Лабораторная работа №6

Модель эпидемии

Рытов Алексей Константинович

# Цель работы

Изучить и построить модель эпидемии.

# Теоретическое введение. Построение математической модели.

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их . А третья группа, обозначающаяся через – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа меняется по следующему закону:

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, то есть:

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

Постоянные пропорциональности - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени нет особей с иммунитетом к болезни , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей и соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: и

# Задание

**Вариант 12**

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове в момент начала эпидемии число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

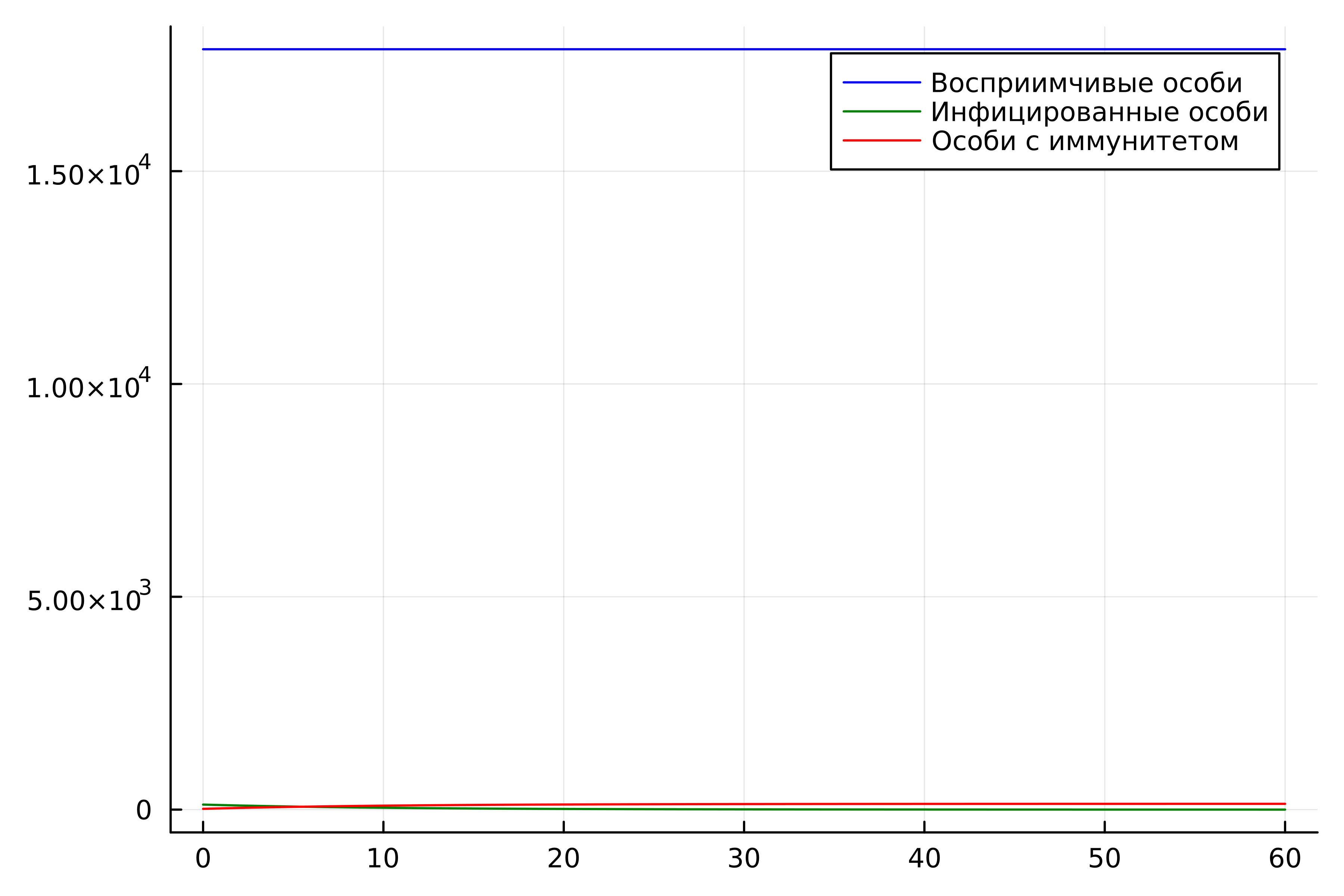
# Задачи

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп , , . Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случаях:

