Моделирование частотных сканов

Богачев А.М.

10 августа 2022 г.

Содержание

1 Цели и задачи

Цель работы: изучить влияние расположения линий на спектрах на коэффициент нелинейности-неэкспоненциальности p.

Для достижения поставленной цели нужно решить следующие задачи:

1. Разработать программу идентификации частотного скана. Модель частотного скана должна учитывать коэффициент нелинейности-неэкспоненциальности p.
2. Расчитать частотные сканы для разных спектров.
3. Выполнить идентификацию полученных сканов.
4. Построить зависимость коэффициента p от расстояния между крайними линиями на спектре.

2 Математическе модели

В данном разделе представленно описание модели частотного скана в математических выражениях.

2.1 Модель сигнала релаксации ёмкости

Согласно обзору [2], зависимость значения ёмкости от времени $f(t)$ для моноэкспоненциального сигнала релаксации имеет вид выражения 1.

$$f(t) = A \exp\left(-\lambda t\right), \tag{1}$$

где

A – амплитуда сигнала релаксации ёмкости;

λ – скорость экспоненциального спада, обратнопрпорциональная постоянной веремени сигнала релаксации τ (выражение 2).

$$\lambda = \tau^{-1} \tag{2}$$

Спектр моноэкспоненциального сигнала релаксации имеет вид, представленный на рисунке 1.

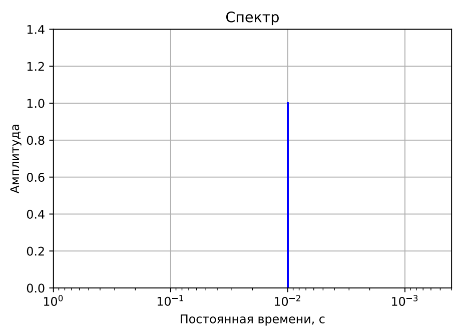

Рис. 1: Пример спектра моноэкспоненциального сигнала релаксации ёмкости.

Согласно источнику [2], зависимость сигнала релаксации ёмкости от времени $f(t)$ для сгинала, образованного несколькими дискретными экспоненциальными сигналами, определяется выражением 3.

$$f(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i \exp\left(-\lambda_i t\right), \tag{3}$$

где n – количество экспоненциальных составляющих в спектре. Пример спектра такого сигнала показан на рисунке 2.

2.2 Модель аппаратных преобразований спектрометра DLS-82E

В спектрометре DLS-82E реализована корреляционная обработка сигнала релаксации ёмкости, таким образом сигнал на выходе аналогового тракта

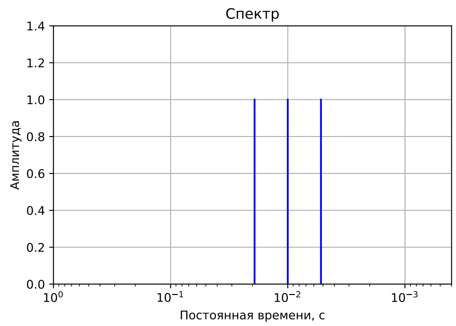

Рис. 2: Пример спектра сигнала релаксации ёмкости, содержащего несколько экспоненциальных составляющих.

спектрометра определяется выражением 4, согласно публикации [2].

$$S\left[g(\lambda), t_c, t_d\right] = \frac{1}{t_c} \int_{t_d}^{t_d+t_c} f(t) W\left(t - t_d\right) dt, \tag{4}$$

где

$W(t)$ – весовая функция, определённая на интервале времени $[0, t_c]$,

t_c – период (длительность) весовой функции $W(t)$,

t_d – время задержки между началом сигнала релаксации и началом корреляционной обработки. Согласно обзору [2], время задержки t_d, обычно, вводится для улучшения избирателности или для снижения искажения сигнала из-за перегрузки измерительной системы.

$g(\lambda)$ – распределение скоростей экспоненциальных спадов, составляющих релаксационный сигнал.

