**Моделирование частотных сканов**

Оглавление

[*Моделирование частотных сканов с одной экспоненциальной составляющей без показателя p* 2](#_Toc100667978)

[*Подготовка данных* 2](#_Toc100667979)

[*Идентификация параметров модели* 4](#_Toc100667980)

[*Моделирование частотных сканов с учётом показателя p* 6](#_Toc100667981)

# *Моделирование частотных сканов с одной экспоненциальной составляющей без показателя p*

## *Подготовка данных*

Выходной сигнал коррелятора спектрометра DLS-82E имеет следующий вид:

где *CA* – амплитуда емкостного релаксационного сигнала,  
*KBS* – масштабный коэффициент, зависящий от чувствительности емкостного моста,  
*KLS* – масштабный коэффициент селектора,  
*τ* – постоянная релаксации ГУ,  
*F0* – частота следования импульсов заполнения,  
*t1* – длительность импульса заполнения,

где *М* – масштабный множитель.

Введём коэффициент *A* характеризующий амплитуду сигнала релаксации ёмкости:

При моделировании будем считать масштабный коэффициент и длительность импульса заполнения постоянными:  
*t1* = 20 \* 10-6 c,  
*M* = 5.861.

При идентификации параметров модели будем определять коэффициент *A*, характеризующий амплитуду сигнала релаксации, и постоянную времени сигнала релаксации *τ*.

Так как выражения (1) и (2) при моделировании будут зависеть только от трёх параметров: *τ*, *A*, *F0*, их можно переписать следующим образом:

Подготовим исходные данные для моделирования, на первом этапе предлагается использовать расчётные данные вместо экспериментальных, чтобы можно было оценить качество идентификации параметров модели.

Подготовим массив значений частоты, распределённых равномерно по логарифму частоты. Каждое значение вычисляется по следующей формуле:

где *i* – номер элемента в массиве (от 1 до *N*; *N* – количество элементов в массиве),  
*d* – шаг по логарифму частоты, который вычисляется автоматически в программе моделирования.

В следующей таблице приведены параметры массива частот:

Таблица 1 – Параметры массива частот

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Параметр | Начальная частота, Гц | Конечная частота, Гц | Количество значений |
| Значения | 1 | 2500 | 1000 |

Для каждого значения частоты вычислим значения выходного сигнала коррелятора по следующей формуле:

где *n* – нормально распределённый шум с математическим ожиданием μ и среднеквадратическим отклонением σ.

Для расчётов будем использовать параметры, перечисленные в следующей таблице:

Таблица 2 – Параметры для вычисления исходных данных

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Параметр | τ, с | *A* | *μ* | *σ* |
| Значение | 0.005 | 3.0 | 0 | 0.2 |

На рисунке ниже показан рассчитанный частотный скан.



Рисунок 1 – Рассчитанный частотный скан. По горизонтали отложена частота в Гц, по вертикали – сигнал DLTS.

## *Идентификация параметров модели*

В качестве целевой функции при оптимизации параметров модели выберем минимум среднеквадратической ошибки между исходными данными и данными, вычисляемыми моделью (формула 7).

Оптимизацию параметров модели будем выполнять методом стохастического градиентного спуска по мини-батчам (выборкам), так как данный алгоритм обладает высокой скоростью и меньше подвержен риску остановиться в локальном минимуме целевой функции. Размер выборки (параметр “*batch\_size*”) зададим равны 100, количество итераций (параметр “*epochs*” – «эпохи») также зададим равным 100, скорость градиентного спуска (параметр “*learning\_rate*”) зададим равным 0.1. Данный алгоритм работает следующим образом:

1. из всех исходных данных 100 точек (параметр “*batch\_size*”) выбираются случайным образом;
2. по выбранным точкам выполняется стохастический градиентный спуск;
3. пункты 1 и 2 повторяются *N/batch\_size* раз (*N* – количество точек в массиве исходных данных), при каждом повторении фиксируются лучшие параметры модели;
4. пункты 1 – 3 повторяются заданное количество раз (параметр “*epochs*”), в конце каждой итерации фиксируются лучшие значения параметров.