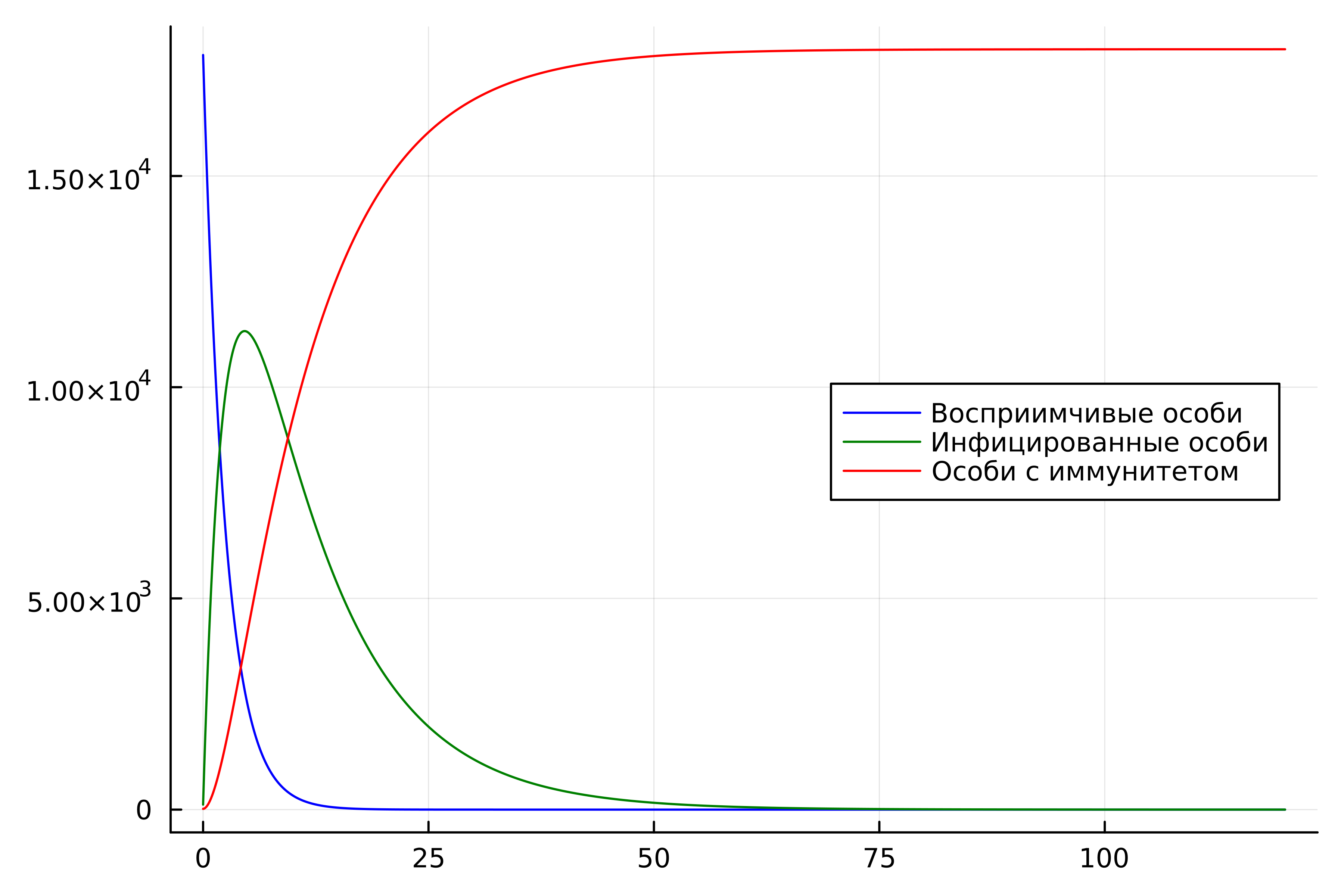
# Выполнение лабораторной работы

Написали скрипты на языках julia и openModelica для решения диф. уравнений.

