

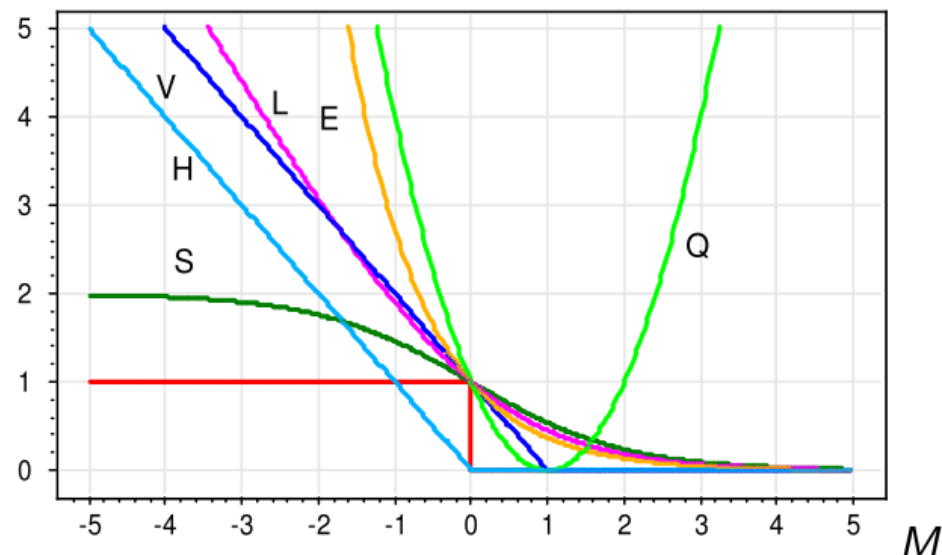
# **Линейный классификатор**

# Разделяющая поверхность

- Задача классификации с двумя классами  $Y = \{-1, +1\}$  по обучающей выборке  $X^l$  построить алгоритм классификации  $a(x, w) = \text{sign } f(x, w)$ ,  $f(x, w)$  – разделяющая (дискриминантная) функция,  $w$  – вектор параметров.
- $f(x, w) = 0$  – разделяющая поверхность;
- $M_i(w) = y_i f(x_i, w)$  – отступ объекта  $x_i$ ;
- $M_i(w) < 0$  – ошибка алгоритма.

$$Q(w) = \sum_{i=1}^l [M_i(w) < 0] \leq \tilde{Q}(w) = \sum_{i=1}^l L(M_i(w)) \rightarrow \min_w$$

# Непрерывные аппроксимации пороговой функции потерь



$$V(M) = (1 - M)_+$$

$$H(M) = (-M)_+$$

$$L(M) = \log_2(1 + e^{-M})$$

$$Q(M) = (1 - M)^2$$

$$S(M) = 2(1 + e^M)^{-1}$$

$$E(M) = e^{-M}$$

$$[M < 0]$$

— кусочно-линейная (SVM);

— кусочно-линейная (Hebb's rule);

— логарифмическая (LR);

— квадратичная (FLD);

— сигмоидная (ANN);

— экспоненциальная (AdaBoost);

— пороговая функция потерь.

# Линейный классификатор

$f_j: j = 1..n$  – числовые признаки

Линейный алгоритм классификации:

$$a(x, w) = \text{sign} \left( \sum_{j=1}^n w_j f_j(x) - w_0 \right)$$

Векторная запись:

$$a(x, w) = \text{sign}(\langle w, x \rangle)$$

Отступы объектов:

$$M_i(w) = \langle w, x_i \rangle y_i$$



8



Alright, so perhaps the [original ASCII graph](#) was not 100% accurate! Let me try to depict this again:

```

      y
      ^
    - + \\ | +
    - +\\ | + +
    - - \\ | +
    - - + \\ | +
    -----> x
    - - |\\ | +
    - - + |\\ | +
    - - - |\\ | + +
    - - - | +\\ | ++
  
