

Техническое задание

Синтезировать автомат для преобразования двоично-десятичного кода с весами 5, 3, 2, 1, который поступает на вход в последовательной форме, начиная со старшего разряда, в двоично-десятичный код с весами 6, 3, 2, 1, который снимается с выхода автомата в последовательной форме, начиная со старшего разряда. Провести синтез абстрактного автомата Мили и Мура по первой и второй стратегии. Построить информационно нагруженное дерево. Для каждого автомата привести таблицы переходов и выходов, а также графы работы. По автомату с наименьшим числом внутренних состояний построить структурный автомат, для него провести минимизацию, провести синтез комбинационной схемы автомата. Провести техническую реализацию автомата на микросхемах малой, средней и большой степени интеграции.

Таблицы соответствия

Таблица соответствия входных и выходных слов выглядит следующим образом:

№ набора	Веса входного слова				Веса выходного слова			
	5	3	2	1	6	3	2	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	1	0	0	0	1	0
3	0	0	1	1	0	0	1	1
4	0	1	0	1	0	1	0	1
5	0	1	1	0	0	1	1	0
6	0	1	1	1	0	1	1	1
7	1	0	1	0	1	0	0	1
8	1	0	1	1	1	0	1	0
9	1	1	0	1	1	1	0	0

Обозначив буквы входного алфавита Z как z_0 и z_1 , а выходного алфавита W как w_0 и w_1 , можно переписать таблицу следующим образом:

№ набора	Веса входного слова				Веса выходного слова			
	5	3	2	1	6	3	2	1
0	z_0	z_0	z_0	z_0	w_0	w_0	w_0	w_0
1	z_0	z_0	z_0	z_1	w_0	w_0	w_0	w_1
2	z_0	z_0	z_1	z_0	w_0	w_0	w_1	w_0
3	z_0	z_0	z_1	z_1	w_0	w_0	w_1	w_1
4	z_0	z_1	z_0	z_1	w_0	w_1	w_0	w_1
5	z_0	z_1	z_1	z_0	w_0	w_1	w_1	w_0
6	z_0	z_1	z_1	z_1	w_0	w_1	w_1	w_1
7	z_1	z_0	z_1	z_0	w_1	w_0	w_0	w_1
8	z_1	z_0	z_1	z_1	w_1	w_0	w_1	w_0
9	z_1	z_1	z_0	z_1	w_1	w_1	w_0	w_0

Как можно увидеть, эти входные и выходные слова удовлетворяют только двум условиям автоматности:

- входные слова однозначно соответствуют выходным;
- длина входного слова равна длине выходного.

Однако они не удовлетворяют третьему условию, согласно которому любой начальный отрезок входного слова должен однозначно отображаться в соответствующий по длине начальный отрезок выходного слова: для наборов 7 и 8 начальный отрезок 101 отображается неоднозначно (в 100 и 101). Для того, чтобы данное условие выполнялось, введем дополнительный разряд c .

№ набора	Веса входного слова					Веса выходного слова				
0	0	0	0	0	c	c	0	0	0	0
1	0	0	0	1	c	c	0	0	0	1
2	0	0	1	0	c	c	0	0	1	0
3	0	0	1	1	c	c	0	0	1	1
4	0	1	0	1	c	c	0	1	0	1
5	0	1	1	0	c	c	0	1	1	0
6	0	1	1	1	c	c	0	1	1	1
7	1	0	1	0	c	c	1	0	0	1
8	1	0	1	1	c	c	1	0	1	0
9	1	1	0	1	c	c	1	1	0	0

Как можно заметить, теперь выполняются все три условия автоматности.

№ набора	Веса входного слова					Веса выходного слова				
0	z_0	z_0	z_0	z_0	c	c	w_0	w_0	w_0	w_0
1	z_0	z_0	z_0	z_1	c	c	w_0	w_0	w_0	w_1
2	z_0	z_0	z_1	z_0	c	c	w_0	w_0	w_1	w_0
3	z_0	z_0	z_1	z_1	c	c	w_0	w_0	w_1	w_1
4	z_0	z_1	z_0	z_1	c	c	w_0	w_1	w_0	w_1
5	z_0	z_1	z_1	z_0	c	c	w_0	w_1	w_1	w_0
6	z_0	z_1	z_1	z_1	c	c	w_0	w_1	w_1	w_1
7	z_1	z_0	z_1	z_0	c	c	w_1	w_0	w_0	w_1
8	z_1	z_0	z_1	z_1	c	c	w_1	w_0	w_1	w_0
9	z_1	z_1	z_0	z_1	c	c	w_1	w_1	w_0	w_0

Граф автомата Мили (рис. 2) получается из информационно нагруженного дерева путем замены вершин дерева на состояния автомата. Входные сигналы записываются над дугами графа, а выходные — под ними. Возврат в начальное состояние осуществляется последним из входных сигналов без введения дополнительных тактов на возврат.

