumažinant persimokymą. Sujungimo sluoksnis turi 2 parametrus - filtro dydį $F^{(l)} \in \mathbb{N}$ ir žingsnio dydį $S^{(l)} \in \mathbb{N}$. Šio sluoksnio įvestis yra trimatis vaizdas, kurio dimensijos yra $m_1^{(l-1)} \times m_2^{(l-1)} \times m_3^{(l-1)}$, ir išvestis yra trimatis vaizdas, kurio dimensijos yra $m_1^{(l)} \times m_2^{(l)} \times m_3^{(l)}$, kurios yra paskaičiuojamos pagal formules (32).

$$\begin{aligned} m_1^{(l)} &= m_1^{(l-1)} \\ m_2^{(l)} &= \frac{m_2^{(l-1)} - F^{(l)}}{S^{(l)}} + 1 \\ m_3^{(l)} &= \frac{m_3^{(l-1)} - F^{(l)}}{S^{(l)}} + 1 \end{aligned} \quad (32)$$

Išvesties vaizdo skaičiavimas vyksta sukuriant $F^{(l)} \times F^{(l)}$ dydžio langą ir slenkant jį per kiekvieną įvesties matricą per $S^{(l)}$ pozicijų. Kiekvienoje lango pozicijoje yra apskaičiuojama viena skaliarinė reikšmė. Dažniausiai ši reikšmė gaunama naudojant maksimalaus sujungimo metodą (angl. max pooling). Naudojant šį metodą apskaičiuojama reikšmė lange yra lygi maksimaliai reikšmei, kuri yra lange. Kitas dažnai naudojamas metodas yra vidutinis sujungimas (angl. average pooling). Naudojant šį metodą apskaičiuojama reikšmė lange yra lygi visų lango reikšmių vidurkiui. Maksimalaus sujungimo metodas yra pranašesnis, nes apmokymo procesas yra spartesnis ir tikslesnis, kai yra naudojamas šis metodas sujungimo sluoksniuose. Jei yra patenkinama sąlyga $F^{(l)} > S^{(l)}$, tai langai persidengs ir sujungimo sluoksnis su persidengiančiais langais yra vadinamas persidengiančiu sujungimo sluoksniu (angl. overlapping pooling layer). Kitu atveju - langai nepersidengia ir toks sluoksnis vadinamas nepersidengiančiu sujungimo sluoksniu (angl. non-overlapping pooling layer).

Kitas sluoksnio tipas naudojamas konvoliuciniame neuroniniame tinkle yra pilnai sujungtas sluoksnis (angl. fully connected layer). Šis sluoksnis yra daugiasluoksnis perceptronas, kurio įvestis yra trimatis vaizdas. Jei praeitas sluoksnis irgi yra pilnai sujungtas sluoksnis, tai aktyvacijos funkcijos argumentas $a_i^{(l)}$ yra gaunamas pagal formulę (33), kitu atveju naudojama formulė (34). Pilnai sujungto sluoksnio rezultatas yra klasių tikimybės.

$$a_i^{(l)} = \sum_{j=1}^{m_1^{(l-1)}} w_{ij}^{(l)} y_i^{(l-1)} \quad (33)$$

$$a_i^{(l)} = \sum_{j=1}^{m_1^{(l-1)}} \sum_{r=1}^{m_2^{(l-1)}} \sum_{s=1}^{m_3^{(l-1)}} w_{ijrs}^{(l)} (y_i^{(l-1)})_{rs} \quad (34)$$

Konvoliucinio neuroninio tinklo apmokymas – tai procesas, kurio metu yra nustatomos konvoliucijos sluoksnių filtrų ir pilnai sujungtų sluoksnių svorių reikšmės su kuriomis nuostolių funkcija įgyja apytiksliai mažiausias reikšmes. Šiame magistro baigiamajame darbe tiriamo konvoliucinio

neuroninio tinklo išėjimo netiesiškumo sluoksnio aktyvacijos funkcija yra softmax. Ši funkcija yra atvaizduota formulėje (35), kur $i = 1, 2, \dots, K - 1, K$; K - klasių skaičius ir funkcijos argumentas $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_{K-1}, z_K) \in \mathbb{R}^K$.

$$f_i(\mathbf{z}) = \frac{e^{z_i}}{\sum_j^K e^{z_j}} \quad (35)$$

Softmax funkcija yra logistinės regresijos apibendrinimas daugeliui klasių, kuri mažesnes reikšmes sumažina, o didesnes padidina. Šiai aktyvacijos funkcijai yra taikoma kryžminės entropijos (angl. cross-entropy) nuostolių funkcija, atvaizduota formulėje (36).

$$L_i = -\log\left(\frac{e^{z_i}}{\sum_j^K e^{z_j}}\right) \quad (36)$$

Kryžminė entropija tarp tikrojo diskretaus pasiskirstymo $p(x)$, kur p yra vektorius sudarytas iš 0 ir vieno 1 pozicijoje x , ir gauto diskretaus pasiskirstymo $q(x)$, atvaizduoto funkcijoje (38), yra apibrėžta formulėje (37).

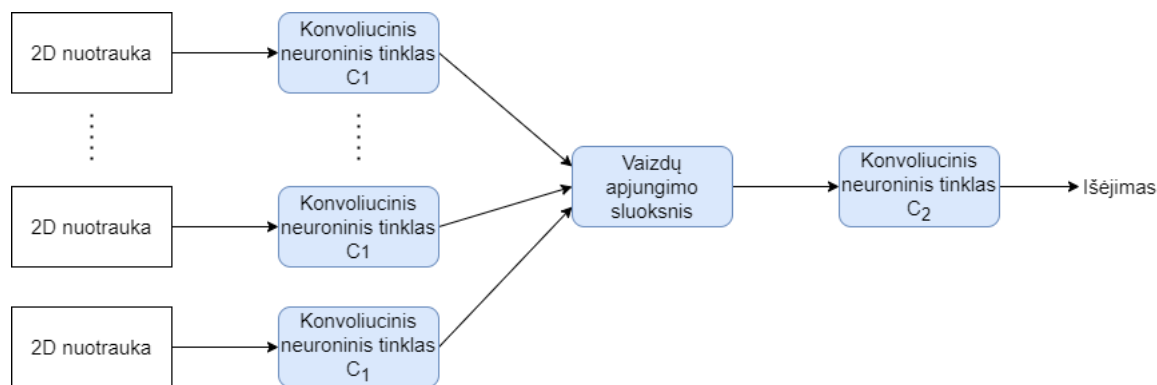
$$H(p, q) = -\sum_{x=1}^K p(x) \log(q(x)) \quad (37)$$