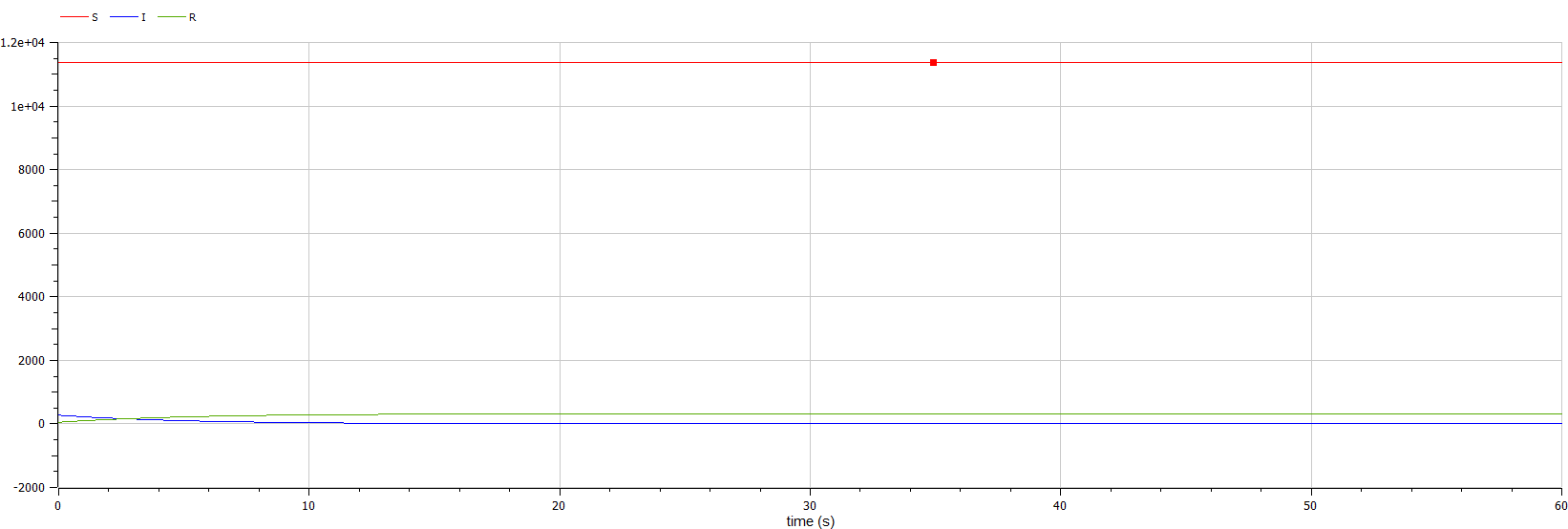
using DifferentialEquations  
using Plots  
  
beta = 0.1  
  
function f(du, u, p, t)  
 S, I, R = u  
 du[1] = 0  
 du[2] = -beta\*u[2]  
 du[3] = beta\*I  
end  
  
N = 18000  
I0 = 118  
R0 = 18  
S0 = N - I0 - R0  
  
v0 = [S0, I0, R0]  
tspan = (0.0, 60.0)  
prob =ODEProblem(f, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax = 0.1)  
  
S = [u[1] for u in sol.u]  
I = [u[2] for u in sol.u]  
R = [u[3] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt1 = plot(dpi=600,legend=:topright)  
plot!(plt1, T, S, label = "Восприимчивые особи", color=:blue)  
plot!(plt1, T, I, label = "Инфицированные особи", color=:green)  
plot!(plt1, T, R, label = "Особи с иммунитетом", color=:red)  
savefig(plt1, "1.png")