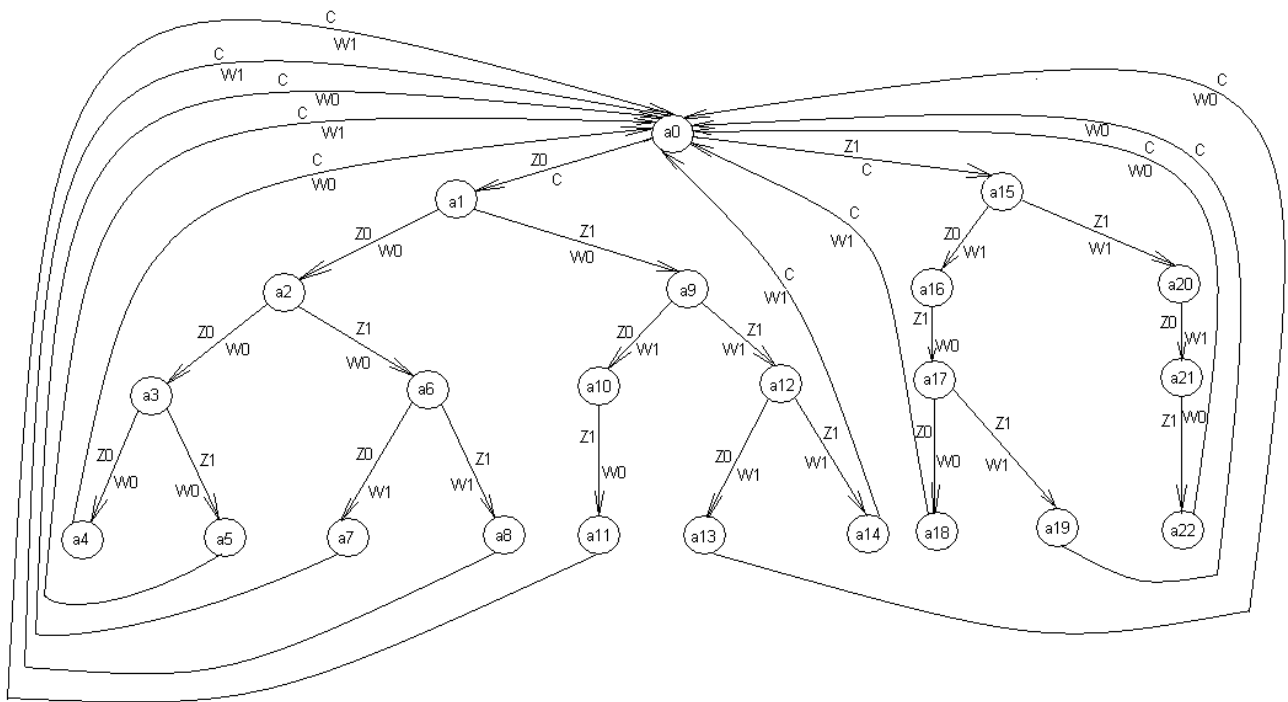


Рис. 2 Граф автомата Мули

В автомате Мули 23 состояния. Совмещенная таблица переходов и выходов выглядит следующим образом:

ai	a0	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11	a12	a13	a14	a15	a16	a17	a18	a19	a20	a21	a22
z0	a1	a2	a3	a4	a0	a0	a7	a0	a0	a10	-	a0	a13	a0	a0	a16	-	a18	a0	a0	a21	-	a0
	c	w0	w0	w0	w0	w1	w1	w0	w1	w1	-	w1	w1	w0	w1	w1	-	w0	w1	w0	w1	-	w0
z1	a15	a9	a6	a5	a0	a0	a8	a0	a0	a12	a11	a0	a14	a0	a0	a20	a17	a19	a0	a0	-	a22	a0
	c	w0	w0	w0	w0	w1	w1	w0	w1	w1	w0	w1	w1	w0	w1	w1	w0	w1	w1	w0	-	w0	w0

Граф автомата Мура (рис. 3) выглядит по-другому. Ввиду того, что выходной сигнал зависит только от состояния, в котором находится автомат, выходные сигналы удобнее пометить в вершинах графа. В начальном состоянии выходной сигнал не определен (поэтому на графе обозначается как c). Кроме того, требуется дополнительный такт для возврата автомата в начальное состояние.