$$q(x) = \frac{e^{z_x}}{\sum_j^K e^{z_j}} \quad (38)$$

1.4.3. Daugiavaizdis konvoliucinis neuroninis tinklas

Daugiavaizdis konvoliucinis neuroninis tinklas yra aprašytas darbe [SMK⁺15]. Daugiavaizdis konvoliucinis neuroninis tinklas - tai konvoliucinis neuroninis tinklas, turintis vieną vaizdų sujungimo sluoksnį (angl. view pooling layer). Vaizdų sujungimo sluoksnis - tai sluoksnis, kuriame kiekvieno duomenų rinkinio požymių žemėlapių rinkiniai, vadinami vaizdais, yra apjungiami. Vaizdų apjungimas yra atliekamas padalinant visus vaizdus į grupes su nurodytu tuo pačiu dydžiu, ir išsirenkant iš kiekvienos grupės po tiksliausią požymių žemėlapių rinkinį.

Daugiavaizdžio konvoliucinio neuroninio tinklo apmokymas vyksta dvejais etapais. Pirmasis etapas yra pasirinkto konvoliucinio neuroninio tinklo apmokymas. Tada antrasis etapas yra vaizdų apjungimo sluoksnio įterpimas ir apmokymo pratęsimas. Šis sluoksnis padalina apmokytą konvoliucinį neuroninį tinklą į du tinklus C_1 ir C_2 . Tęsiant apmokymą, kiekviena 2D nuotrauka atskirai pereis C_1 tinklą. Tada vaizdų apjungimo sluoksnyje šios nuotraukos bus apjungiamos. Pabaigoje vaizdų apjungimo sluoksnio rezultatas pereis tinklą C_2 . Daugiavaizdis konvoliucinis neuroninis tinklas yra atvaizduotas 4 paveikslėlyje.



4 pav. Daugiavaizdis konvoliucinis neuroninis tinklas

Darbo [SMK⁺15] autoriai teigia, kad teoriškai vaizdų apjungimo sluoksnį galima įterpti į bet kurią apmokyto konvoliucinio tinklo vietą. Tačiau tame darbe atlikti tyrimai parodė, kad didžiausias tikslumas yra pasiekiamas įterpus šį sluoksnį šalia paskutinio konvoliucijos sluoksnio.

Daugiavaizdžiai konvoliuciniai neuroniniai tinklai dažniausiai yra naudojami spręsti uždavinius su 2D nuotraukomis, kuriuose yra atvaizduoti 3D objektai. Tam 2D nuotraukos iš apmokymo duomenų yra sugrupuojamos pagal tai kokią 3D objektą jos atvaizduoja. Tada kelios šios grupės sudaro daugiavaizdžiui konvoliuciniui neuroniniui tinklui vieną apmokymo duomenų rinkinį.

Darbe [SMK⁺15] aprašytas daugiavaizdis konvoliucinis neuroninis tinklas pirmame apmokymo etape naudoja VGG-M architektūrą, kuri yra aprašyta darbe [CSV⁺14]. Tačiau darbe [SGW⁺18] yra pasirinkta VGG-11 architektūra ir darbe [SGW⁺18] atliktame tyrime daugiavaizdis konvoliucinis neuroninis tinklas pasiekė šiek tiek geresnius rezultatus. VGG-11 architektūra yra aprašyta darbe [SZ14]. Šios architektūros konfigūracija yra atvaizduota lentelėje 1. VGG-11 architektūroje po kiekvieno konvoliucijos ir pilnai sujungto sluoksnio, išskyrus paskutinio, tolimesnis sluoksnis yra apjungtas netiesiškumo ir ištaisymo sluoksnis su ištaisymo tiesine aktyvacijos funkcija. Tad, tam kad padaryti architektūros atvaizdavimą paprastesnį, šie sluoksniai nėra atvaizduoti lentelėje 1. Po paskutinio pilnai sujungto sluoksnio tolimesnis sluoksnis yra netiesiškumo sluoksnis su softmax aktyvacijos funkcija. Taip pat šioje architektūroje visų konvoliucinių sluoksnių branduolių matmenys yra 3x3 ir lango žingsnis yra 1. Tuo metu visų sujungimo sluoksnių langų matmenys yra 2x2, lango žingsniai yra 2 ir visi sujungimo sluoksniai naudoja maksimalaus sujungimo metodą. Tad lentelėje 1 šie parametrai nėra atvaizduojami.

Pirmame ir antrame apmokymo etape yra optimizuojama kryžminės entropijos nuostolių funkcija naudojantis Adam optimizavimo algoritmu. Antro etapo pradžioje vaizdų apjungimo sluoksnis yra įterpiamas tarp sluoksnių p_5 ir f_{c1} . Šio sluoksnio vaizdų grupių dydžiai yra lygūs 12.