Модель аппаратных преобразований (корреляционной обработки), учитывающая форму весовой функции, реализованной в спектрометре DLS-82E, для моноэкспоненциального сигнала определяется выражением 5 [3].

$$S\left(\tau, C_A, F_0, t_1\right) = C_A K_{BS} K_{LS} \phi\left(\tau, F_0, t_1\right), \tag{5}$$

где

C_A – амплитуда емкостного релаксационного сигнала,

K_{BS} – масштабный коэффициент, зависящий от чувствительности емкостного моста,

K_{LS} – масштабный коэффициент селектора,

τ – постоянная времени релаксации гулбокого уровня,

F_0 – частота сканирования импульсов заполнения,

t_1 – длительность импульса заполнения,

$\phi(\tau, F_0, t_1)$ – функция определяемая выражением 6.

$$\phi(\tau, F_0, t_1) = M\tau F_0 e^{-\frac{0.05}{\tau F_0}} \left(1 - e^{\frac{t_1 F_0 - 0.45}{\tau F_0}} - e^{-\frac{0.5}{\tau F_0}} + e^{\frac{t_1 F_0 - 0.95}{\tau F_0}}\right), \qquad (6)$$

где M – масштабный множитель.

Масштабный множитель M определяется выражением 7.

$$M(\tau, F_0, t_1) = \frac{1}{\max\left[\tau F_0 e^{-\frac{0.05}{\tau F_0}} \left(1 - e^{\frac{t_1 F_0 - 0.45}{\tau F_0}} - e^{-\frac{0.5}{\tau F_0}} + e^{\frac{t_1 F_0 - 0.95}{\tau F_0}}\right)\right]} \qquad (7)$$

Введём коэффициент A (выражение 8), характеризующий амплитуду сигнала релаксации ёмкости и перепишем выражение 5 с учётом того, что длительность импульса заполнения t_1 является неизменной величиной, и получим выражение 9.

$$A = C_A K_{BS} K_{LS}. \qquad (8)$$

$$S(\tau, A, F_0) = A\phi(\tau, F_0) \qquad (9)$$

Для одновременного учёта нелинейности аппаратного тракта и неэкспоненциальности сигнала релаксации, связанной с пресутствием нескольких экспоненциальных составляющих в модель вводят коэффициент нелинейности-неэкспоненциальности p [3], после чего выражение 9 приобретает вид выражения 10.

$$S(\tau, A, F_0, p) = A\left[\phi(\tau, F_0)\right]^p. \qquad (10)$$

Для моноэкспоненциальных сигналов релаксации коэффициент $p = 1$, но, как будет показано далее, в случае наличия нескольких экспоенециальных составляющих в сигнале релаксации коэффициент p становится меньше 1.

2.3 Модель для расчёта исходных данных

Если предположить, что сигнал релаксации ёмкости состоит из нескольких экспоненциальных составляющих и определяется выражением 3, то опираясь на выражения 3, 4, 9 и 6, можно сделать выод, что частотный скан, созданный таким сигналом релаксации ёмкости определяется выражением 11.

$$Y = \sum_{i=1}^{n} A_i \phi(\tau_i, F_0), \qquad (11)$$

где n – количество экспоненциальных составляющих в сигнале релаксации.

3 Моделирование и его результаты

3.1 Реализация модели

Модель (выражение 10) реализована на языке программирования Python (версия 3.9.12) с применением библиотеки TensorFlow (версия 2.8.0) и других библиотек для научных вычислений.

Модель частотного скана реализованна в виде отдельного класса *FrequencyScan()* в модуле *fsmodels.py*. Код прокоментирован. Все параметры снабжены адекватными значениями по умолчанию. В дальнейшем планируется дополнение документации и перенос всех программных инструментов для обработки экспериментальных данных в один пакет.

Модель реализует две функции:

1. Вычисление частотного скана по заданным параметрам и заданному вектору десятичных логарифмов частот опорной функции.
2. Идентификация параметров модели частотного скана по экспериментальным данным.

Имеется возможность вывода значений параметров модели на каждой итерации при идентификации. Примеры использования модели можно найти в файле *tensorflow_model.ipynb* (ПО Jupyter Notebook в составе дистрибудтива Anaconda).

Программа при каждом вычислении значения $\phi(\tau, F_0, t_1)$ (выражение 6) находит $\max\left[\tau F_0 e^{-\frac{0.05}{\tau F_0}}\left(1 - e^{\frac{t_1 F_0 - 0.45}{\tau F_0}} - e^{-\frac{0.5}{\tau F_0}} + e^{\frac{t_1 F_0 - 0.95}{\tau F_0}}\right)\right]$ методом градиентного спуска и вычисляет масштабный множитель M (выражение 7).