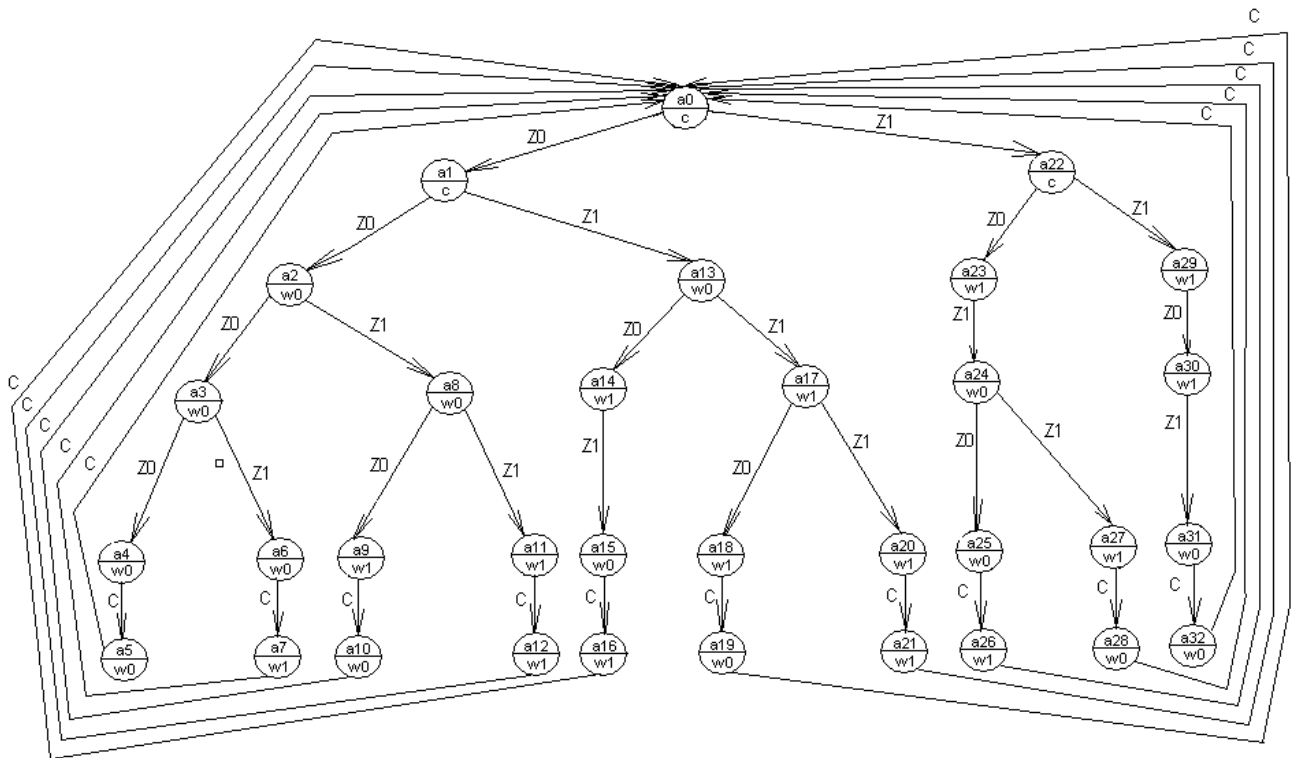


Рис. 3 Граф автомата Мура

В автомате Мура 33 состояния — значительно больше, чем в автомате Мили. Таблица выглядит следующим образом:

ai	a0	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11	a12	a13	a14	a15	a16	a17	a18	a19	a20	a21	a22
wi	c	c	w0	w0	w0	w0	w0	w1	w0	w1	w0	w1	w1	w0	w1	w0	w1	w1	w1	w0	w1	w1	c
z0	a1	a2	a3	a4	a5	a0	a7	a0	a9	a10	a0	a12	a0	a14	-	a16	a0	a18	a19	a0	a21	a0	a23
z1	a22	a13	a8	a6	a5	a0	a7	a0	a11	a10	a0	a12	a0	a17	a15	a16	a0	a20	a19	a0	a21	a0	a29

ai	a23	a24	a25	a26	a27	a28	a29	a30	a31	a32
wi	w1	w0	w0	w1	w1	w0	w1	w1	w0	w0
z0	-	a25	a26	a0	a28	a0	a30	-	a32	a0
z1	a24	a27	a26	a0	a28	a0	-	a31	a32	a0

Разметка вход-выходных слов

Разметка автомата Мили по первой и второй стратегии

Разметка позволяет определить внутренние состояния автомата при обработке входных слов. Первая стратегия предполагает введение новых состояний везде, где это требуется, без учета состояний, которые были введены ранее. Разметку по второй стратегии следует стремиться проводить, по возможности не вводя новых состояний, а используя введенные ранее. При этом необходимо соблюдать непротиворечивость разметки. Разметка по второй стратегии позволяет получить автомат с меньшим числом состояний и облегчить минимизацию автомата.

Первая стратегия							Вторая стратегия					
0	z_0	z_0	z_0	z_0	c		1	z_0	z_0	z_0	z_0	c
	c	w_0	w_0	w_0	w_0			c	w_0	w_0	w_0	w_0
1	2	3	4	5	1		1	2	3	4	5	1
1	z_0	z_0	z_0	z_1	c		1	z_0	z_0	z_0	z_1	c
	c	w_0	w_0	w_0	w_1			c	w_0	w_0	w_0	w_1
1	2	3	4	6	1		1	2	3	4	6	1
2	z_0	z_0	z_1	z_0	c		1	z_0	z_0	z_1	z_0	c
	c	w_0	w_0	w_1	w_0			c	w_0	w_0	w_1	w_0
1	2	3	7	8	1		1	2	3	7	5	1
3	z_0	z_0	z_1	z_1	c		1	z_0	z_0	z_1	z_1	c
	c	w_0	w_0	w_1	w_1			c	w_0	w_0	w_1	w_1
1	2	3	7	9	1		1	2	3	7	6	1
4	z_0	z_1	z_0	z_1	c		1	z_0	z_1	z_0	z_1	c
	c	w_0	w_1	w_0	w_1			c	w_0	w_1	w_0	w_1
1	2	10	11	12	1		1	2	8	4	6	1
5	z_0	z_1	z_1	z_0	c		1	z_0	z_1	z_1	z_0	c
	c	w_0	w_1	w_1	w_0			c	w_0	w_1	w_1	w_0
1	2	10	13	14	1		1	2	8	7	5	1
6	z_0	z_1	z_1	z_1	c		1	z_0	z_1	z_1	z_1	c
	c	w_0	w_1	w_1	w_1			c	w_0	w_1	w_1	w_1
1	2	10	13	15	1		1	2	8	7	6	1
7	z_1	z_0	z_1	z_0	c		1	z_1	z_0	z_1	z_0	c
	c	w_1	w_0	w_0	w_1			c	w_1	w_0	w_0	w_1
1	16	17	18	19	1		1	9	10	11	6	1
8	z_1	z_0	z_1	z_1	c		1	z_1	z_0	z_1	z_1	c
	c	w_1	w_0	w_1	w_0			c	w_1	w_0	w_1	w_0
1	16	17	18	20	1		1	9	10	11	5	1
9	z_1	z_1	z_0	z_1	c		1	z_1	z_1	z_0	z_1	c
	c	w_1	w_1	w_0	w_0			c	w_1	w_1	w_0	w_0
1	16	21	22	23	1		1	9	10	12	5	1