1.5. Kapsulinių dirbtinių neuroninių tinklų apžvalga

Kapsuliniai neuroniniai tinklai yra aprašyti darbe [SFH17]. Kapsuliniai neuroniniai tinklai yra giliųjų neuroninių tinklų tipas, kurio sluoksnio perceptronai yra grupuojami į kapsules. Kiekviena kapsulė apskaičiuoja tikimybę, kad paveikslėlyje pavaizduotas objektas priklauso kažkuriai klasei, ir išgauna informaciją apie tokios objekto bruožus kaip pozicija, orientacija, mastelis, deformacija, spalva ir kitus panašius objekto bruožus. Pirminių kapsulių sluoksnyje nagrinėjami objektai yra

Sluoksnio žymėjimas	Sluoksnio tipas	Parametrai
	Iėjimo sluoksnis	Iėjimo matmenys = 224x224 RGB matrica
c_1	Konvoliucijos sluoksnis	Branduolių skaičius = 64
p_1	Sujungimo sluoksnis	
c_1	Konvoliucijos sluoksnis	Branduolių skaičius = 128
p_1	Sujungimo sluoksnis	
c_1	Konvoliucijos sluoksnis	Branduolių skaičius = 256
c_1	Konvoliucijos sluoksnis	Branduolių skaičius = 256
p_1	Sujungimo sluoksnis	
c_1	Konvoliucijos sluoksnis	Branduolių skaičius = 512
c_1	Konvoliucijos sluoksnis	Branduolių skaičius = 512
p_1	Sujungimo sluoksnis	
c_1	Konvoliucijos sluoksnis	Branduolių skaičius = 512
c_1	Konvoliucijos sluoksnis	Branduolių skaičius = 512
p_1	Sujungimo sluoksnis	
$f c_1$	Pilnai sujungtas sluoksnis	Neuronų skaičius = 4096
$f c_1$	Pilnai sujungtas sluoksnis	Neuronų skaičius = 4096
$f c_1$	Pilnai sujungtas sluoksnis	Neuronų skaičius = 1000
$f c_1$	Pilnai sujungtas sluoksnis	Aktyvacijos funkcija - softmax

1 lentelė. VGG-11 architektūra

paprastos geometrinės figūros. Tolimesniuose sluoksniuose objektai darosi sudėtingesni, jie ima atitikti realaus pasaulio objektus. Kapsulės tarp sluoksnių yra sujungiamos į hierarchiją. Taip kapsulinis neuroninis tinklas sukuria hierarchinę vaizdo reprezentaciją.

Pirmieji du sluoksniai kapsuliniame neuroniniame tinkle yra konvoliucijos sluoksnis ir apjungtas netiesiškumo ir ištaisymo sluoksnis su ištaisymo tiesine aktyvacijos funkcija. Šių sluoksnių tikslas yra išgauti pagrindinius požymius, kurie tolimesniame sluoksnyje yra naudojami objektų konstrukcijai.

Tolimesnio sluoksnio tipas yra pirminių kapsulių sluoksnis (angl. primary capsules). Šiame sluoksnyje aktyvacijos žemėlapiai yra konvertuojami į vektorius. Toliau kiekvienas vektorius atskirai yra pateikiamas squash funkcijai kaip argumentai. Squash funkcija yra formulė (39), kur $\|s\|$ yra visų matricos s narių suma.

$$squash(s) = \frac{\|s\|^2}{1 + \|s\|^2} \frac{s}{\|s\|} \quad (39)$$

Tolimesnių sluoksnių tipai yra kapsuliniai sluoksniai. Šiuose sluoksniuose yra vykdomas dinaminis maršrutizavimas tarp kapsulių (angl. dynamic routing between capsules). Dinaminis maršrutizavimas tarp kapsulių - tai iteratyvus procesas, kurio paskirtis yra apjungti kapsules tarp dviejų sluoksnių. Prieš pradedant iteratyvią proceso dalį, kiekvienai sluoksnio l kapsulei i ir sluoksnio $(l+1)$ kapsulei j yra inicializuojami kintamieji b_{ij} su reikšme 0. Taip pat kiekvienai kapsulių i ir j porai yra apskaičiuojami vektoriai $\hat{u}_{j|i}$ pagal formulę (40), kur W_{ij} yra svorio matrica tarp kapsulių i ir j bei u_i - tai kapsulės i išvestis.

$$\hat{u}_{j|i} = W_{ij} u_i \quad (40)$$

Tada pirmasis iteratyvaus proceso žingsnis yra apskaičiuoti apjungimo koeficientus c_{ij} kiekvienai kapsulių i ir j porai pagal softmax funkciją atvaizduota formulėje (41), kur n yra sluoksnio $(l + 1)$ kapsulių skaičius.

$$c_{ij} = \frac{\exp^{b_{ij}}}{\sum_{k=1}^n \exp^{b_{ik}}} \quad (41)$$

Tolimesnis žingsnis yra apskaičiuoti svertines sumas s_j kiekvienai kapsulei j naudojantis formulę (42), kur m yra kapsulių skaičius sluoksnyje l .

$$s_j = \sum_{i=1}^m c_{ij} \hat{u}_{j|i} \quad (42)$$

Toliau yra apskaičiuojami vektoriai v_j kiekvienai kapsulei j naudojantis softmax funkcija su argumentu s_j . Kitaip tariant yra apskaičiuojama formulė $v_j = \text{softmax}(s_j)$. Paskutinis iteratyvios dalies žingsnis yra pakeisti kintamųjų b_{ij} reikšmes naudojantis formulę $b_{ij} = b_{ij} + \hat{u}_{j|i} v_j$.

Iteratyvi dinaminio maršrutizavimo tarp kapsulių proceso dalis yra kartojama nurodyta skaičių iteracijų ir šio proceso rezultatas yra vektorius v_j . Šiame vektoriuje yra tikimybės, kad objektas, nagrinėjamas kapsulės i , yra dalis objekto, nagrinėjamo kapsulės j . Paskutinio kapsulinio sluoksnio kapsulės nagrinėja klases.

Po visų kapsulinių sluoksnių kapsuliniame neuroniniame tinkle yra naudojamas rekonstrukcijos tinklas. Rekonstrukcijos tinklas yra sudarytas iš 3 sluoksnių. Du pirmieji sluoksniai yra apjungti netiesiškumo ir ištaisymo sluoksniai su ištaisymo tiesine aktyvacijos funkcija. Paskutinis sluoksnis yra netiesiškumo sluoksnis su sigmoidine aktyvacijos funkcija. Šio tinklo uždavinys yra atkurti įėjimo 2D nuotrauką. Tad kapsulinio neuroninio tinklo išėjimo sluoksnio rezultatas yra ne tik priskirta klasė, bet ir atkurta įėjimo reikšmė.