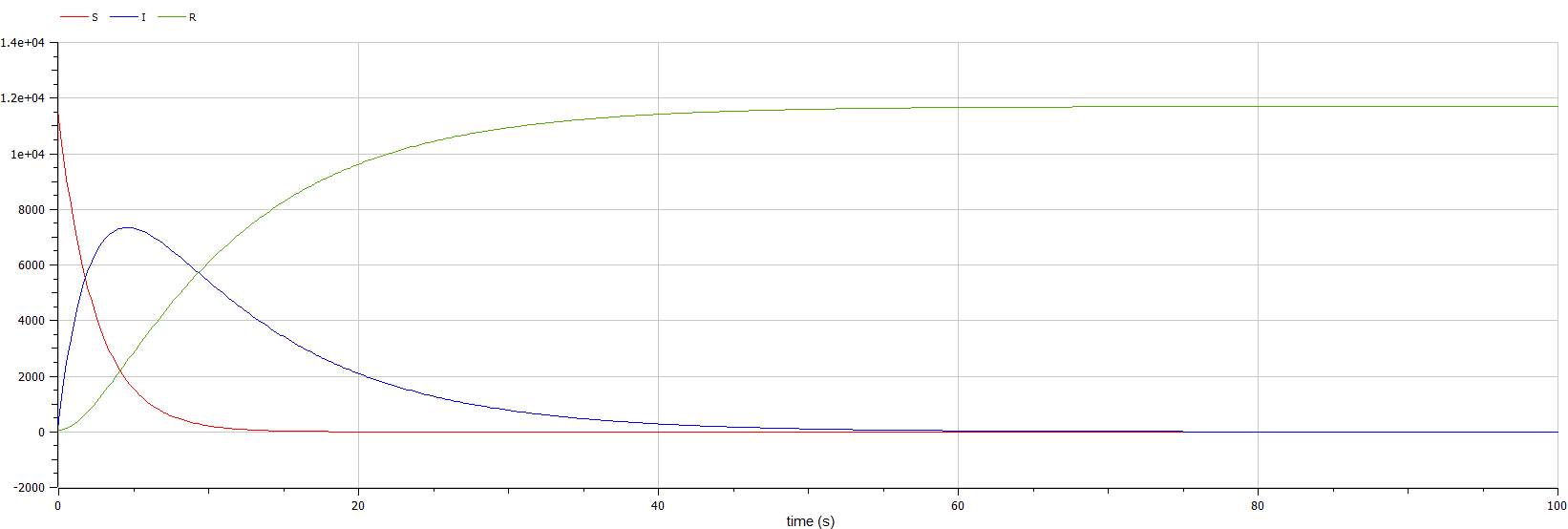
using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 18000  
I0 = 118  
R0 = 18  
S0 = N - I0 - R0  
  
alpha = 0.4  
beta = 0.1  
  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 S, I, R = u  
 du[1] = -alpha\*u[1]  
 du[2] = alpha\*u[1] - beta\*u[2]  
 du[3] = beta\*I  
end  
  
v0 = [S0, I0, R0]  
tspan = (0.0, 120.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax=0.05)  
S = [u[1] for u in sol.u]  
I = [u[2] for u in sol.u]  
R = [u[3] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt = plot(  
 dpi=600,  
 legend=:right)  
  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 S,  
 label="Восприимчивые особи",  
 color=:blue)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 I,  
 label="Инфицированные особи",  
 color=:green)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 R,  
 label="Особи с иммунитетом",  
 color=:red)  
  
  
savefig(plt, "2.png")



model lab06\_1  
Real N = 18000;  
Real I;  
Real R;  
Real S;  
Real alpha = 0.6;  
Real beta = 0.2;  
initial equation  
I = 118;  
R = 18;  
S = N - I - R;  
equation  
der(S) = 0;  
der(I) = -beta\*I;  
der(R) = beta\*I;  
end lab06\_1;



model lab06\_2  
Real N = 18000;  
Real I;  
Real R;  
Real S;  
Real alpha = 0.4;  
Real beta = 0.1;  
initial equation  
I = 118;  
R = 18;  
S = N - I - R;  
equation  
der(S) = -alpha\*S;  
der(I) = alpha\*S - beta\*I;  
der(R) = beta\*I;  
end lab06\_2;



# Вывод

Мы изучили модель эпидемии.