

Отчёт по лабораторной работе №7

Модель распространения рекламы

Рытов Алексей Константинович

Цель работы

Изучить и построить модель эффективности рекламы.

Теоретическое введение. Построение математической модели.

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом $\alpha_1(t)(N - n(t))$, где

$\alpha_1 > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$. эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

В обратном случае $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой

Задание

Вариант 12

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.83 + 0.000013n(t))(N - n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000024 + 0.29n(t))(N - n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.5t + 0.3tn(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 885$, в начальный момент о товаре знает 3 человек.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Выполнение лабораторной работы

Написали скрипты на языках julia и openModelica для решения диф. уравнений.

```
using DifferentialEquations
```

```
using Plots
```

```
N = 885
```

```
n0 = 3
```

```
function f(du, u, p , t)
```

```
    (n) = u
```

```
    du[1] = (0.83 + 0.000013 * u[1]) * (N - u[1])
```

```
end
```

```
v0 = [n0]
```

```
tspan = (0.0, 60.0)
```

```
prob =ODEProblem(f, v0, tspan)
```

```
sol = solve(prob, dtmax = 0.1)
```

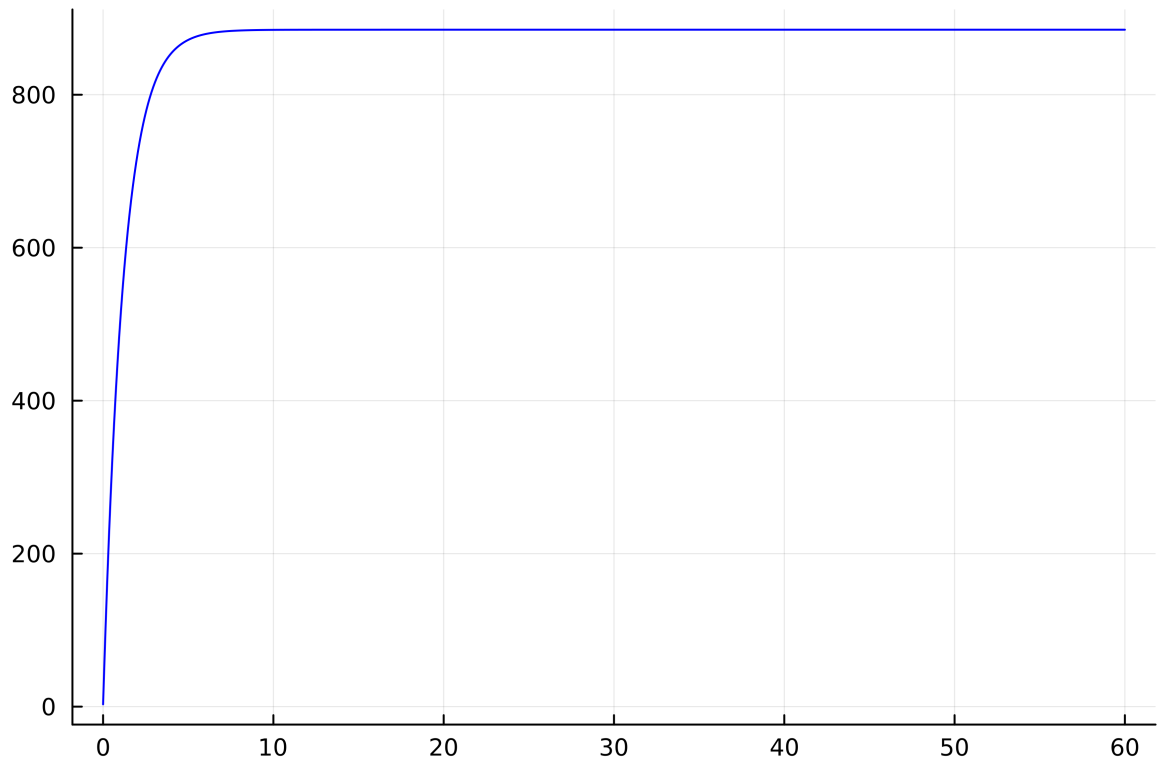
```
n = [u[1] for u in sol.u]
```

```
T = [t for t in sol.t]
```

```
plt = plot(dpi=600,legend=false)
```

```
plot!(plt, T, n, color=:blue)
```

```
savefig(plt, "1.png")
```



```
using DifferentialEquations
```

```
using Plots
```

```
N = 885
```

```
n0 = 3
```

```
function f(du, u, p, t)
```

```
    (n) = u
```

```
    du[1] = (0.000024 + 0.29 * u[1]) * (N - u[1])
```

```
end
```

```
v0 = [n0]
```

```
tspan = (0.0, 60.0)
```

```
prob = ODEProblem(f, v0, tspan)
```

```
sol = solve(prob, dtmax = 0.1)
```