```

stuck like this

$$y = ax$$

$$(w_0 * x + w_1 * y = 0)$$

```

      y
      ^
    -\\+ | +
    - \\+ | + +
    - - \\ | +
    - - \\+ | +
    -----> x
    - - \\ | +
    - - \\+ | +
    - - - \\ | + +
    - - - - \\ | + ++
  
```

needs to get like this

$$y = ax + b$$

$$(w_0 * x + w_1 * y + w_2 * 1 = 0)$$

Share Edit Follow Flag

edited May 23, 2017 at 11:57

answered Oct 28, 2014 at 11:27



Community Bot

1 • 1



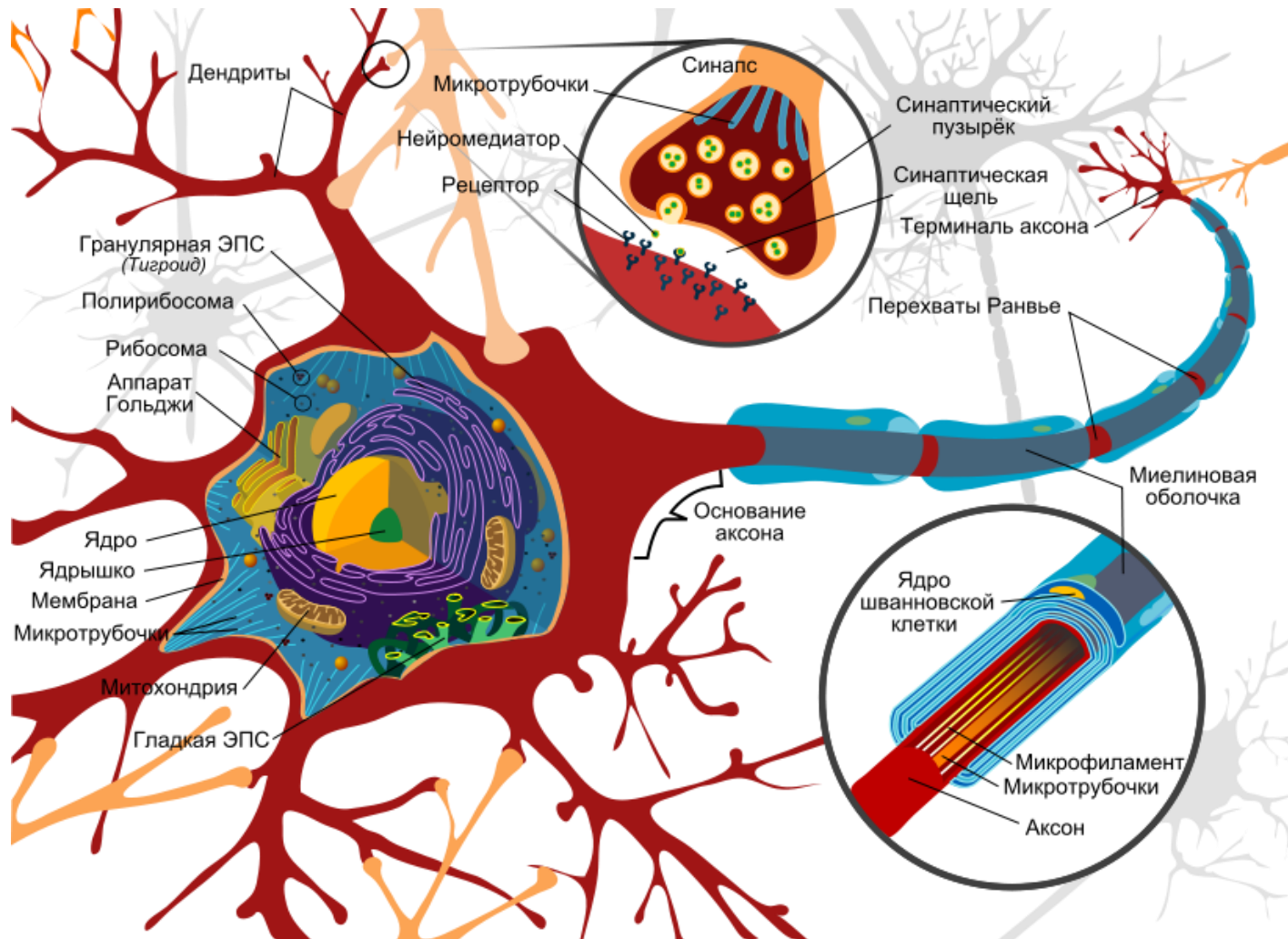
Amro

122k • 25 • 235 • 441

[Add a comment](#)

<https://stackoverflow.com/questions/2639923/clarification-on-bias-of-a-perceptron>

# Линейный классификатор – модель нейрона 1

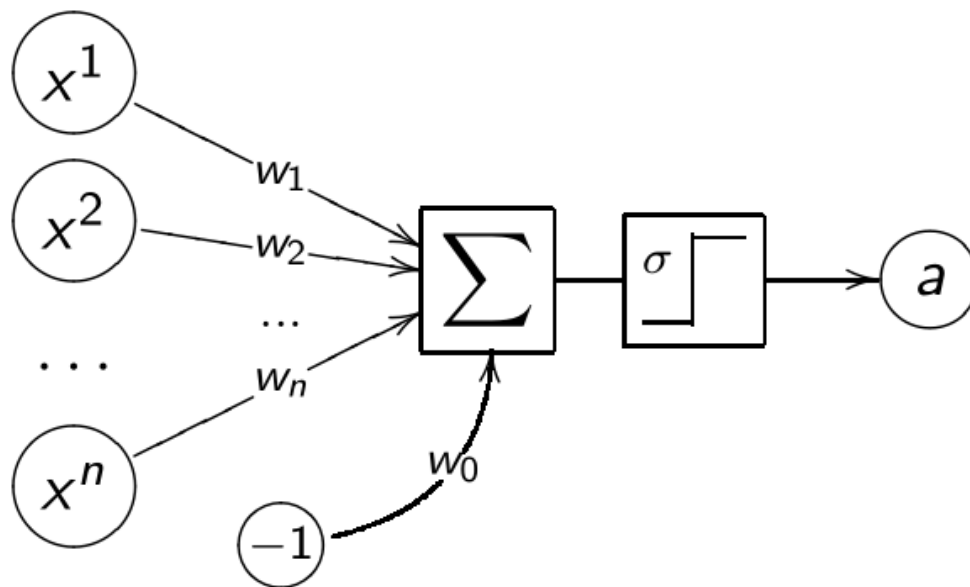


# Линейный классификатор – модель нейрона 2

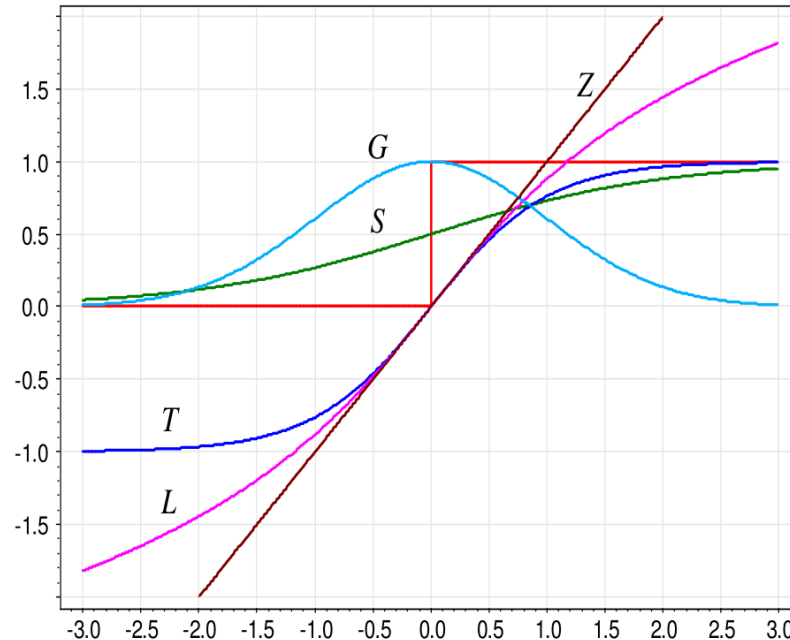
Линейная модель нейрона Маккалока-Питтса (1943):