Kapsulinis neuroninis tinklas yra apmokomas optimizuojant 2 funkcijas. Pirmoji funkcija yra margin nuostolių funkcija, pavaizduota formulėje (43), kur L_k yra funkcijos rezultatas kapsulei k , $\|v_k\|$ - visų kapsulės k išėjimo v_k narių suma, T_k konstanta lygi 1 jei įėjimui yra priskirta klasė, kuri yra nagrinėjama kapsulėje k , kitu atveju - 0, $m^+ = 0.9$, $m^- = 0.1$ ir λ yra nurodyta konstanta, skirta mažinti neteisingų klasių įtaką, šiame magistro baigiamajame darbe $\lambda = 0.5$.

$$L_k = T_k \max(0, m^+ - \|v_k\|)^2 + \lambda(1 - T_k) \max(0, \|v_k\| - m^-)^2 \quad (43)$$

Antroji nuostolių funkcija yra rekonstrukcijos nuostolių funkcija RL . Ši funkcija yra vidutinė kvadratinė paklaida (angl. mean square error) tarp atkurtos įėjimo matricos ir originalios įėjimo matricos. Apmokyme šios 2 funkcijos yra apjungtos į funkciją pavaizduota formulėje (44), kur n yra klasių skaičius ir α - tai rekonstrukcijos nuostolių funkcijos įtakos mažinimo konstanta, šiame magistro baigiamajame darbe $\alpha = 0.0005$.

$$TL = \sum_{k=1}^n L_k + \alpha RL \quad (44)$$

Sluoksnio žymėjimas	Sluoksnio tipas	Parametrai
	Iėjimo sluoksnis	Iėjimo matmenys = 150x150 RGB matrica
conv1	Konvoliucijos sluoksnis	Branduolių skaičius = 256 Branduolių dydis = 9x9 Lango žingsnis = 1
relu1	Netiesiškumo ir ištaisymo sluoksnis	aktyvacijos funkcija - ReLu
conv2	Konvoliucijos sluoksnis	Branduolių skaičius = 256 Branduolių dydis = 9x9 Lango žingsnis = 1
pc	Pirminių kapsulių sluoksnis	Išėjimo vektorių dimensijų skaičius = 8
c	Kapsulinis sluoksnis	Kapsulių skaičius = 40 Išėjimų vektorių dimensijų skaičius = 16 Maršrutizavimo iteracijų skaičius = 3
ed	Euklidinis atstumas	

2 lentelė. Tiriamo kapsulinio neuroninio tinklo architektūra

2. Kapsulinių neuroninių tinklų modifikacijos ir parametrai

2.1. Tiriamo kapsulinio neuroninio tinklo architektūra

Šiame darbe viena iš tiriamų kapsulinio neuroninio tinklo architektūrų yra aprašyta darbe [SFH17]. Šios architektūros konfigūracija yra atvaizduota lentelėje 2. Paskutinis sluoksnis *ed* yra skirtas konvertuoti paskutinio kapsulinio sluoksnio išėjimų vektorius į skaliarines reikšmes, kurias lengviau interpretuoti kaip tikimybes, kad paveikslėlyje pavaizduotas 3D objekto modelis priklauso vienai iš klasių. Konvertavimas vyksta apskaičiuojant euklidinį atstumą nuo nulinio taško iki vektoriaus taško.

Šio tinklo naudojamas rekonstrukcijos tinklas yra atvaizduotas lentelėje 3. Šio tinklo įėjimo sluoksnis yra kapsulinio neuroninio tinklo sluoksnis *c*. Pirminis rekonstrukcijos tinklo sluoksnis *r_m* apmokymo metu palieka tik kapsulės, kuri reprezentuoja klasę, kuriai priklauso paveikslėlyje pavaizduotas 3D modelis, išėjimo vektorius, visos kitos reikšmės yra padauginamos iš 0. Klasifikavimo atveju, šis sluoksnis palieka kapsulės išėjimo vektorius, kurio euklidinis atstumas nuo nulinio taško yra didžiausias, visos kitos reikšmės taip pat yra padauginamos iš 0. Šio sluoksnio išėjimas yra transformuota kapsulių išėjimų vektorių aibė į vieną vektorius. Sluoksnio *r_t* išėjimas yra rekonstruota 2D nuotrauka.

2.2. Tiriamo daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo architektūra su vaizdų sujungimo sluoksniu

Taip pat šiame magistro baigiamame darbe yra pritaikomas vaizdų sujungimo sluoksnis, kuris darbe [SMK⁺15] yra naudojamas konvoliuciniame neuroniniame tinkle, idėja kapsuliniui neuroniniui tinklui. Ši modifikacija yra vadinama daugiavaizdžiu kapsuliniu neuroniniu tinklu. Vaizdų sujungimo sluoksnis yra modifikuojamas taip, kad sluoksnio įėjimas, vietoje požymių žemėlapių

Sluoksnio žymėjimas	Sluoksnio tipas	Parametrai
r_m	Maskavimo sluoksnis	Išėjimo matmenys = 640
r_fc	Pilnai sujungtas sluoksnis	Neuronų skaičius = 512 Aktyvacijos funkcija - ReLu
r_fc	Pilnai sujungtas sluoksnis	Neuronų skaičius = 1024 Aktyvacijos funkcija - ReLu
r_fc	Pilnai sujungtas sluoksnis	Neuronų skaičius = 22500 Aktyvacijos funkcija - sigmoidinė
r_t	Transformacijos sluoksnis	Išėjimo matmenys = 150x150 RGB matrica

3 lentelė. Tiriamo kapsulinio neuroninio tinklo rekonstrukcijos tinklo architektūra

rinkinių, būtų kapsulių išėjimo vektorių rinkiniai. Pirmame etape yra naudojama architektūra atvaizduota lentelėje 2. Antrame etape vaizdų sujungimo sluoksnis yra įterpiamas po sluoksnio *ed*.

2.3. Tiriamo daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo architektūra su vaizdų kapsuliniu sluoksniu

Vaizdų sujungimo sluoksnis yra pagrįstas maksimalaus sujungimo sluoksnio veikimo principu. Tačiau darbo [SFH17] autorius teigia, kad šis sluoksnis praranda daug informacijos apie galimus požymius, nes šio sluoksnio išėjimas yra tik didžiausią tikimybę turintis požymis iš kiekvienos lango pozicijos. Tuo metu, jo pasiūlytų kapsulinių sluoksnių viena iš paskirčių atitinka sujungimo sluoksnio paskirtį ir šios ydos neturi arba jos įtaka yra mažesnė.

