

Моделирование частотных сканов

Богачев А.М.

9 августа 2022 г.

Содержание

1 Цели и задачи	1
2 Математические модели	1
2.1 Модель сигнала релаксации ёмкости	2
2.2 Модель аппаратных преобразований спектрометра DLS-82E	2
2.3 Модель для расчёта исходных данных	4
3 Моделирование и его результаты	5
3.1 Реализация модели	5
3.2 Результаты моделирования в отсутствии шума	6
Список литературы	6

1 Цели и задачи

Цель работы: изучить влияние расположения линий на спектрах на коэффициент нелинейности-неэкспоненциальности p .

Для достижения поставленной цели нужно решить следующие задачи:

1. Разработать программу идентификации частотного скана. Модель частотного скана должна учитывать коэффициент нелинейности-неэкспоненциальности p .
2. Расчитать частотные сканы для разных спектров.
3. Выполнить идентификацию полученных сканов.
4. Построить зависимость коэффициента p от расстояния между крайними линиями на спектре.

2 Математические модели

В данном разделе представлено описание модели частотного скана в математических выражениях.

2.1 Модель сигнала релаксации ёмкости

Согласно обзору [2], зависимость значения ёмкости от времени $f(t)$ для моноэкспоненциального сигнала релаксации имеет вид выражения 1.

$$f(t) = A \exp(-\lambda t), \quad (1)$$

где

A – амплитуда сигнала релаксации ёмкости;

λ – скорость экспоненциального спада, обратнопропорциональная постоянной времени сигнала релаксации τ (выражение 2).

$$\lambda = \tau^{-1} \quad (2)$$

Спектр моноэкспоненциального сигнала релаксации имеет вид, представленный на рисунке 1.

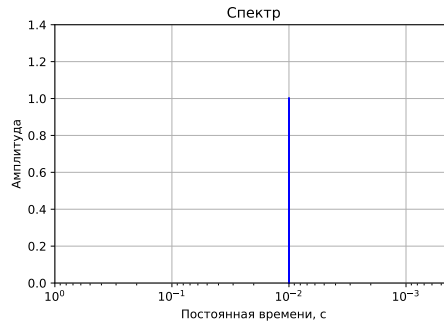


Рис. 1: Пример спектра моноэкспоненциального сигнала релаксации ёмкости.

Согласно источнику [2], зависимость сигнала релаксации ёмкости от времени $f(t)$ для сигнала, образованного несколькими дискретными экспоненциальными сигналами, определяется выражением 3.

$$f(t) = \sum_{i=1}^n A_i \exp(-\lambda_i t), \quad (3)$$

где n – количество экспоненциальных составляющих в спектре. Пример спектра такого сигнала показан на рисунке 2.

2.2 Модель аппаратных преобразований спектрометра DLS-82E

В спектрометре DLS-82E реализована корреляционная обработка сигнала релаксации ёмкости, таким образом сигнал на выходе аналогового тракта

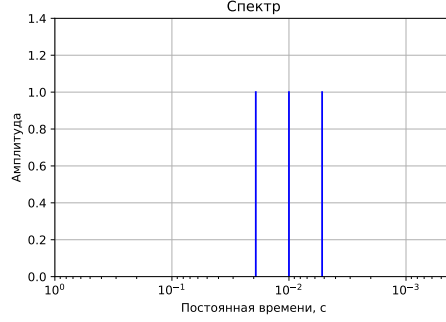


Рис. 2: Пример спектра сигнала релаксации ёмкости, содержащего несколько экспоненциальных составляющих.

спектрометра определяется выражением 4, согласно публикации [2].

$$S[g(\lambda), t_c, t_d] = \frac{1}{t_c} \int_{t_d}^{t_d+t_c} f(t) W(t - t_d) dt, \quad (4)$$

где

$W(t)$ – весовая функция, определённая на интервале времени $[0, t_c]$,

t_c – период (длительность) весовой функции $W(t)$,

t_d – время задержки между началом сигнала релаксации и началом корреляционной обработки. Согласно обзору [2], время задержки t_d , обычно, вводится для улучшения избирательности или для снижения искажения сигнала из-за перегрузки измерительной системы.

$g(\lambda)$ – распределение скоростей экспоненциальных спадов, составляющих релаксационный сигнал.

