

**Московский государственный технический
университет им. Н.Э. Баумана.**

Факультет «Информатика и управление»

Кафедра «Системы обработки информации и управления»

Курс «Основы программирования»

Отчет по лабораторной работе №3
«Табулирование функций с использованием рядов Тейлора»

Вариант 5

Выполнил:
студент группы ИУ5-15Б
Трифонов Дмитрий
Подпись и дата:

Проверил:
преподаватель каф. ИУ5
Папшев И.С.
Подпись и дата:

Москва, 2021 г.

Постановка задачи

Задача 1

Из первых n натуральных чисел найдите сумму тех из них, которые делятся на 5 и не делятся на m ($m < n$). Натуральные значения n и m введите с клавиатуры.

Задача 2

Составьте программу для вычисления:

$$S = \begin{cases} \prod_{i=2(2)}^8 i^2 - a, & a \geq 0 \\ \prod_{i=3(3)}^9 (i-2), & a < 0 \end{cases}$$

Значение a введите с клавиатуры

Задача 3

Составьте программу вычисления значения суммы $S(x) = 1 + 3x^2 + \dots + \frac{2n+1}{n!}x^{2n}$ и

функции $Y(x) = (1 + 2x^2)e^{x^2}$ в диапазоне от 0 до 1 с шагом $h=0.2$. Вычисление суммы ряда Тейлора производите с погрешностью, не превышающей 0.000001. Результат представить в виде таблицы (без рамок), которая содержит четыре столбца со значениями x , $Y(x)$, $S(x)$ и N , где N - номер последнего слагаемого.

Задача 4

Напишите программу для вычисления y по формуле:

$$y = \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{7 + \dots + \frac{1}{(2n+1)}}}}$$

Натуральное значение n введите с клавиатуры. Обеспечьте возможность, не завершая программу, вычислить y для нескольких значений n и выведите на экран значения промежуточных результатов при n равном 3, 5 и 10.

Разработка алгоритма

Задача 1

Рассматриваем значения счётчика от 5 до n включительно с шагом 5 (так как искомые числа кратны 5), и если счётчик не кратен m , его значение добавляется к переменной суммы.

Переменные: $int\ n, m$ (из условия). Искомое значение вычисляется через функцию $int\ calculateSum(int\ n, int\ m)$, в которой сумма записывается в переменную $int\ sum$;

Задача 2

При $a \geq 0$: перемножение — постоянная величина, равная 147456. Поэтому в данном случае $S = 147456 - a$.

При $a < 0$: перемножение — постоянная величина, поэтому при любых a $S = 28$.

Переменные:

$double\ a$ (из условия). Искомое значение S вычисляется функцией

$double\ calculateAnswer(double\ a)$, в которой используется только тип $double$ (для соблюдения необходимой точности вычислений).

Задача 3

$$S(1) = 1 + 3x^2$$

$$S(2) = S(1) + 5/2 * x^4$$

$$S(3) = S(2) + 7/6 * x^6$$

$$S(4) = S(3) + 3/8 * x^8$$

...

Легко заметить, что для каждого ряда можно задать рекурсивную формулу последнего элемента:

$$last_el(n) = last_el(n-1) * (n * 2 + 1) / ((n * 2 + 1) * (n - 1) + 1) * x^2$$

где $last_el(x)$ — последний элемент ряда от x

Таким образом, в цикле, пока последний элемент суммы больше заданного эпсилон, находим последний элемент текущей последовательности и добавляем его к сумме, а после окончания цикла получаем искомое значение.

Переменные:

$double\ eps$ (точность вычислений)

Для нахождения значения $S(x)$ используется функция $std::pair<int, double> s(float\ x, double\ eps)$. Она возвращает $S(x)$ и шаг, на котором было получено значение. В процессе вычисления $S(x)$ используются переменные:

- $int\ n$ — номер шага
- $int\ numerator$ — текущий числитель значения, на которое будет домножаться предыдущий последний элемент последовательности для получения нового
- $double\ last_el$ — последний член текущей суммы
- $double\ result$ — искомое $S(x)$

Для нахождения $Y(x)$ используется функция $double\ y(float\ x)$, в которой используется математическая константа из файла `math.h` M_E .