Tad paskutinė šiame magistro baigiamame darbe tirama kapsulinio neuroninio tinklo modifikacija yra daugiavaizdis kapsulinis neuroninis tinklas, kuris vietoje vaizdų sujungimo sluoksnio naudoja modifikuotą kapsulinį sluoksnį. Šis sluoksnis vadinamas vaizdų kapsuliniu sluoksniu. Šiame sluoksnyje įėjimo vektorių rinkiniai, vadinami vaizdais, yra sugrupuojami į grupes su nurodytu tuo pačiu dydžiu. Tada toje pačioje grupėje esantys vaizdai yra sujungiami į vieną įėjimo vektorių rinkinį. Galiausiai tas rinkinys yra naudojamas kaip įvestis maršrutizavimo algoritmui.

Šio daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo apmokymas taip pat gali būti padalintas į du etapus. Pirmame etape šis tinklas yra apmokomas be vaizdų kapsuliniu sluoksniu. Antrame etape įterpiamas vaizdų kapsulinis sluoksnis ir apmokymas pratęsiamas.

Šiame magistro baigiamame darbe ši modifikacija yra apmokoma įprastu ir dviejų etapų metodu. Įterpiamo vaizdų kapsulinio sluoksnio parametrai yra kapsulių skaičius - 40, išėjimų vektorių dimensijų skaičius - 32 ir maršrutizavimo iteracijų skaičius - 3. Šis sluoksnis yra įterpiamas tarp sluoksnių *c* ir *ed*.

3. Eksperimentiniai tyrimai

3.1. Tyrimams naudoti duomenys

Šio magistro baigiamojo darbo tyrimams naudojami duomenys yra duomenys, kurie buvo naudoti darbų [SGW⁺18; SMK⁺15] tyrimuose. Šių darbų tyrimuose naudoti duomenys yra laikomi repozitorijoje [Mod]. Šioje repozitorijoje yra 12.79115 3D modelių iš 662 kategorijų. Tačiau darbų [SGW⁺18; SMK⁺15] tyrimuose yra naudojamas tik šių duomenų poaibis, kuris buvo sudarytas tyrimams atliktiems darbe [WSK⁺15]. Šiame poaibyje yra 12.311 3D modelių iš 40 kategorijų.

Kiekvienai kategorijai priklauso skirtingas skaičius modelių. Iš kiekvieno modelio darbe [SGW⁺18] yra sugeneruojama 12 2D nuotraukų. Visų nuotraukų kampai sudaro radialinę simetriją. Kitaip tariant, tarp dviejų kaimyninių pozicijų iš kurių buvo padaryta nuotrauka yra 30° kampas iš objekto pozicijos. Visų nuotraukų pozicijos yra pakeltos 30° kampu nuo horizontalės iš objekto pozicijos. Skirtingai negu darbo [WSK⁺15] tyrimuose, darbo [SGW⁺18] tyrimuose nuotraukos yra generuojamos su juodu fonu ir kiekviena nuotrauka yra objektą apibrėžiantis stačiakampis (angl. bounding box). Kiekvienos nuotraukos matmenys yra 224×224 .

Darbų [SGW⁺18; SMK⁺15] tyrimuose duomenys yra padalinami taip pat kaip darbo [WSK⁺15] tyrimuose naudojami duomenys. Tad darbuose [SGW⁺18; SMK⁺15; WSK⁺15] apmokymo aibė susideda iš 9.843 modelių ir testavimo aibė - 2.468. Tačiau šiame magistro baigiamame darbe, dėl kapsulinių neuroninių tinklų įgyvendinimo ypatumų yra apmokymui yra naudojama 9.840 ir testavimui - 2.464.

3.2. Tyrimų aprašymai

Šiame magistro baigiamame darbe yra palyginami 4 neuroninių tinklų architektūros: daugiavaizdis neuroninis tinklas, aprašytas poskyryje Daugiavaizdis konvoliucinis neuroninis tinklas, kapsulinis neuroninis tinklas, aprašytas poskyryje Tiriamo kapsulinio neuroninio tinklo architektūra, ir 2 daugiavaizdžiai kapsuliniai neuroniniai tinklai, aprašyti poskyriuose Tiriamo daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo architektūra su vaizdų sujungimo sluoksniu ir Tiriamo daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo architektūra su vaizdų kapsuliniu sluoksniu. Kiekvienas tiriamas dirbtinis neuroninis tinklas yra apmokomas naudojantis visais duomenimis, aprašytais poskyryje Tyrimams naudoti duomenys. Šie duomenys apmokymo metu yra padalinami į duomenų rinkinius, kurių dydžiai yra 96. Daugiavaizdžio konvoliucinio ir kapsulinio neuroninių tinklų apmokymų antram etapui duomenų rinkiniai sudaryti iš nuotraukų grupių, kuriose yra visos konkretaus 3D objekto modelio nuotraukos. Kiekvienas dirbtinis neuroninis tinklas yra apmokomas per 10 epochų. Daugiavaizdžio konvoliucinio ir kapsulinio neuroninių tinklų abu apmokymo etapai yra apmokomi po 5 epochas. Visų šiame magistro baigiamame darbe tiriamų dirbtinių neuroninių tinklų apmokymai trunka po 6-7 valandas naudojantis Kaggle sistema.