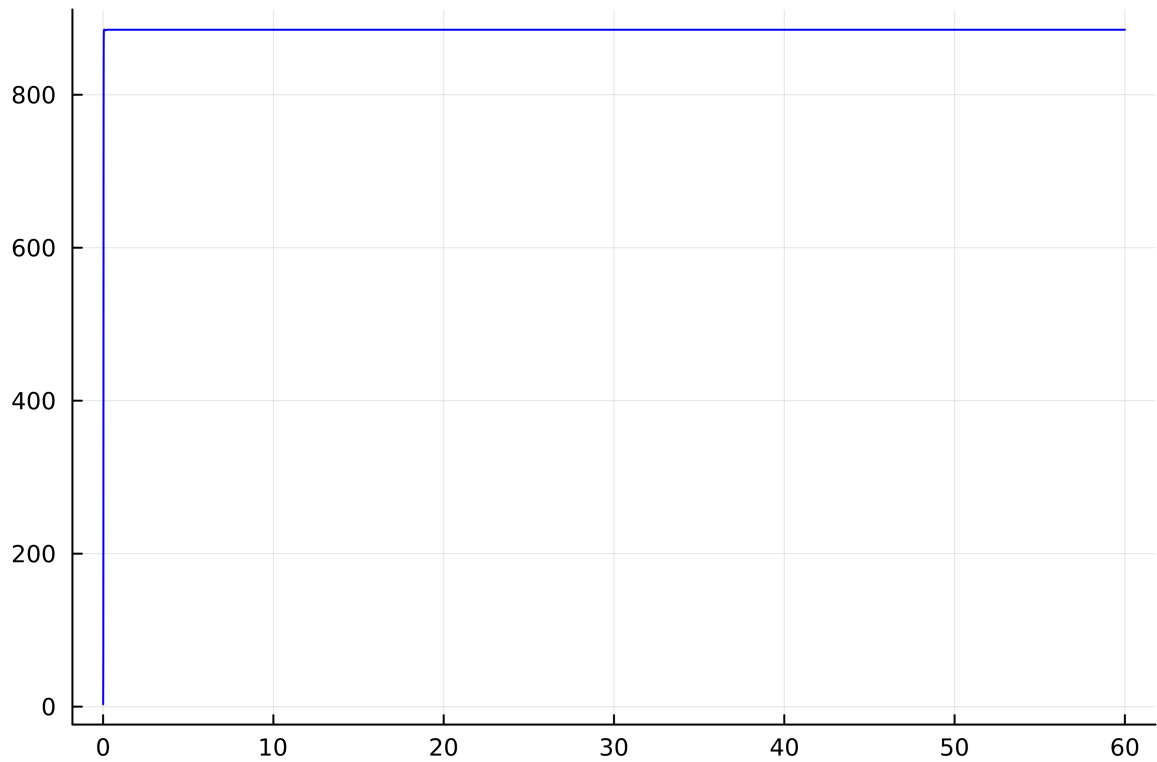
```
n = [u[1] for u in sol.u]
```

```
T = [t for t in sol.t]
```

```
plt = plot(dpi=600,legend=false)
```

```
plot!(plt, T, n, color=:blue)
```

```
savefig(plt, "2.png")
```



```
using DifferentialEquations
```

```
using Plots
```

```
N = 885
```

```
n0 = 3
```

```
function f(du, u, p, t)
```

```
    (n) = u
```