Задача 4

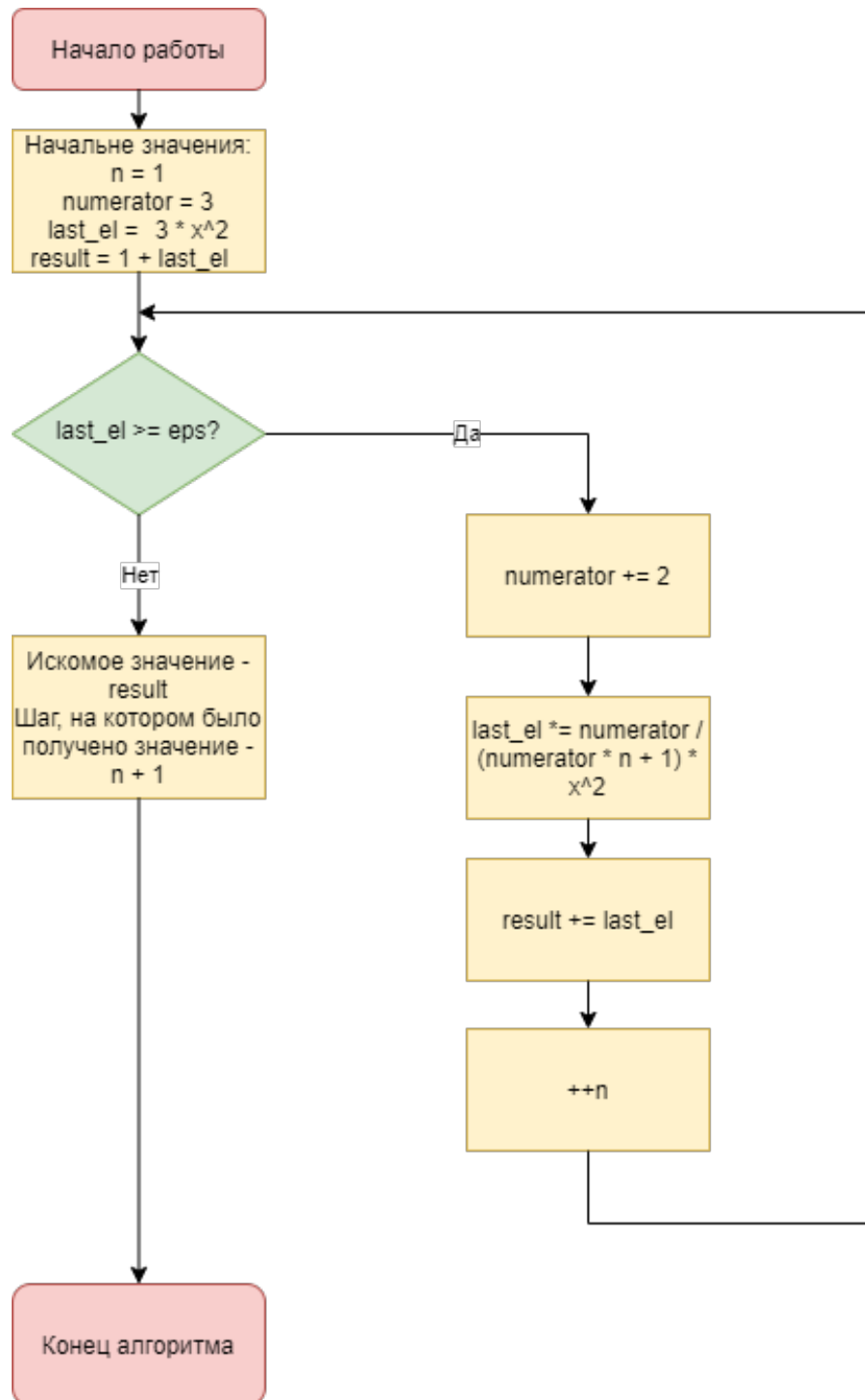
Вычисление y целесообразно производить с конца, то есть для конкретного числа сначала вычисляется дробь $1/(2n + 1)$, потом $1/(2(n-1) + 1 + 1/(2n + 1))$ и т. д.

В итоге, пока n не дойдёт до нуля, мы прибавляем к значению, полученному на предыдущем шаге, $2n + 1$, потом возводим получившиеся число в -1 степень и уменьшаем n на 1.

Переменные:

$int\ n$ (из условия). Значение y вычисляется функцией $double\ Y(double\ n)$. В ней также используется переменная $double\ res$ для хранения промежуточного результата.