Šiame magistro baigiamame darbe bandoma optimizuoti kapsulinių neuroninių tinklų modifikacijų konfigūracijas. Pirmiausia bandoma optimizuoti šiuos tinklus naudojantis Bajeso hiperparametrų optimizavimo algoritmu, kuris yra aprašytas darbe [BBB⁺14]. Toliau bandomos kitos

epocha	mvcnn	capsnet	mv_capsnet	mv_cap_capsnet1	mv_cap_capsnet2
0	0.687898	0.119029	0.517437	0.281199	0.217937
1	0.859519	0.528616	0.793225	0.806504	0.624331
2	0.903853	0.660332	0.840396	0.879980	0.731115
3	0.928760	0.719580	0.871316	0.911382	0.785434
4	0.944097	0.757512	0.895495	0.933435	0.820672
5	0.937398	0.783308	0.878354	0.947866	0.717276
6	0.949593	0.804666	0.928862	0.957927	0.910976
7	0.958740	0.821037	0.952439	0.965447	0.944411
8	0.961077	0.834765	0.965854	0.970427	0.961992
9	0.971951	0.847070	0.972459	0.974594	0.969614

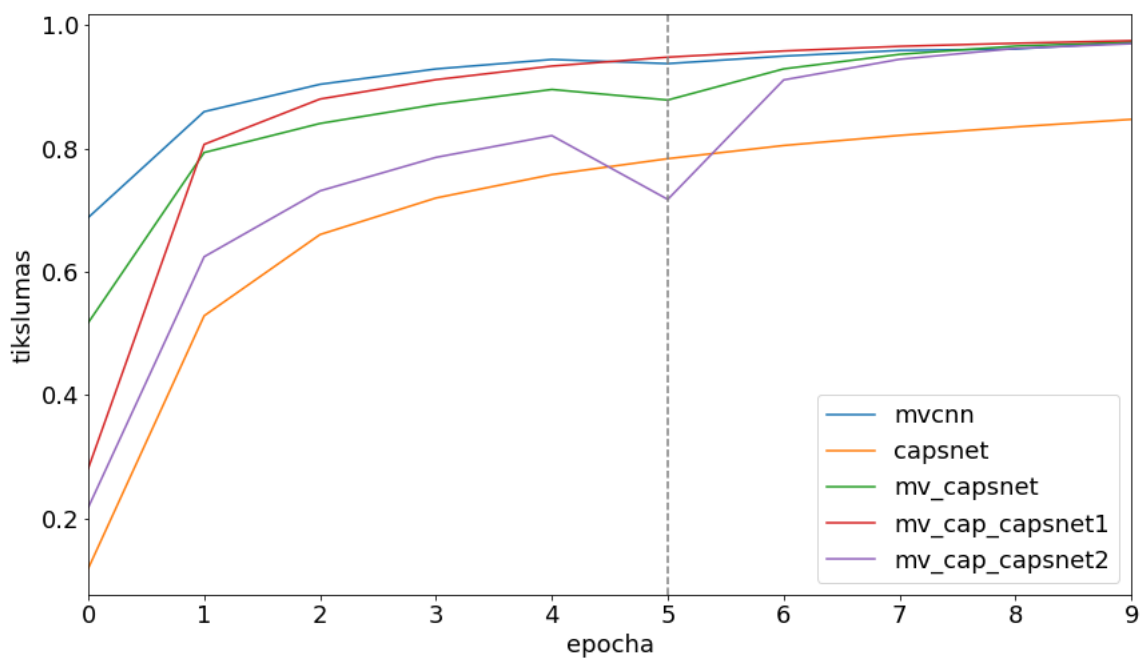
4 lentelė. Apmokymo duomenų klasifikavimo tikslumas, kur mvcnn yra daugiavaizdžio neuroninio tinklo tikslumas, capsnet - kapsulinio neuroninio tinklo tikslumas, mv_capsnet - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų sujungimo sluoksniu tikslumas, mv_cap_capsnet1 - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų kapsuliniu sluoksniu ir vienu mokymosi etapu tikslumas, mv_cap_capsnet2 - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų kapsuliniu sluoksniu ir dviem mokymosi etapais tikslumas.

konfigūracijos nei konfigūracijos aprašytos darbe [SFH17]. Tačiau, dėl Kaggle sistemos apribojimų, nei vienas metodas neaptiko geresnių kapsulinių neuroninių tinklų modifikacijų konfigūracijų. Taip pat bandoma keisti mokymosi greitį. Tačiau skirtumai tarp rezultatų yra nereikšmingi.

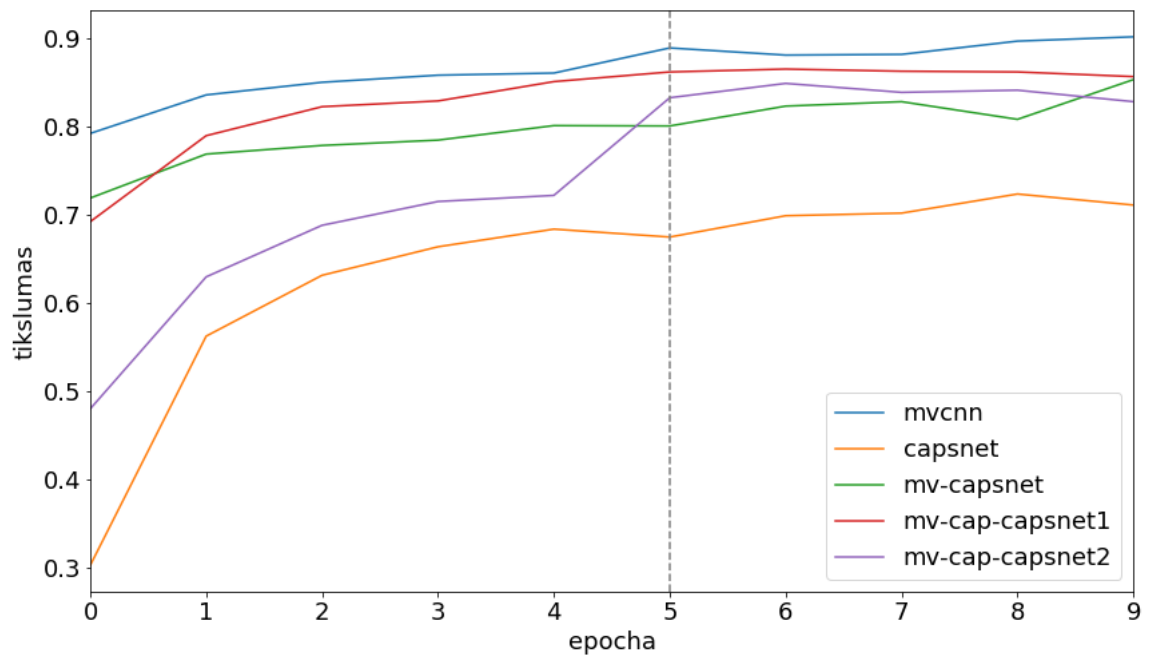
Po kiekvienos epochos yra renkamos tikslumo metrikos: tikslumas klasifikuojant apmokymo duomenis, ši informacija pavaizduota lentelėje 4 ir grafe 5, ir tikslumas klasifikuojant testavimo duomenis, ši informacija atvaizduota lentelėje 5 ir grafe 6. Tikslumas yra teisingai suklasifikuotų įrašų dalis klasifikuotų duomenų aibėje. Lentelių 4, 5 stulpelio pavaizdinimas ir grafų 5, 6 kreivių pavaizdinimas mvcnn yra daugiavaizdžio neuroninio tinklo tikslumas, capsnet - kapsulinio neuroninio tinklo tikslumas, mv_capsnet - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų sujungimo sluoksniu tikslumas, mv_cap_capsnet1 - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų kapsuliniu sluoksniu ir vienu mokymosi etapu tikslumas, mv_cap_capsnet2 - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų kapsuliniu sluoksniu ir dviem mokymosi etapais tikslumas. Brūkšninė vertikali linija grafuose 5 ir 6 nurodo antrojo apmokymo etapo pirmąją epochą.