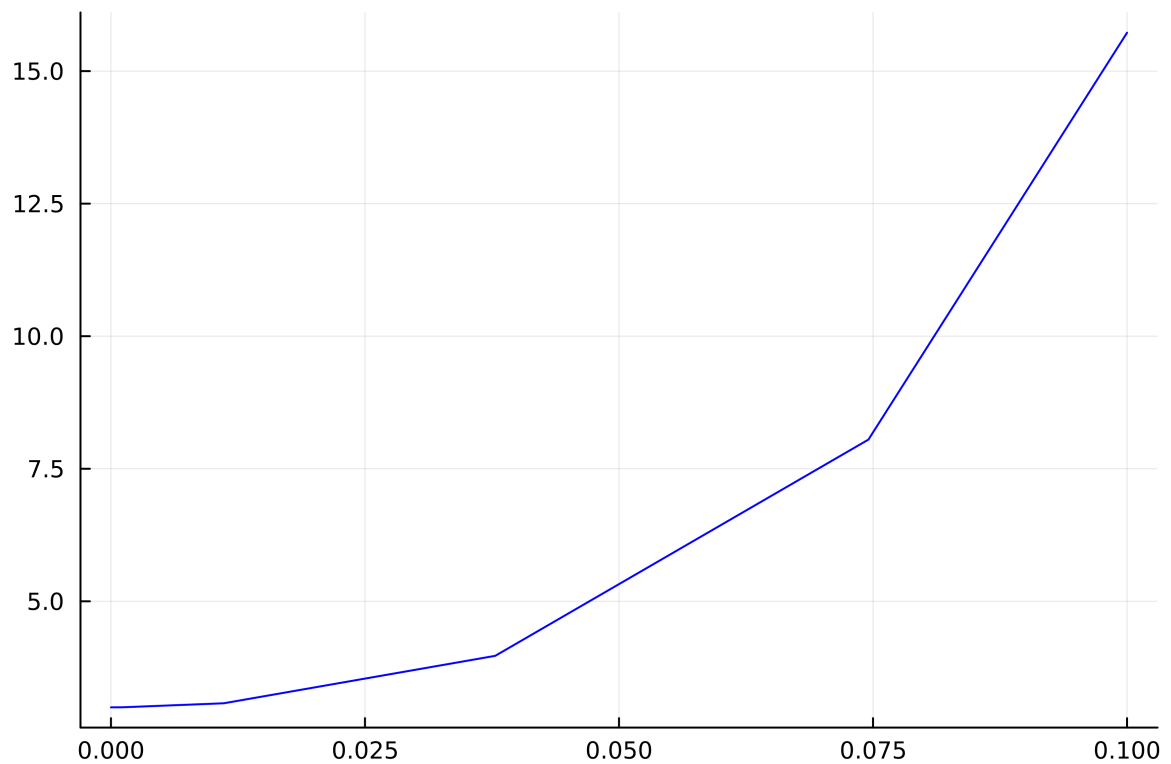
```
    du[1] = (0.5 * t + 0.3 * t * u[1]) * (N - u[1])
```



```
end
```

```
v0 = [n0]  
tspan = (0.0, 0.1)  
prob = ODEProblem(f, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)  
n = [u[1] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]
```

```
plt = plot(dpi=600, legend=false)  
plot!(plt, T, n, color=:blue)  
savefig(plt, "3.png")
```



```
model lab07_1
```

```
Real N = 885;
```

```
Real n;
```

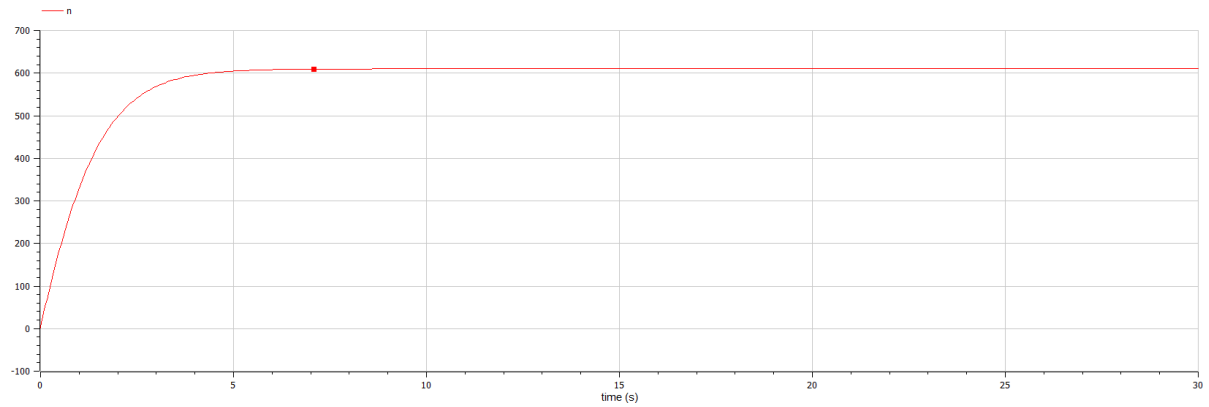
initial equation

$n = 3;$

equation

$\text{der}(n) = (0.83 + 0.000013*n)*(N-n);$

end lab07_1;