Блок-схема для задачи 3



Текст программы

Задача 1

...y\Documents\study\programming basics\lab3\task1\task1.cpp

1

```
1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3 void getNumbers(int& n, int& m) {
4     cout << "Введите два числа n и m:\n";
5     cin >> n >> m;
6 }
7 bool getIsOver() {
8     cout << "Продолжить работу? (y/n)";
9     char answer; cin >> answer;
10    return !(toupper(answer) == 'Y' || toupper(answer) == 'Д');
11 }
12 int calculateSum(int n, int m) {
13     int sum = 0;
14     for (int i = 5; i <= n; i += 5) {
15         if (i % m) {
16             sum += i;
17         }
18     }
19     return sum;
20 }
21 int main() {
22     system("chcp 1251 > nul");
23     int n, m;
24     do {
25         getNumbers(n, m);
26         if ( !( (n > 0) && (m > 0) ) )
27             cout << "Вы должны ввести два натуральных числа.\n";
28         else
29             cout << calculateSum(n, m) << endl;
30     } while (!getIsOver());
31 }
```

Задача 2

...y\Documents\study\programming basics\lab3\task2\task2.cpp

1

```
1  #include <iostream>
2  #include <iomanip>
3  using namespace std;
4  bool getIsOver() {
5      cout << "Продолжить работу? (y/n)\n";
6      char answer; cin >> answer;
7      return !(toupper(answer) == 'Y' || toupper(answer) == 'Д');
8  }
9  void getNumber(double &a) {
10     cout << "Введите число:\n";
11     cin >> a;
12 }
13 double calculateAnswer(double a) {
14     if (a < 0)
15         return 28.0;
16     else
17         return static_cast<double>(147456.0) - a;
18 };
19 int main()
20 {
21     system("chcp 1251 > nul");
22     cout.precision(6);
23     cout << fixed << showpoint;
24     double a;
25     do {
26         getNumber(a);
27         cout << calculateAnswer(a) << endl;
28     } while (!getIsOver());
29 }
30
```

Задача 3

...y\Documents\study\programming basics\lab3\task3\task3.cpp

1

```
1 #define _USE_MATH_DEFINES
2 #include <iostream>
3 #include <iomanip>
4 #include <math.h>
5 using namespace std;
6
7 //returns S(x) and N
8 pair <int, double> s(float x, double eps) {
9     int n = 1;
10    int numerator = 3;
11    double last_el = 3 * pow(x, 2);
12    double result = 1 + last_el;
13    while (last_el >= eps) {
14        numerator += 2;
15        last_el *= static_cast<double>(numerator) / (static_cast<double>
16            (numerator) * static_cast<double>(n) + 1) * x * x;
17        result += last_el;
18        ++n;
19    }
20    return { n + 1, result };
21 }
22 double y(float x) {
23     return (1 + 2 * pow(x, 2)) * pow(M_E, pow(x, 2));
24 }
25
26 void printTable(double eps) {
27     int n = 0;
28     while (pow(10, -n) != eps) ++n;
29     ++n;
30     string step = "      ";
31     int field_l = n + 4;
32
33     //print header
34     cout << setw(3) << "x" << step << setw(field_l) << "Y(x)" << step << setw
35         (field_l) << \
36         "S(x)" << step << setw(3) << "N" << endl;
37
38     //print lines
39     const float h = 0.2;
40     for (float x = 0; x <= 1; x += h) {
41         pair <int, double> s_x = s(x, eps);
42         cout << setprecision(1) << setw(3) << x << step;
43         cout << setprecision(n) << fixed << setw(field_l) << y(x) << step;
44         cout << setw(field_l) << s_x.second << step;
45         cout << setw(3) << s_x.first << endl;
46     }
47 }
```

...y\Documents\study\programming basics\lab3\task3\task3.cpp

2

```
48 void getEpsilon(double& eps) {
49     cout << "Выберите точность вычислений:" << endl;
50     cin >> eps;
51     if (eps > 0.01 || eps <= 0) {
52         cout << "Введена некорректная погрешность" << endl;
53         cout << "Будет использоваться eps = 0.000001" << endl << endl;
54         eps = 0.000001;
55     }
56 }
57
58 bool getIsOver() {
59     cout << "Продолжить работу? (y/n)";
60     char answer; cin >> answer;
61     return !(toupper(answer) == 'Y' || toupper(answer) == 'Д');
62 }
63
64 int main() {
65     system("chcp 1251 > nul");
66     double eps;
67     do {
68         getEpsilon(eps);
69         printTable(eps);
70     } while (!getIsOver());
71 }
```