Идентификация параметров модели производится методом градиетного спуска, при этом минимизируется среднеквадратическая ошибка между значениями, полученными в результате измерений, и результатами моделирования (выражение 12).

$$E = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - y_i^*\right)^2, \tag{12}$$

где

y_i – значения, полученные в результате измерений,

y_i^* – значения, полученные в результате моделирования,

n – количество измерений.

Градиентный спуск везде реализован с помощью библиотеки TensorFlow, которая использует алгоритм дифференцирования на графе вычислений, таким образом, производная берётся символьно (точно), затем вычисляется её значение, по этому точность вычисления градиента ограничена только разрядностью чисел [1].

Для ускорения процесса идентификации и улучшения сходимости в модели вместо постоянной времени сигнала релаксации τ выполняется идентификация величины $\rho = log10(\tau)$. По этим же и некоторым другим техническим причинам при вычислении частотного скана на вход модели нужно подавать не вектор частот опорной функции, а вектор их десятичных логарифмов.

На рисунке 3 показан пример результата идентификации модели на тестовых (специально сгенерированных) данных.

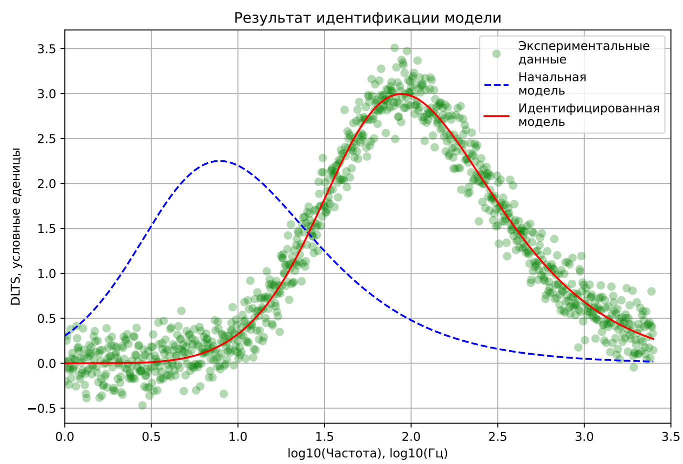

Рис. 3: Пример результата идентификации модели.

На рисунке 4 показан «путь» изменеия параметров (постоянной времени и амплитуды) при идентификации. Красными точками отмечены значения параметров на каждой итерации, изолинии показывают значения среднеквадратической ошибки.

3.2 Результаты моделирования в отсутствии шума

Список литературы

[1] Aurelien Geron. *Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems.* 2nd. O'Reilly Media, Inc., 2019. ISBN: 1492032646.

[2] Andrei A. Istratov и Oleg F. Vyvenko. «Exponential analysis in physical phenomena». В: *Review of Scientific Instruments* 70.2 (1999), с. 1233—1257. DOI: 10.1063/1.1149581. eprint: https://doi.org/10.1063/1.1149581. URL: https://doi.org/10.1063/1.1149581.