Таким образом, при разметке по первой стратегии был получен автомат с 23 состояниями, а при разметке по второй стратегии – с 12 состояниями. Последнему соответствует таблица переходов и выходов, выглядящая следующим образом:

ai	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11	a12
z0	a2	a3	a4	a5	a1	a1	a5	a4	a10	a12	a6	-
	c	w0	w0	w0	w0	w1	w1	w1	w1	w1	w0	-
z1	a9	a8	a7	a6	a1	a1	a6	a7	a10	a11	a5	a5
	c	w0	w0	w0	w0	w1	w1	w1	w1	w0	w1	w0

Граф автомата Мили, размеченного по второй стратегии, выглядит следующим образом:

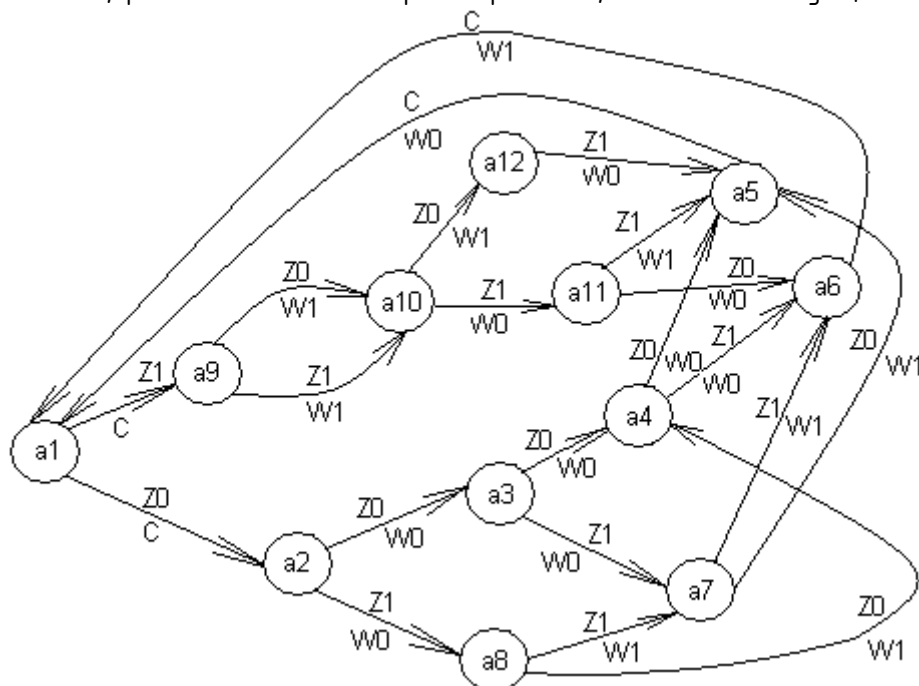


Рис. 4 Граф автомата Мили, размеченного по второй стратегии

Таблица и граф автомата, размеченного по первой стратегии ничем не отличаются от таблицы и графа, полученным по информативно нагруженному дереву.

Разметка автомата Мура по первой и второй стратегии

Разметка автомата Мура отличается тем, что она проводится с учетом того, что автомат, находясь в каком-либо состоянии, может выдать только один возможный выходной сигнал, независимо от входного. Поэтому состояний в автомате Мура получается больше. Кроме того, нужно предусмотреть отдельный такт на возврат автомата в начальное состояние после обработки всего слова. В начальном состоянии выходной сигнал не определен (с).

Первая стратегия							Вторая стратегия						
0	z ₀	z ₀	z ₀	z ₀	c	c		z ₀	z ₀	z ₀	z ₀	c	c
	c	w ₀	w ₀	w ₀	w ₀	c		c	w ₀	w ₀	w ₀	w ₀	c
1	2	3	4	5	6	1	1	2	3	4	5	6	1
1	z ₀	z ₀	z ₀	z ₁	c	c		z ₀	z ₀	z ₀	z ₁	c	c
	c	w ₀	w ₀	w ₀	w ₁	c		c	w ₀	w ₀	w ₀	w ₁	c
1	2	3	4	7	8	1	1	2	3	4	7	8	1