model lab07_2

Real $N = 885;$

Real $n;$

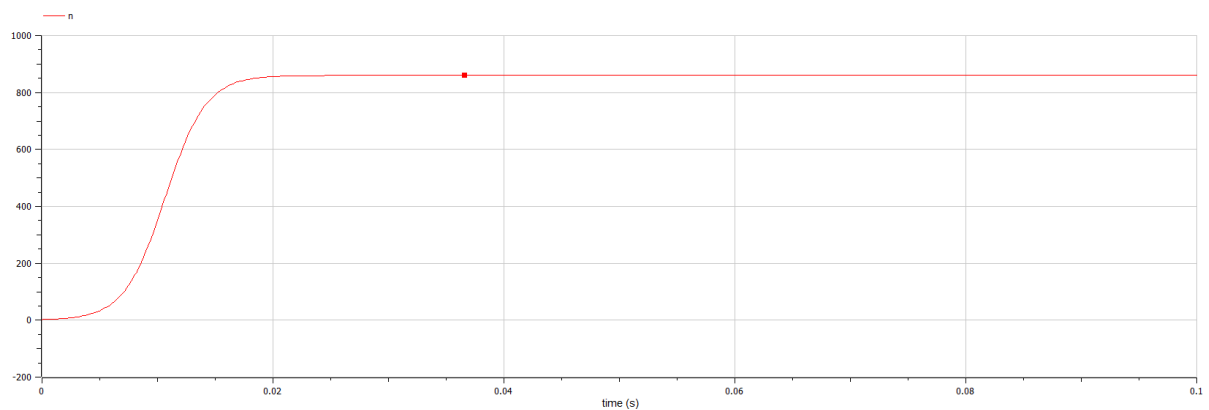
initial equation

$n = 3;$

equation

$\text{der}(n) = (0.000024 + 0.29*n)*(N-n);$

end lab07_2;



```
model lab07_3
```

```
Real N = 885;
```

```
Real n;
```

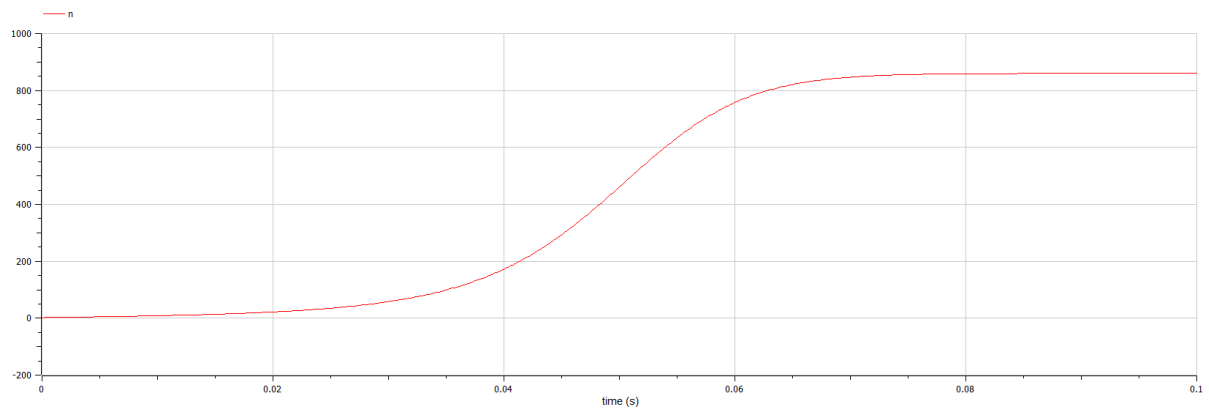
```
initial equation
```

```
n = 3;
```

```
equation
```

```
der(n) = (0.5*time + 0.3*time*n)*(N-n);
```

```
end lab07_3;
```



Вывод

Мы изучили и построили модель эффективности рекламы.