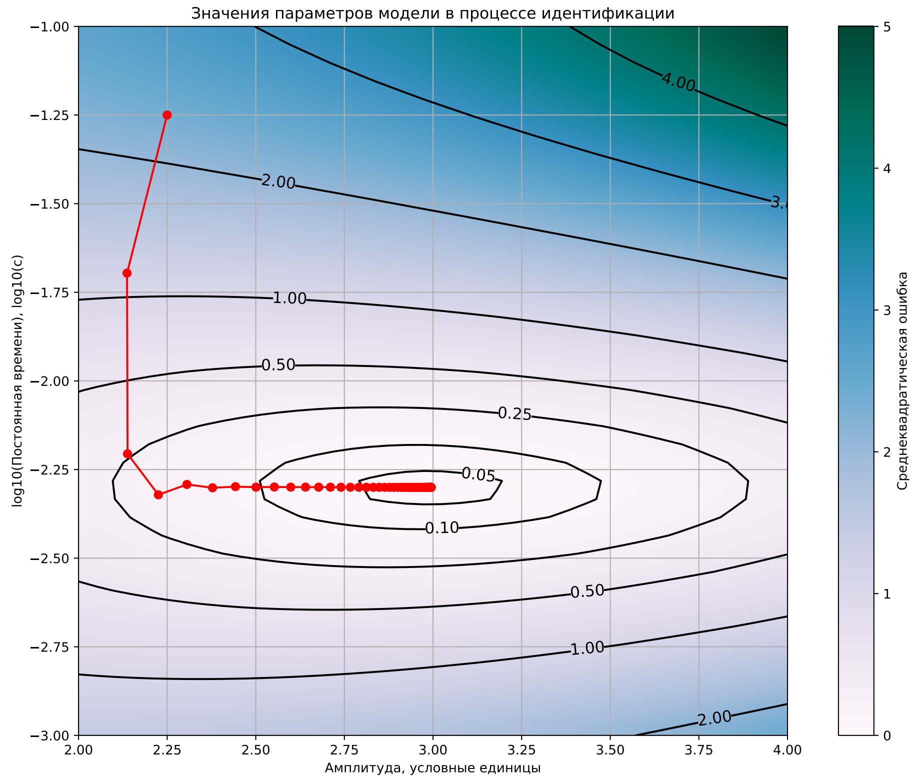

Рис. 4: «Путь» изменеия параметров при идентификации.

[3] Vladimir Krylov, Aleksey Bogachev и T. Pronin. «Deep level relaxation spectroscopy and nondestructive testing of potential defects in the semiconductor electronic component base». В: *Radio industry (Russia)* 29 (май 2019), с. 35—44. DOI: 10.21778/2413-9599-2019-29-2-35-44.

#	amplitude	time_constant_power	p_coef	loss	tc_0	tc_1	tc_2	amp
0	3	-2	1	7.65E-10	0.01	0.01	0.01	1
1	3	-2	0.999	3.04E-08	0.0104	0.01	0.00962	1
2	3	-2	0.997	4.73E-07	0.0108	0.01	0.00926	1
3	2.99	-2	0.994	2.38E-06	0.0112	0.01	0.00891	1
4	2.98	-2	0.989	7.47E-06	0.0117	0.01	0.00858	1
5	2.97	-2	0.984	1.81E-05	0.0121	0.01	0.00825	1
6	2.96	-2	0.976	3.71E-05	0.0126	0.01	0.00794	1
7	2.95	-2	0.968	6.78E-05	0.0131	0.01	0.00764	1
8	2.93	-2	0.959	0.000114	0.0136	0.01	0.00736	1
9	2.92	-2	0.948	0.00018	0.0141	0.01	0.00708	1
10	2.9	-2	0.937	0.000269	0.0147	0.01	0.00681	1
11	2.88	-2	0.924	0.000386	0.0153	0.01	0.00656	1
12	2.85	-2	0.911	0.000535	0.0158	0.01	0.00631	1
13	2.83	-2	0.897	0.000719	0.0165	0.01	0.00607	1
14	2.81	-2	0.882	0.000943	0.0171	0.01	0.00584	1
15	2.78	-2	0.866	0.00121	0.0178	0.01	0.00562	1
16	2.75	-2	0.85	0.00152	0.0185	0.01	0.00541	1
17	2.72	-2	0.834	0.00188	0.0192	0.01	0.00521	1
18	2.69	-2	0.817	0.00229	0.02	0.01	0.00501	1
19	2.66	-2	0.799	0.00274	0.0207	0.01	0.00482	1
20	2.63	-2	0.781	0.00325	0.0215	0.01	0.00464	1
21	2.6	-2	0.763	0.00381	0.0224	0.01	0.00447	1
22	2.57	-2	0.745	0.00441	0.0233	0.01	0.0043	1
23	2.53	-1.99	0.727	0.00506	0.0242	0.01	0.00414	1
24	2.5	-1.99	0.708	0.00574	0.0251	0.01	0.00398	1
25	2.47	-1.99	0.69	0.00647	0.0261	0.01	0.00383	1
26	2.43	-1.99	0.671	0.00723	0.0271	0.01	0.00369	1
27	2.4	-1.99	0.653	0.00803	0.0282	0.01	0.00355	1
28	2.36	-1.99	0.635	0.00884	0.0293	0.01	0.00341	1
29	2.33	-1.99	0.616	0.00968	0.0304	0.01	0.00329	1
30	2.29	-1.98	0.598	0.0105	0.0316	0.01	0.00316	1