2	z_0	z_0	z_1	z_0	c	c			z_0	z_0	z_1	z_0	c	c
	c	w_0	w_0	w_1	w_0	c			c	w_0	w_0	w_1	w_0	c
1	2	3	9	10	11	1		1	2	3	9	10	6	1
3	z_0	z_0	z_1	z_1	c	c			z_0	z_0	z_1	z_1	c	c
	c	w_0	w_0	w_1	w_1	c			c	w_0	w_0	w_1	w_1	c
1	2	3	9	12	13	1		1	2	3	9	11	8	1
4	z_0	z_1	z_0	z_1	c	c			z_0	z_1	z_0	z_1	c	c
	c	w_0	w_1	w_0	w_1	c			c	w_0	w_1	w_0	w_1	c
1	2	14	15	16	17	1		1	2	12	13	14	8	1
5	z_0	z_1	z_1	z_0	c	c			z_0	z_1	z_1	z_0	c	c
	c	w_0	w_1	w_1	w_0	c			c	w_0	w_1	w_1	w_0	c
1	2	14	18	19	20	1		1	2	12	15	10	6	1
6	z_0	z_1	z_1	z_1	c	c			z_0	z_1	z_1	z_1	c	c
	c	w_0	w_1	w_1	w_1	c			c	w_0	w_1	w_1	w_1	c
1	2	14	18	21	22	1		1	2	12	15	11	8	1
7	z_1	z_0	z_1	z_0	c	c			z_1	z_0	z_1	z_0	c	c
	c	w_1	w_0	w_0	w_1	c			c	w_1	w_0	w_0	w_1	c
1	23	24	25	26	27	1		1	16	17	18	19	8	1
8	z_1	z_0	z_1	z_1	c	c			z_1	z_0	z_1	z_1	c	c
	c	w_1	w_0	w_1	w_0	c			c	w_1	w_0	w_1	w_0	c
1	23	24	25	28	29	1		1	16	17	18	20	6	1
9	z_1	z_1	z_0	z_1	c	c			z_1	z_1	z_0	z_1	c	c
	c	w_1	w_1	w_0	w_0	c			c	w_1	w_1	w_0	w_0	c
1	23	30	31	32	33	1		1	16	21	22	23	6	1

Таким образом, при разметке по первой стратегии был получен автомат с 33 состояниями, а при разметке по второй стратегии – с 23 состояниями. Последнему соответствует таблица переходов и выходов, выглядящая следующим образом:

ai	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11	a12	a13	a14	a15	a16	a17	a18	a19	a20	a21	a22	a23
wi	c	c	w0	w0	w0	w0	w0	w1	w0	w1	w1	w0	w1	w0	w1	c	w1	w0	w0	w1	w1	w1	w0
z0	a2	a3	a4	a5	a6	a1	a8	a1	a10	a6	a8	a13	–	a8	a10	a17	–	a19	a8	a6	a22	–	a6
z1	a16	a12	a9	a7	a6	a1	a8	a1	a11	a6	a8	a15	a14	a8	a11	a21	a18	a20	a8	a6	–	a23	a6

Граф автомата Мура, размеченного по второй стратегии, выглядит следующим образом:

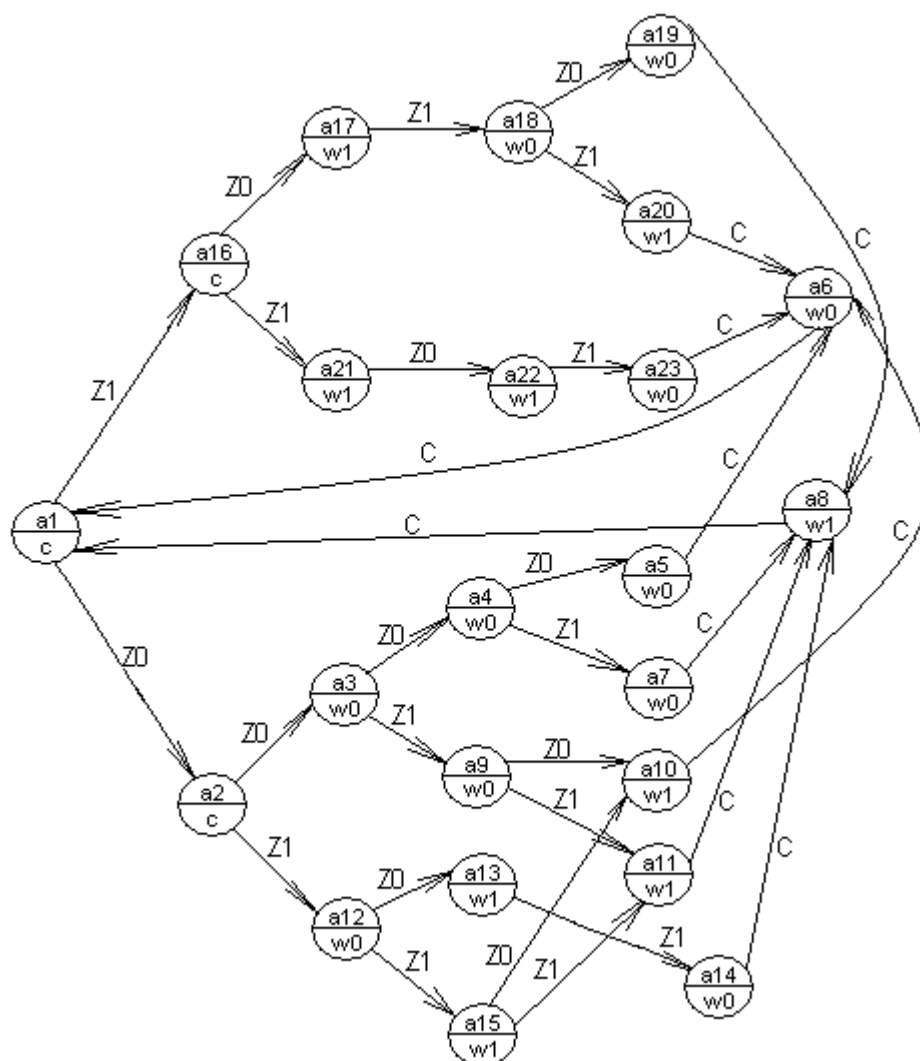


Рис. 5 Граф автомата Мура, размеченного по второй стратегии

Таблица и граф автомата, размеченного по первой стратегии ничем не отличаются от таблицы и графа, полученным по информативно нагруженному дереву.