Задача 4

...y\Documents\study\programming basics\lab3\task4\task4.cpp

1

```
1  #include <iostream>
2  #include <iomanip>
3  using namespace std;
4  void getN(int& n) {
5      cout << "Введите n:" << endl;
6      cin >> n;
7      if (n <= 0) {
8          cout << "Введено некорректное значение n" << endl;
9          cout << "Используется n = 5" << endl;
10         n = 5;
11     }
12 };
13
14 double Y(double n) {
15     double res = 0;
16     while (n) {
17         res += (2 * n) + 1;
18         res = 1.0 / res;
19         --n;
20     }
21     return res;
22 }
23
24 bool getIsOver() {
25     cout << "Продолжить работу? (y/n)";
26     char answer; cin >> answer;
27     return !(toupper(answer) == 'Y');
28 }
29 void printValue(int n) {
30     cout << "Y(" << n << "): " << Y(n) << endl;
31 }
32 void printSteps(int n) {
33     if (n > 3) {
34         printValue(3);
35         if (n > 6) {
36             printValue(5);
37             if (n > 10) {
38                 printValue(10);
39             }
40         }
41     }
42 }
43 int main()
44 {
45     system("chcp 1251 > nul");
46     cout << setprecision(10);
47
48     int n;
49     do {
```

...y\Documents\study\programming basics\lab3\task4\task4.cpp

2

```
50         getN(n);
51         printValue(n);
52         printSteps(n);
53     } while (!getIsOver());
54 }
```


Анализ результатов

Задача 1

Ввод	Вывод
10 2 100 4 12 13 -1 -2 -1 2	Введите два числа n и m: 10 2 5 Продолжить работу? (y/n)y Введите два числа n и m: 100 4 750 Продолжить работу? (y/n)y Введите два числа n и m: 12 13 15 Продолжить работу? (y/n)y Введите два числа n и m: -1 -2 Вы должны ввести два натуральных числа. Продолжить работу? (y/n)y Введите два числа n и m: -1 2 Вы должны ввести два натуральных числа. Продолжить работу? (y/n)■

Задача 2

Ввод	Вывод
-1 5.7 5.125 5.1355	Введите число: -1 28.000000 Продолжить работу? (y/n) y Введите число: 5.7 147450.300000 Продолжить работу? (y/n) y Введите число: 5.125 147450.875000 Продолжить работу? (y/n) y Введите число: 5.1355 147450.864500 Продолжить работу? (y/n)

Задача 3

Ввод

0.000001

0.00000001

-1

Вывод

Выберите точность вычислений:

0.000001

x	Y(x)	S(x)	N
0	1.0000000	1.0000000	2
0.2	1.1240756	1.1240756	5
0.4	1.5490344	1.5490344	7
0.6	2.4653267	2.4653267	9
0.8	4.3239766	4.3239765	10
1.0	8.1548455	8.1548454	12

Продолжить работу? (y/n)y

Выберите точность вычислений:

0.00000001

x	Y(x)	S(x)	N
0.0	1.000000000	1.000000000	2
0.2	1.124075640	1.124075640	6
0.4	1.549034368	1.549034368	8
0.6	2.465326746	2.465326745	10
0.8	4.323976560	4.323976559	12
1.0	8.154845485	8.154845485	14

Выберите точность вычислений:

-1

Введена некорректная погрешность

Будет использоваться eps = 0.000001

x	Y(x)	S(x)	N
0	1.0000000	1.0000000	2
0.2	1.1240756	1.1240756	5
0.4	1.5490344	1.5490344	7
0.6	2.4653267	2.4653267	9
0.8	4.3239766	4.3239765	10
1.0	8.1548455	8.1548454	12

Продолжить работу? (y/n)■

Задача 4

Ввод	Вывод
-1 3 5 10 11	Введите n: -1 Введено некорректное значение n Используется n = 5 Y(5): 0.3130352861 Y(3): 0.3130434783 Продолжить работу? (y/n)y Введите n: 3 Y(3): 0.3130434783 Продолжить работу? (y/n)y Введите n: 5 Y(5): 0.3130352861 Y(3): 0.3130434783 Продолжить работу? (y/n)y Введите n: 10 Y(10): 0.3130352855 Y(3): 0.3130434783 Y(5): 0.3130352861 Продолжить работу? (y/n)y Введите n: 11 Y(11): 0.3130352855 Y(3): 0.3130434783 Y(5): 0.3130352861 Y(10): 0.3130352855 Продолжить работу? (y/n)y Введите n: