БФУ

Астрономическое сообщество БФУ им. И. Канта

MATH MODELING

astrobfu.ru

Земля Вблизи Гаргантюа

А. С. Байгашов,*[a] Е.А. Карандашева,[b] А.А.Чеверда,[b] П.В. Хаймина,[b] Е.О. Землянухина,[b]

2099.01.01
2099.01.01

Данная работа посвящена исследованию возможного нахождения планеты возле чёрной дыры, а также искривления единого пространства-времени вблизи объекта гигантской массы, в частности чёрной дыры (или проще говоря, замедлению течения времени в гравитационном поле сверхмассивной чёрной дырой) . Приводятся результаты моделирования траектории движения планет вокруг Гаргантюа, которые являются гипотетически существующими объектами. Построена зависимость времени от координат точек траектории.

1 Введение

Более глубокое изучение чёрных дыр и близлежащих объектов в данный момент является одним из важных вопросов астрофизики. Достаточно большое количество вопросов о природе Вселенной основывается на понятии черных дыр, поэтому ученым важно подтвердить экспериментально это представление. В рамках настоящей работы рассматривается ситуация существования некой чёрной дыры Гаргантюа, которая является моделью самого близкого нахождения и вращения планет вокруг коллапсара. Подобные вычисления также приводит в своей книге "Интерстеллар. Наука за кадром"Кип Торн. Орбита планеты Миллер, рассматриваемая в фильме "Интерстеллар – самая близкая к черной дыре из всех стабильных круговых орбит вокруг Гаргантюа. Таким образом, это орбита с максимальным замедлением времени. На семь земных лет приходится один час на планете Миллер – время там течет примерно в 60 000 раз медленнее, чем на Земле.

В нашем исследовании так называемая планеты "Земля-2"и “Земля-3” находятся на расстоянии двух горизонтов событий, что соответственно ведёт к меньшему замедлению времени. Для моделирования ситуации используются знания, полученные из книги Кипа Торна, из лекционного материала Математического моделирования, а также из сведений о черных дырах и гравитационном замедлении времени.

Таким образом, целью работы является подтверждение теории, путём создания условий, при которых планеты будут вращаться вокруг чёрной дыры, а также выявление зависимости гравитационного замедления времени от расстояния между планетой и черной дырой. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи :

- Определить системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику планет в поле тяжести черной дыры
- Определить начальные условия для решения системы дифференциальных уравнений
- Исследовать закон замедления времени в поле тяжести черной дыры
- Написать алгоритм решения поставленной задачи

2 Постановка дифференциальной задачи

Ориентируясь на цель нашего исследования мы составили систему дифференциальных уравнений, которая выражает изменение положения планеты относительно черной дыры со временем:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_x \\ \dfrac{dv_x}{dt} = -\dfrac{GMx}{(X^2+y^2)^{3/2}} \\ \dfrac{dy}{dt} = v_y \\ \dfrac{dv_y}{dt} = -\dfrac{GMy}{(X^2+y^2)^{3/2}} \end{cases} \quad (1)$$

Изменяющейся величиной в системе является положение планеты в системе координат относительно Гаргантюа, а переменной - время.

Далее мы вывели формулу зависимости замедления времени

[a] Балтийский Федеральный Университет им. И. Канта, Калининград, Россия. E-mail: a.baigashov@gmail.com
[b] МАОУ Лицей 49, Калининград, Россия.
[b] МАОУ Лицей №49, Калининград, Россия.
[b] МАОУ Лицей №49, Калининград, Россия.
[b] МАОУ Лицей №49, Калининград, Россия.

на планете от расстояния между планетой и Гаргантюа

$$t_0 = t_f \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}} \tag{2}$$

где t_0 - время, протекающее в гравитационном поле, G - гравитационная постоянная, M - масса черной дыры, r_s - радиус Шварцшильда (Горизонт событий).

3 Начальные условия

Для решения системы дифференциальных уравнений и построения математических моделей, определим начальные параметры:

- Масса Гаргантюа - 100 миллионов Солнц ($M = 1.9 \cdot 10^{38}$)
- Горизонт событий ($r_s = ...$)
- тут нужно написать начальные условия для динамики планеты x_0
- тут нужно написать начальные условия для динамики планеты y_0
- тут нужно написать начальные условия для динамики планеты v_{x0}
- тут нужно написать начальные условия для динамики планеты v_{y0}

4 Численное решение

Результатом исследования черной дыры Гаргантюа стали анимированные модели траектории, которая осуществляется посредством движения планет вокруг черной дыры (рис. 2)

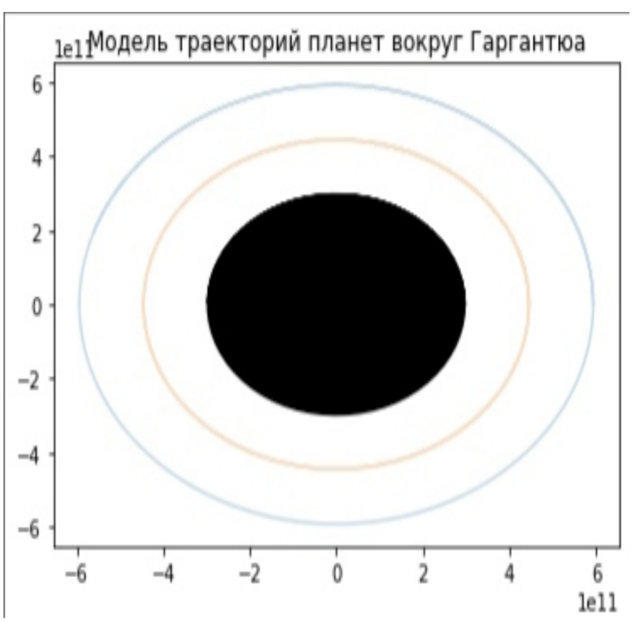

Fig. 1 Внешняя кривая показывает траекторию движения планеты “Земля-2” вокруг Гаргантюа,средняя - траектория движения планеты “Земля-3”, внутренний круг - это сама черная дыра.

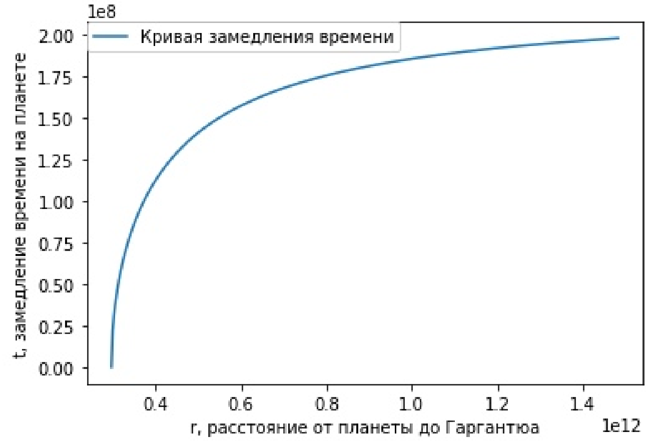

Fig. 2 Модель проецирует течение замедления времени по мере увеличения расстояния между планетой “Земля-2” и черной дырой Гаргантюа. График показывает, что чем ближе планета находится относительно черной дыры, тем больше замедляется время на этой планете.

5 Заключение

Посредством проведенного исследования мы :

- Определили системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику планеты в поле тяжести черной дыры
- Определили начальные условия для решения системы дифференциальных уравнений
- Выявили закон замедления времени в поле тяжести черной дыры
- Написал алгоритм решения поставленной задачи

Список литературы

1. Лутц М. Изучаем Python, 4-е издание. – Пер. с англ. – СПб.: Символ-Плюс, 2011. – 1280 с., ил.
2. NumPy Reference Release 1.15.1 Written by the NumPy community August 23, 2018
3. SciPy Reference Guide Release 1.1.0 Written by the SciPy community May 05, 2018
4. SymPy Documentation Release 1.3 SymPy Development Team September 14, 2018

Приложение

Литинг кода решения задачи:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.integrate as inti
import matplotlib.animation as anim


t=np.arange(0,1000000000,100)
```

```
G=6.67*10**(-11)
R1=4.29*695*10**6
R2=4.62*695*10**6
T=43200
def Double_Stars(z,t):
    x1,Vx1,y1,Vy1,x2,Vx2,y2,Vy2
    dx1dt=Vx1
    dVx1dt=-(G*M2*x1)/((x1**2+y1**2)**(1.5))
    dy1dt=Vy1
    dVy1dt=-(G*M2*y1)/((x1**2+y1**2)**(1.5))
    dx2dt=Vx2
    dVx2dt=-(G*M1*x2)/((x2**2+y2**2)**(1.5))
    dy2dt=Vy2
    dVy2dt=-(G*M1*y2)/((x2**2+y2**2)**(1.5))
    return dx1dt, dVx1dt, dy1dt, dVy1dt, dx2dt, dVx2dt
x1=R1
Vx1=0
y1=0
Vy1=(2*np.pi*R1)/T
x2=-R2
Vx2=0
y2=0
Vy2=-(2*np.pi*R2)/T
z_0=x1, Vx1, y1, Vy1, x2, Vx2, y2, Vy2
M1=2*10**30*4.92
M2=2*10**30*5.16
sol=inti.odeint(Double_Stars,z_0,t)
plt.plot(sol[:,0],sol[:,2],color='r')
plt.plot(sol[:,4],sol[:,6],color='m')
plt.show()
```

Listing 1 Язык программирования Python 3