Минимизация автомата

Минимизировать будем автомат Мили, полученный в ходе разметки по второй стратегии, ввиду того, что он имеет меньшее число состояний. Для минимизации нужно выяснить, какие из состояний являются совместимыми. Совместимыми называются состояния a_m и a_s , удовлетворяющие следующим двум условиям:

1. $\forall z_f \in Z \quad \lambda(a_m, z_f) = \lambda(a_s, z_f)$ (если выходы $\lambda(a_m, z_f), \lambda(a_s, z_f)$ определены),
2. $\forall z_f \in Z \quad \delta(a_m, z_f) = \delta(a_s, z_f)$ (если переходы $\delta(a_m, z_f), \delta(a_s, z_f)$ определены),

где Z – входной алфавит автомата.

Для нахождения совместимых состояний построим треугольную таблицу совместимых состояний (диаграмму пар):

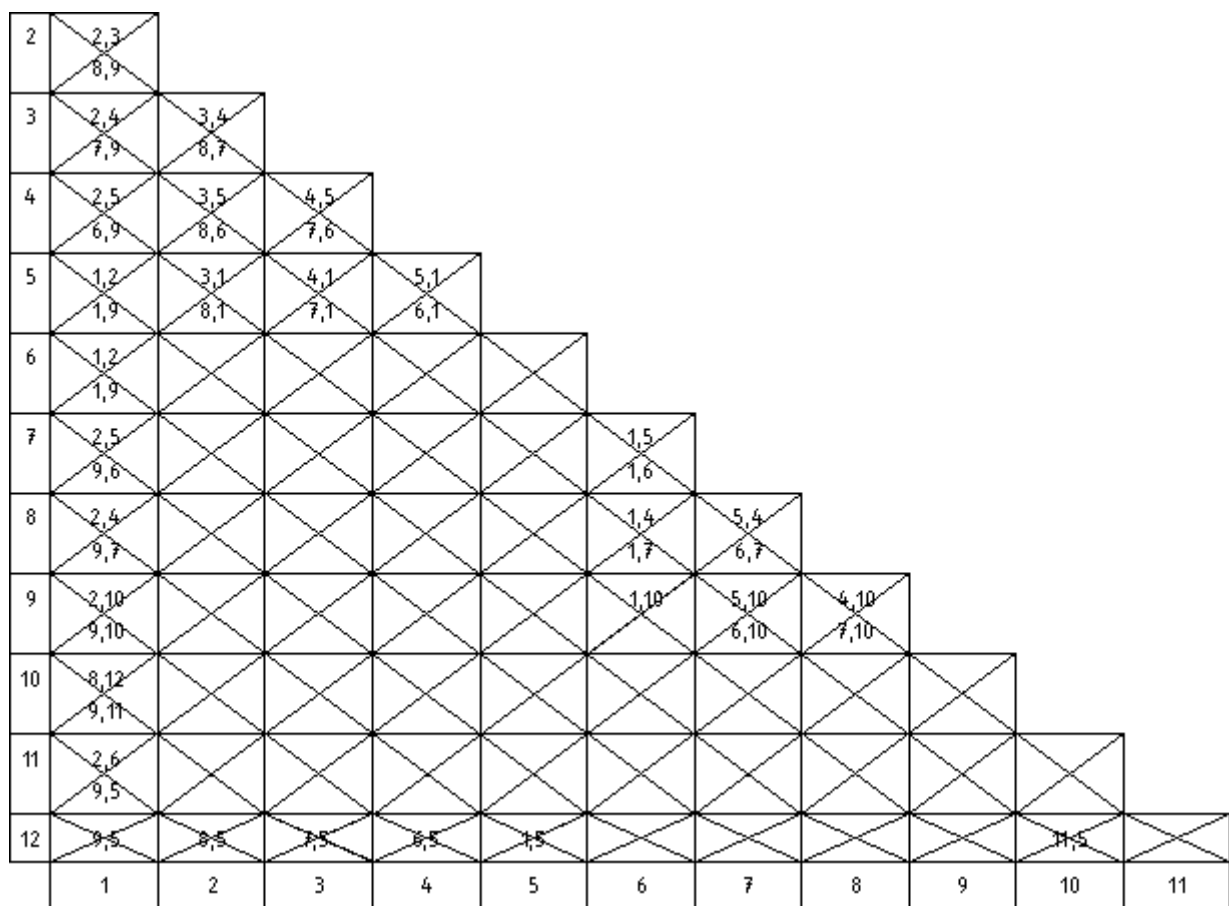


Рис. 6 Диаграмма пар

Диаграмма пар заполняется следующим образом: в клетке, соответствующей некоторым двум состояниям, ставится:

1. крест X, если указанные состояния явно не совместимы (разные выходные сигналы);
2. «птичка» V, если указанные состояния явно совместимы (без дополнительных условий);
3. пары состояний, которые должны быть совместимы, чтобы были совместимы указанные состояния;

После заполнения таблицы в ней вычеркиваются все те клетки, которые содержат уже вычеркнутые (несовместимые) пары. Процесс вычеркивания продолжается до тех пор, не окажутся вычеркнутыми все несовместимые состояния. Как видно в нашем случае, все состояния оказываются несовместимыми.

По диаграмме пар затем строятся максимально совместимые классы следующим образом: сначала все состояния объединяются в множество. Затем это множество изучается на предмет несовместимых состояний. Если некоторое состояние a_m принадлежит этому множеству, и в это же множество входят некоторые несовместимые с ним состояния, то эти состояния исключаются из этого множества и выделяются в другое множество.

Так как в нашем случае все состояния несовместимы, получается в конце концов такая система МС-классов:

$$\{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_5\}, \{a_6\}, \{a_7\}, \{a_8\}, \{a_9\}, \{a_{10}\}, \{a_{11}\}, \{a_{12}\}$$

Получилось столько же классов, сколько было состояний в автомате. Так как совместимых состояний нет, полученный в результате разметки автомат является минимальным.

Структурный синтез

Автомат имеет один вход и один выход:

z_0	0
z_1	1

w_0	0
w_1	1

Т.к. автомат имеет 12 состояний, то для хранения этих состояний требуется как минимум 4 триггера. Закодируем эти состояния:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
a_1	0	0	0	1
a_2	0	0	1	0
a_3	0	0	1	1
a_4	0	1	0	0
a_5	0	1	0	1
a_6	0	1	1	0
a_7	0	1	1	1
a_8	1	0	0	0
a_9	1	0	0	1
a_{10}	1	0	1	0
a_{11}	1	0	1	1
a_{12}	1	1	0	0

Перепишем теперь таблицу переходов и выходов в закодированном виде, обозначив через x входные сигналы, а через y –выходные:

x	Q_t				Q_{t+1}				y
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	
0	0	0	0	1	0	0	1	0	–
0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	–	–	–	–	–
1	0	0	0	1	1	0	0	1	–

1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	0	1	0

Построим сначала систему логических функций, соответствующую реализации автомата с использованием JK-триггеров, управляемых следующим образом:

Работа JK-триггера			
J	K	Q_t	Q_{t+1}
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

При этом переходы триггера между состояниями можно вызвать сигналами:

Переход	J	K
$0 \rightarrow 0$	0	-
$0 \rightarrow 1$	1	-
$1 \rightarrow 0$	-	1
$1 \rightarrow 1$	-	0

Для построения логических функций J и K запишем таблицу переходов с учетом предыдущей таблицы:

x	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	J1	K1	J2	K2	J3	K3	J4	K4
0	0	0	0	1	0	-	0	-	1	-	-	1
0	0	0	1	0	0	-	0	-	-	0	1	-
0	0	0	1	1	0	-	1	-	-	1	-	1
0	0	1	0	0	0	-	-	0	0	-	1	-
0	0	1	0	1	0	-	-	1	0	-	-	0
0	0	1	1	0	0	-	-	1	-	1	1	-
0	0	1	1	1	0	-	-	0	-	1	-	0
0	1	0	0	0	-	1	1	-	0	-	0	-
0	1	0	0	1	-	0	0	-	1	-	-	1
0	1	0	1	0	-	0	1	-	-	1	0	-
0	1	0	1	1	-	1	1	-	-	0	-	1
0	1	1	0	0	-	-	-	-	-	-	-	-

1	0	0	0	1	1	-	0	-	0	-	-	0
1	0	0	1	0	1	-	0	-	-	1	0	-
1	0	0	1	1	0	-	1	-	-	0	-	0
1	0	1	0	0	0	-	-	0	1	-	0	-
1	0	1	0	1	0	-	-	1	0	-	-	0
1	0	1	1	0	0	-	-	1	-	1	1	-
1	0	1	1	1	0	-	-	0	-	0	-	1
1	1	0	0	0	-	1	1	-	1	-	1	-
1	1	0	0	1	-	0	0	-	1	-	-	1
1	1	0	1	0	-	0	0	-	-	0	1	-
1	1	0	1	1	-	1	1	-	-	1	-	0
1	1	1	0	0	-	1	-	0	0	-	1	-

Минимизация логических функций с помощью карт Карно

$$y = f(x, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$$

$x \backslash Q_1 Q_2$	000	001	011	010	110	111	101	100
$Q_3 Q_4$								
00	-	0	-	1	1	0	0	-
01	-	0	-	1	1	-	0	-
11	0	1	-	0	1	-	1	0
10	0	1	-	1	0	-	1	0

$$y = x Q_1 Q_4 \vee x Q_2 Q_3 \vee \bar{x} Q_2 Q_3 \vee Q_1 \bar{Q}_2 \bar{Q}_3 \vee \bar{x} Q_1 Q_3 \bar{Q}_4$$

$$J_1 = f(x, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$$

$x \backslash Q_1 Q_2$	000	001	011	010	110	111	101	100
$Q_3 Q_4$								
00	-	0	-	-	-	-	0	-
01	0	0	-	-	-	-	0	1
11	0	0	-	-	-	-	0	0
10	0	0	-	-	-	-	0	1