Модель аппаратных преобразований (корреляционной обработки), учитывающая форму весовой функции, реализованной в спектрометре DLS-82E, для моноэкспоненциального сигнала определяется выражением 5 [3].

$$S(\tau, C_A, F_0, t_1) = C_A K_{BS} K_{LS} \phi(\tau, F_0, t_1), \quad (5)$$

где

C_A – амплитуда ёмкостного релаксационного сигнала,

K_{BS} – масштабный коэффициент, зависящий от чувствительности ёмкостного моста,

K_{LS} – масштабный коэффициент селектора,

τ – постоянная времени релаксации гулкового уровня,

F_0 – частота сканирования импульсов заполнения,

t_1 – длительность импульса заполнения,

$\phi(\tau, F_0, t_1)$ – функция определяемая выражением 6.

$$\phi(\tau, F_0, t_1) = M\tau F_0 e^{-\frac{0.05}{\tau F_0}} \left(1 - e^{\frac{t_1 F_0 - 0.45}{\tau F_0}} - e^{-\frac{0.5}{\tau F_0}} + e^{\frac{t_1 F_0 - 0.95}{\tau F_0}} \right), \quad (6)$$

где M – масштабный множитель.

Масштабный множитель M определяется выражением 7.

$$M(\tau, F_0) = \frac{1}{\max \left[\tau F_0 e^{-\frac{0.05}{\tau F_0}} \left(1 - e^{\frac{t_1 F_0 - 0.45}{\tau F_0}} - e^{-\frac{0.5}{\tau F_0}} + e^{\frac{t_1 F_0 - 0.95}{\tau F_0}} \right) \right]} \quad (7)$$

Введём коэффициент A (выражение 8), характеризующий амплитуду сигнала релаксации ёмкости и перепишем выражение 5 с учётом того, что длительность импульса заполнения t_1 является неизменной величиной, и получим выражение 9.

$$A = C_A K_{BS} K_{LS}. \quad (8)$$

$$S(\tau, A, F_0) = A\phi(\tau, F_0) \quad (9)$$

Для одновременного учёта нелинейности аппаратного тракта и неэкспоненциальности сигнала релаксации, связанной с присутствием нескольких экспоненциальных составляющих в модель вводят коэффициент нелинейности-неэкспоненциальности p [3], после чего выражение 9 приобретает вид выражения 10.

$$S(\tau, A, F_0, p) = A [\phi(\tau, F_0)]^p. \quad (10)$$

Для моноэкспоненциальных сигналов релаксации коэффициент $p = 1$, но, как будет показано далее, в случае наличия нескольких экспоненциальных составляющих в сигнале релаксации коэффициент p становится меньше 1.

2.3 Модель для расчёта исходных данных

Если предположить, что сигнал релаксации ёмкости состоит из нескольких экспоненциальных составляющих и определяется выражением 3, то опираясь на выражения 3, 4, 9 и 6, можно сделать вывод, что частотный скан, созданный таким сигналом релаксации ёмкости определяется выражением 11.

$$Y = \sum_{i=1}^n A_i \phi(\tau_i, F_0), \quad (11)$$

где n – количество экспоненциальных составляющих в сигнале релаксации.

3 Моделирование и его результаты

3.1 Реализация модели

Модель (выражение 10) реализована на языке программирования Python (версия 3.9.12) с применением библиотеки TensorFlow (версия 2.8.0) и других библиотек для научных вычислений.

Модель частотного скана реализованна в виде отдельного класса *FrequencyScan()* в модуле *fsmodels.py*. Код прокомментирован. Все параметры снабжены адекватными значениями по умолчанию. В дальнейшем планируется дополнение документации и перенос всех программных инструментов для обработки экспериментальных данных в один пакет.

Модель реализует две функции:

1. Вычисление частотного скана по заданным параметрам и заданному вектору десятичных логарифмов частот опорной функции.
2. Идентификация параметров модели частотного скана по экспериментальным данным.

Примеры использования модели можно найти в файле *tensorflow_model.ipynb* (ПО Jupyter Notebook в составе дистрибутива Anaconda).

Программа при каждом вычислении значения $\phi(\tau, F_0, t_1)$ (выражение 6) находит $\max \left[\tau F_0 e^{-\frac{0.05}{\tau F_0}} \left(1 - e^{\frac{t_1 F_0 - 0.45}{\tau F_0}} - e^{-\frac{0.5}{\tau F_0}} + e^{\frac{t_1 F_0 - 0.95}{\tau F_0}} \right) \right]$ методом градиентного спуска и вычисляет масштабный множитель M (выражение 7).

Идентификация параметров модели производится методом градиентного спуска, при этом минимизируется среднеквадратическая ошибка между значениями, полученными в результате измерений, и результатами моделирования (выражение 12).

$$E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2, \quad (12)$$

где

y_i — значения, полученные в результате измерений,

y_i^* — значения, полученные в результате моделирования,

n — количество измерений.

Градиентный спуск везде реализован с помощью библиотеки TensorFlow, которая использует алгоритм дифференцирования на графе вычислений, таким образом, производная берётся символьно (точно), затем вычисляется её значение, по этому точность вычисления градиента ограничена только разрядностью чисел [1].

Для ускорения процесса идентификации и улучшения сходимости в модели вместо постоянной времени сигнала релаксации

τ выполняется идентификация величины $\rho = \log_{10}(\tau)$. По этим же и некоторым другим техническим причинам при вычислении частотного скана на вход модели нужно подавать не вектор частот опорной функции, а вектор их десятичных логарифмов.

На рисунке 3 показан пример результата идентификации модели на тестовых (специально сгенерированных данных).

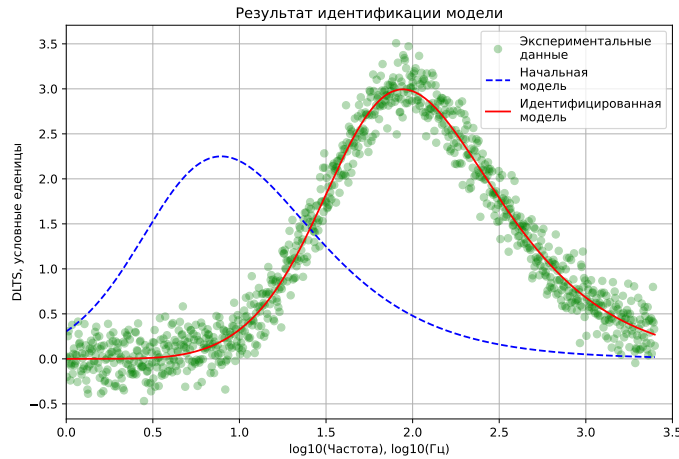


Рис. 3: Пример результата идентификации модели.

На рисунке 4 показан «путь» изменения параметров при идентификации. Красными точками отмечены значения параметров на каждой итерации, изолинии показывают значения среднеквадратической ошибки.

3.2 Результаты моделирования в отсутствии шума

Список литературы

- [1] Aurelien Geron. *Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems*. 2nd. O'Reilly Media, Inc., 2019. ISBN: 1492032646.
- [2] Andrei A. Istratov и Oleg F. Vyvenko. «Exponential analysis in physical phenomena». В: *Review of Scientific Instruments* 70.2 (1999), с. 1233—1257. DOI: 10.1063/1.1149581. eprint: <https://doi.org/10.1063/1.1149581>. URL: <https://doi.org/10.1063/1.1149581>.
- [3] Vladimir Krylov, Aleksey Bogachev и T. Pronin. «Deep level relaxation spectroscopy and nondestructive testing of potential defects in the semiconductor electronic component base». В: *Radio industry (Russia)* 29 (май 2019), с. 35—44. DOI: 10.21778/2413-9599-2019-29-2-35-44.

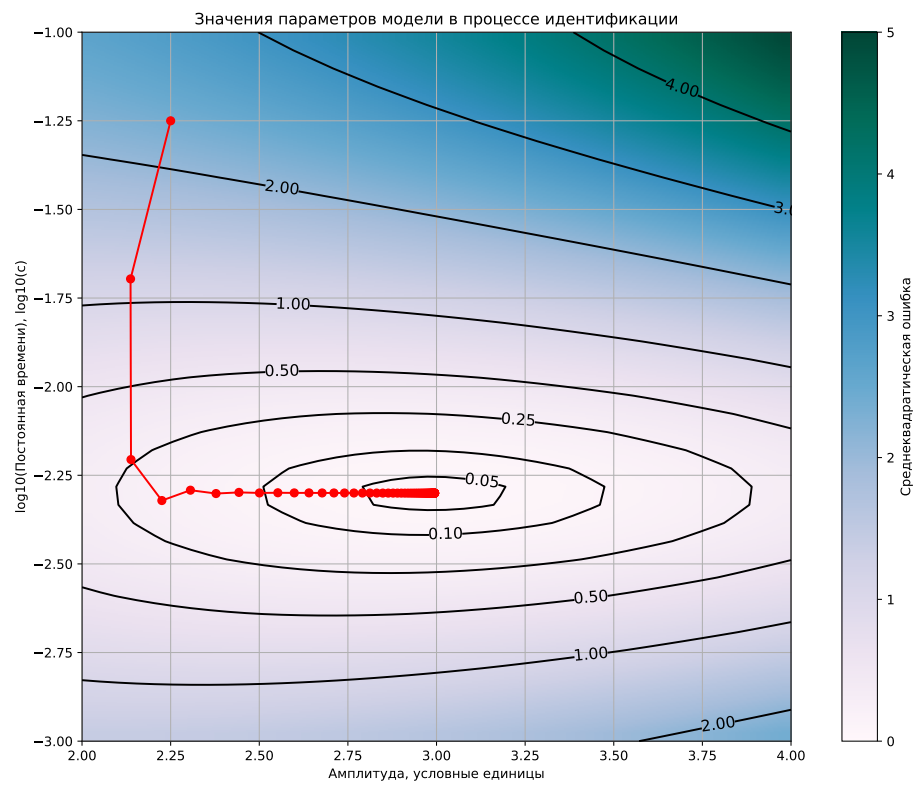


Рис. 4: «Путь» изменения параметров при идентификации.