Стохастический градиентный спуск находит решение быстрее и работает стабильнее, если значения параметров модели находятся примерно в одном и том же масштабе. Чтобы выполнить данное условие, будем оптимизировать не постоянную времени *τ*, а её логарифм, т.е. в выражениях (4) и (5) заменим *τ* следующим выражением (8) и будем искать оптимальное значение степени *ρ* вместо *τ*.

Данная замена также исключит возможность появления отрицательных значений *τ* в результате работы алгоритма.

Начальные значения параметров будем выбирать случайными из диапазонов, приведённых в следующий таблице.

Таблица 3 – Диапазоны начальных значений параметров.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Параметр | Минимальное значение | Максимальное значение |
| *ρ* | -3 | -0,5 |
| *A* | 0,3 | 3,3 |

Не исключено, что вместо произвольных значений правильнее выбирать значения параметров в произвольной точке частотного скана.

Ниже приведён результат работы алгоритма идентификации.



Рисунок 2 – Результаты идентификации модели. На графике слева показаны исходные данные (зелёные точки), частотный скан, полученный на модели до оптимизации параметров (синяя линия), частотный скан, полученный на модели после оптимизации параметров (красная линия); по горизонтали отложена частота в Гц, по вертикали – сигнал DLTS. На графике справа показана зависимость среднеквадратической ошибки от количества «эпох».

В следующей таблице приведены численные значения результатов идентификации модели.

Таблица 4 – Результаты идентификации параметров модели.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Параметр | Значения до оптимизации | Значения после оптимизации | Исходные значения |
| *A* | 1.0500 | 2.9973 | 3.0 |
| *ρ* | -1.133 | -2.312 | - |
| *τ* | 0.0736 | 0.0049 | 0.005 |
| *E* | 2.1472 | 0.0406 | - |
|  | 1.465317 | 0.201380 | - |

Алгоритм достигает сходимости очень быстро, таким образом, нет необходимости использовать вариации градиентного спуска с переменным шагом.

# *Моделирование частотных сканов с учётом показателя p*

Для комплексного учёта нелинейности и неэкспоненциальности используется показатель *p*, в этом случае выражение (4) приобретает следующий вид:

Рассчитаем экспериментальные данные аналогично тому как это делалось в предыдущей части, но принимая во внимание коэффициент p. Для расчёта используется та же сетка частот, что и в предыдущем разделе. Параметры, использованные для расчёта приведены ниже.

Таблица 5 – Параметры для вычисления исходных данных

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Параметр | τ, с | *A* | *p* | *μ* | *σ* |
| Значение | 0.005 | 3.0 | 1.5 | 0 | 0.2 |

На рисунке ниже приведён рассчитанный частотный скан.



Рисунок 3 – Рассчитанный частотный скан. По горизонтали отложена частота в Гц, по вертикали – сигнал DLTS.

Выполним идентификацию параметров модели тем же способом, что и в предыдущем разделе. Алгоритм и параметры алгоритма оставим без изменений, за исключением того, что идентификация теперь проводится по трём параметрам, а параметр *p* в начале идентификации всегда будет равным 1.

Ниже приведён результат работы алгоритма идентификации.



Рисунок 4 – Результаты идентификации модели. На графике слева показаны исходные данные (зелёные точки), частотный скан, полученный на модели до оптимизации параметров (синяя линия), частотный скан, полученный на модели после оптимизации параметров (красная линия); по горизонтали отложена частота в Гц, по вертикали – сигнал DLTS. На графике справа показана зависимость среднеквадратической ошибки от количества «эпох».

В следующей таблице приведены численные значения результатов идентификации модели.

Таблица 4 – Результаты идентификации параметров модели.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Параметр | Значения до оптимизации | Значения после оптимизации | Исходные значения |
| *A* | 1.6234 | 3.0084 | 3.0 |
| *ρ* | -0.7361 | -2.2892 | - |
| *τ* | 0.1836 | 0.0051 | 0.005 |
| *p* | 1.0 | 1.5225 | 1.5 |
| *E* | 2.2571 | 0.0404 | - |
|  | 1.5024 | 0.2010 | - |

# *Моделирование частотных сканов с несколькими экспоненциальными составляющими*

В