$$J_1 = x \bar{Q}_1 \bar{Q}_2 \bar{Q}_3 \vee x \bar{Q}_1 \bar{Q}_2 Q_3 \bar{Q}_4$$

$$K_1 = f(x, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$$

$x \backslash Q_1 Q_2$	000	001	011	010	110	111	101	100
$Q_3 Q_4$								
00	-	-	-	1	1	1	-	-
01	-	-	-	0	0	-	-	-
11	-	-	-	1	1	-	-	-
10	-	-	-	0	0	-	-	-

$$K_1 = \overline{Q_3} \overline{Q_4} \vee Q_3 Q_4$$

$$J_2 = f(x, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$$

$x \backslash Q_1 Q_2$	000	001	011	010	110	111	101	100
$Q_3 Q_4$								
00	-	-	-	1	1	-	-	-
01	0	-	-	0	0	-	-	0
11	1	-	-	1	1	-	-	1
10	0	-	-	1	0	-	-	0

$$J_2 = \overline{Q_3} \overline{Q_4} \vee Q_3 Q_4 \vee \overline{x} Q_1 Q_3$$

$$K_2 = f(x, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$$

$x \backslash Q_1 Q_2$	000	001	011	010	110	111	101	100
$Q_3 Q_4$								
00	-	0	-	-	-	0	0	-
01	-	1	-	-	-	-	1	-
11	-	0	-	-	-	-	0	-
10	-	1	-	-	-	-	1	-

$$K_2 = \overline{Q_3} Q_4 \vee Q_3 \overline{Q_4}$$

$$J_3 = f(x, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$$

$x \backslash Q_1 Q_2$	000	001	011	010	110	111	101	100
$Q_3 Q_4$								
00	-	0	-	0	1	0	1	-
01	1	0	-	1	1	-	0	0
11	-	-	-	-	-	-	-	-
10	-	-	-	-	-	-	-	-

$$J_3 = \overline{x} \overline{Q_1} \overline{Q_2} \vee Q_1 \vee x Q_1 \overline{Q_2} \vee x \overline{Q_1} \overline{Q_4}$$

$$K_3 = f(x, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$$

$Q_3 Q_4 \backslash x Q_1 Q_2$	000	001	011	010	110	111	101	100
00	-	-	-	-	-	-	-	-
01	-	-	-	-	-	-	-	-
11	1	1	-	0	1	-	0	0
10	0	1	-	1	0	-	1	1

$$K_3 = \bar{x} \bar{Q}_1 Q_4 \vee \bar{x} Q_2 \vee \bar{x} Q_1 Q_3 \bar{Q}_4 \vee x Q_1 Q_4 \vee x \bar{Q}_1 \bar{Q}_4$$

$$J_4 = f(x, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$$

$Q_3 Q_4 \backslash x Q_1 Q_2$	000	001	011	010	110	111	101	100
00	-	1	-	0	1	1	0	-
01	-	-	-	-	-	-	-	-
11	-	-	-	-	-	-	-	-
10	1	1	-	0	1	-	1	0

$$J_4 = \bar{x} \bar{Q}_1 \vee x Q_1 \vee x Q_2 Q_3$$

$$K_4 = f(x, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$$

$Q_3 Q_4 \backslash x Q_1 Q_2$	000	001	011	010	110	111	101	100
00	-	-	-	-	-	-	-	-
01	1	0	-	1	1	-	0	0
11	1	0	-	1	0	-	1	0
10	-	-	-	-	-	-	-	-

$$K_4 = \bar{x} \bar{Q}_1 \bar{Q}_2 \vee \bar{x} Q_1 \vee Q_1 \bar{Q}_2 \bar{Q}_3 \vee x Q_2 Q_3$$

Таким образом получилась следующая система функций:

$$y = x Q_1 Q_4 \vee x Q_2 Q_3 \vee \bar{x} Q_2 Q_3 \vee Q_1 \bar{Q}_2 \bar{Q}_3 \vee \bar{x} Q_1 Q_3 \bar{Q}_4$$

$$J_1 = x \bar{Q}_1 \bar{Q}_2 \bar{Q}_3 \vee x \bar{Q}_1 \bar{Q}_2 Q_3 \bar{Q}_4$$

$$K_1 = \bar{Q}_3 \bar{Q}_4 \vee Q_3 Q_4$$

$$J_2 = \bar{Q}_3 \bar{Q}_4 \vee Q_3 Q_4 \vee \bar{x} Q_1 Q_3$$

$$K_2 = \bar{Q}_3 Q_4 \vee Q_3 \bar{Q}_4$$

$$J_3 = \bar{x} \bar{Q}_1 \bar{Q}_2 \vee Q_1 \vee x Q_1 \bar{Q}_2 \vee x \bar{Q}_1 \bar{Q}_4$$

$$K_3 = \bar{x} \bar{Q}_1 Q_4 \vee \bar{x} Q_2 \vee \bar{x} Q_1 Q_3 \bar{Q}_4 \vee x Q_1 Q_4 \vee x \bar{Q}_1 \bar{Q}_4$$

$$J_4 = \bar{x} \bar{Q}_1 \vee x Q_1 \vee x Q_2 Q_3$$

$$K_4 = \bar{x} \bar{Q}_1 \bar{Q}_2 \vee \bar{x} Q_1 \vee Q_1 \bar{Q}_2 \bar{Q}_3 \vee x Q_2 Q_3$$