epocha	mvcnn	capsnet	mv_capsnet	mv_cap_capsnet1	mv_cap_capsnet2
0	0.791531	0.302292	0.718333	0.691558	0.479573
1	0.835160	0.561875	0.768125	0.788961	0.629025
2	0.849466	0.630833	0.777917	0.821834	0.687466
3	0.857515	0.663125	0.783958	0.828328	0.714421
4	0.859916	0.683125	0.800417	0.850244	0.721354
5	0.888393	0.674167	0.800000	0.861201	0.831981
6	0.880276	0.698333	0.822500	0.864448	0.848214
7	0.881088	0.701250	0.827500	0.862013	0.838068
8	0.896104	0.722917	0.807500	0.861201	0.840503
9	0.900974	0.710417	0.852500	0.855925	0.827516

5 lentelė. Testavimo duomenų klasifikavimo tikslumas, kur mvcnn yra daugiavaizdžio neuroninio tinklo tikslumas, capsnet - kapsulinio neuroninio tinklo tikslumas, mv_capsnet - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų sujungimo sluoksniu tikslumas, mv_cap_capsnet1 - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų kapsuliniu sluoksniu ir vienu mokymosi etapu tikslumas, mv_cap_capsnet2 - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų kapsuliniu sluoksniu ir dviem mokymosi etapais tikslumas.



5 pav. Apmokymo duomenų klasifikavimo tikslumas, kur mvcnn yra daugiavaizdžio neuroninio tinklo tikslumas, capsnet - kapsulinio neuroninio tinklo tikslumas, mv_capsnet - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų sujungimo sluoksniu tikslumas, mv_cap_capsnet1 - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų kapsuliniu sluoksniu ir vienu mokymosi etapu tikslumas, mv_cap_capsnet2 - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų kapsuliniu sluoksniu ir dviem mokymosi etapais tikslumas. Brūkšninė vertikali linija nurodo antrojo apmokymo etapo pirmąją epochą.



6 pav. Testavimo duomenų klasifikavimo tikslumas, kur mvcnn yra daugiavaizdžio neuroninio tinklo tikslumas, capsnet - kapsulinio neuroninio tinklo tikslumas, mv_capsnet - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų sujungimo sluoksniu tikslumas, mv_cap_capsnet1 - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų kapsuliniu sluoksniu ir vienu mokymosi etapu tikslumas, mv_cap_capsnet2 - daugiavaizdžio kapsulinio neuroninio tinklo su vaizdų kapsuliniu sluoksniu ir dviem mokymosi etapais tikslumas. Brūkšninė vertikali linija nurodo antrojo apmokymo etapo pirmąją epochą.

Rezultatai ir išvados

Šiame magistro baigiamame darbe atlikta:

1. Aprašytos ir realizuotos kapsulinių neuroninių tinklų dvi modifikacijos - daugiavaizdžiai kapsuliniai neuroniniai tinklai, iš kurių su vienas yra su vaizdų sujungimo sluoksniu ir kitas su vaizdų kapsuliniu sluoksniu.
2. Atlikti tyrimai skirti nustatyti geriausią kapsulinių neuroninių tinklų modifikacijų konfigūracijas ir palyginti jas su nemodifikuotu kapsuliniu neuroniniu tinklu.
3. Atlikti tyrimai, skirti palyginti kapsulinių neuroninių tinklų modifikacijas su dabartiniu geriausiu daugiavaizdžiu konvoliuciniu neuroniniu tinklu.

Atlikus tyrimus šiame magistro baigiamame darbe gautos tokios išvados:

1. Daugiavaizdžiai kapsuliniai neuroniniai tinklai pasiekia geresnius rezultatus per panašų apmokymo laiką nei kapsuliniai neuroniniai tinklai.
2. Skirtumas tarp daugiavaizdžių kapsulinių neuroninių tinklų, iš kurių vienas yra su vaizdų kapsuliniu sluoksniu ir kitas su vaizdų sujungimo sluoksniu, yra statistiškai nereikšmingas. Tačiau daugiavaizdis kapsulinis neuroninis tinklas su vaizdų kapsuliniu sluoksniu apmokomas vienu etapu pasiekia limitą greičiau daugiavaizdis kapsulinis neuroninis tinklas su vaizdų sujungimo sluoksniu. Tad daugiavaizdis kapsulinis neuroninis tinklas su vaizdų kapsuliniu sluoksniu yra pranašesnis laiko atžvilgiu.
3. Nei viena kapsulinio neuroninio tinklo modifikacija nėra pranašesnė už dabartinį geriausią daugiavaizdį konvoliucinį neuroninį tinklą.

Kapsuliniai neuroniniai tinklai reikalauja mažesnės imties apmokymo duomenų nei konvoliuciniai neuroniniai tinklai. Tad ateityje reikia tyrimais palyginti šiame magistro baigiamame darbe aprašytus daugiavaizdžius kapsulinius neuroninius tinklus su dabartiniu geriausiu daugiavaizdžiu konvoliuciniu neuroniniu tinklu naudojantis mažesne apmokymo duomenų imtimi.

Taip pat daugiavaizdžiui konvoliuciniui neuroniniui tinklui yra sudėtinga pritaikyti vaizdų kapsulinį sluoksnį nepaverčiant jo daugiavaizdžiu kapsuliniu neuroniniu tinklu. Tačiau pirmieji kapsulinių neuroninių tinklų sluoksniai sudaro konvoliucinį neuroninį tinklą. Todėl egzistuoja galimybė apjungti VGG-11 architektūrą, kuri naudojama dabartinio geriausio daugiavaizdžio konvoliucinio neuroninio tinklo pirmojo etapo apmokyme, su daugiavaizdžiu kapsuliniu neuroniniu tinklu su vaizdų kapsuliniu sluoksniu. Tad ateityje reikia tyrimais palyginti šį apjungtą dirbtinį neuroninį tinklą su dabartiniu geriausiu daugiavaizdžiu konvoliuciniu neuroniniu tinklu.

Literatūra

- [BBB⁺14] J. Bergstra, R. Bardenet, Y. Bengio, and B. Kegl. Algorithms for hyper-parameter optimization. <https://papers.nips.cc/paper/2011/file/86e8f7ab32cfd12577bc2619bc635690-Paper.pdf>, 2014. 477 KB, accessed 2020-11-13.
- [CK04] C. M. Cyr and B. B. Kimia. A similarity-based aspect-graph approach to 3d object recognition. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.124.4344&rep=rep1&type=pdf>, 2004. 3820 KB, accessed 2020-08-15.
- [CSV⁺14] K. Chatfield, K. Simonyan, A. Vedaldi, and A. Zisserman. Return of the devil in the details: delving deep into convolutional nets. <https://arxiv.org/pdf/1405.3531.pdf>, 2014. 441 KB, accessed 2020-09-24.
- [CTS⁺03] D. Chen, X. Tian, Y. Shen, and M. Ouhyoung. On visual similarity based 3d model retrieval. <http://www.cs.jhu.edu/~misha/Papers/Chen03.pdf>, 2003. 1910 KB, accessed 2020-08-15.
- [Hay04] S. Haykin. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Prentice Hall PTR, 2004. volume 2.
- [IL65] A. G. Ivakhnenko and V. G. Lapa. *Cybernetic Predicting Devices*. CCM Information Corporation, 1965.
- [KB15] D. P. Kingma and J. L. Ba. Adam: a method for stochastic optimization. <https://arxiv.org/pdf/1412.6980.pdf>, 2015. 571 KB, accessed 2020-09-12.
- [LBD⁺89] Y. LeCun, B. Boser, J. S. Denker, D. Henderson, R. E. Howard, W. Hubbard, and L. D. Jackel. Backpropagation applied to handwritten zip code recognition. <http://yann.lecun.com/exdb/publis/pdf/lecun-89e.pdf>, 1989. 5530 KB, accessed 2020-09-14.
- [MC17] R. Mukhometzianov and J. Carrillo. Capsnet comparative performance evaluation for image classification. <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1805/1805.11195.pdf>, 2017. 899 KB, accessed 2020-05-23.
- [MN95] H. Murase and S. K. Nayar. Visual learning and recognition of 3-d objects from appearance. <http://murase.m.is.nagoya-u.ac.jp/~murase/pdf/704-pdf.pdf>, 1995. 3041 KB, accessed 2020-08-15.
- [Mod] The Princeton ModelNet. <http://modelnet.cs.princeton.edu>. accessed 2020-09-27.
- [MSD⁺02] D. Macrini, A. Shokoufandeh, S. Dickinson, K. Siddiqi, and S. Zucker. View-based 3-d object recognition using shock graphs. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.93.852&rep=rep1&type=pdf>, 2002. 155 KB, accessed 2020-08-15.

- [Ros57] F. Rosenblatt. *The Perceptron—a perceiving and recognizing automaton*. Cornell Aeronautical Laboratory., 1957. 386–408 p.
- [Rou06] N. Rountree. *Initialising Neural Networks with Prior Knowledge*. PhD thesis, 2006.
- [SFH17] S. Sabour, N. Frosst, and G. E. Hinton. Dynamic routing between capsules. <https://arxiv.org/pdf/1710.09829.pdf>, 2017. 899 KB, accessed 2020-05-23.
- [SGW⁺18] J.C. Su, M. Gadelha, R. Wang, and S. Maji. A deeper look at 3d shape classifiers. https://openaccess.thecvf.com/content_ECCVW_2018/papers/11131/Su_A_Deeper_Look_at_3D_Shape_Classifiers_ECCVW_2018_paper.pdf, 2018. 1.658 KB, accessed 2020-09-24.
- [SMK⁺15] H. Su, S. Maji, E. Kalogerakis, and E. Learned-Miller. Multi-view convolutional neural networks for 3d shape recognition. https://www.cv-foundation.org/openaccess/content_iccv_2015/papers/Su_Multi-View_Convolutional_Neural_ICCV_2015_paper.pdf, 2015. 1.439 KB, accessed 2020-05-23.
- [SZ14] K. Simonyan and A. Zisserman. Very deep convolutional networks for large-scale image recognition. <https://arxiv.org/pdf/1409.1556.pdf>, 2014. 196 KB, accessed 2020-09-24.
- [WSK⁺15] Z. Wu, S. Song, A. Khosla, F. Yu, L. Zhang, X. Tang, and J. Xiao. 3d shapenets: a deep representation for volumetric shapes. https://www.cv-foundation.org/openaccess/content_cvpr_2015/papers/Wu_3D_ShapeNets_A_2015_CVPR_paper.pdf, 2015. 2.451 KB, accessed 2020-05-23.