$$a(x, w) = \sigma(\langle w, x \rangle) = \sigma\left(\sum_{j=1}^n w_j f_j(x) - w_0\right),$$

где  $\sigma$  – функция активации (sign).



# Функции активации



$$\theta(z) = [z \geq 0]$$

$$\sigma(z) = (1 + e^{-z})^{-1}$$

$$\text{th}(z) = 2\sigma(2z) - 1$$

$$\ln(z + \sqrt{z^2 + 1})$$

$$\exp(-z^2/2)$$

$$z$$

пороговая функция Хевисайда;

сигмоидная функция (S);

гиперболический тангенс (T);

логарифмическая функция (L);

гауссовская функция (G);

линейная функция (Z);



# Градиентный метод 1

Минимизация аппроксимированного эмпирического риска:

$$Q(w, X^l) = \sum_{i=1}^l L(\langle w, x_i \rangle \cdot y_i) \rightarrow \min_w$$

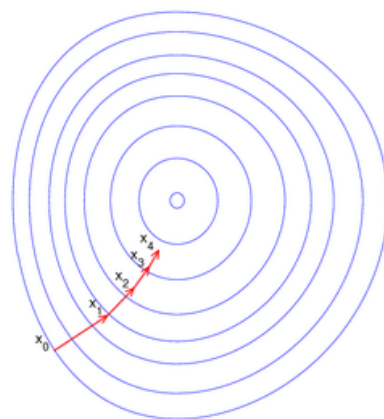
Численная минимизация методом градиентного спуска

$w^{(0)}$  — начальное приближение

$$w^{(t+1)} = w^{(t)} - \eta \cdot \nabla Q(w^{(t)}), \nabla Q(w^{(t)}) = \left( \frac{\partial Q(w)}{\partial w_j} \right)_{j=1}^n$$

$\eta$  — скорость обучения

$$w^{(t+1)} = w^{(t)} - \eta \cdot \sum_{i=1}^l (L'(\langle w, x_i \rangle \cdot y_i) \cdot x_i \cdot y_i)$$



$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x_1} e_1 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_n} e_n$$

# Частная производная 1

Производная сложной функции:

$$f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$
$$f(x) = (2x + 1)^2$$

$f(x)$  – возведение в квадрат

$$g(x) = 2x + 1$$

$$f(g(x))' = (g(x)^2)' = 2 \cdot g(x) = 2(2 \cdot x + 1)$$

$$g'(x) = (2x + 1)' = 2$$

$$f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x) = 2 \cdot 2 \cdot (2 \cdot x + 1)$$

# Частная производная 2

$$\nabla Q(w^{(t)}) = \left( \frac{\partial Q(w)}{\partial w_j} \right)_{j=1}^n = \left( \frac{\partial \sum_{i=1}^l L(\langle w, x_i \rangle y_i)}{\partial w_j} \right)_{j=1}^n =$$

$$\left( \frac{\sum_{i=1}^l \partial(L(\langle w, x_i \rangle y_i)) * \partial(\langle w, x_i \rangle y_i)}{\partial w_j} \right)_{j=1}^n$$

$$\langle w, x_i \rangle y_i = \left( \sum_{j=1}^n w_j x_{i,j} \right) y_i, i = \overline{1, l}, l = 2, n = 2:$$

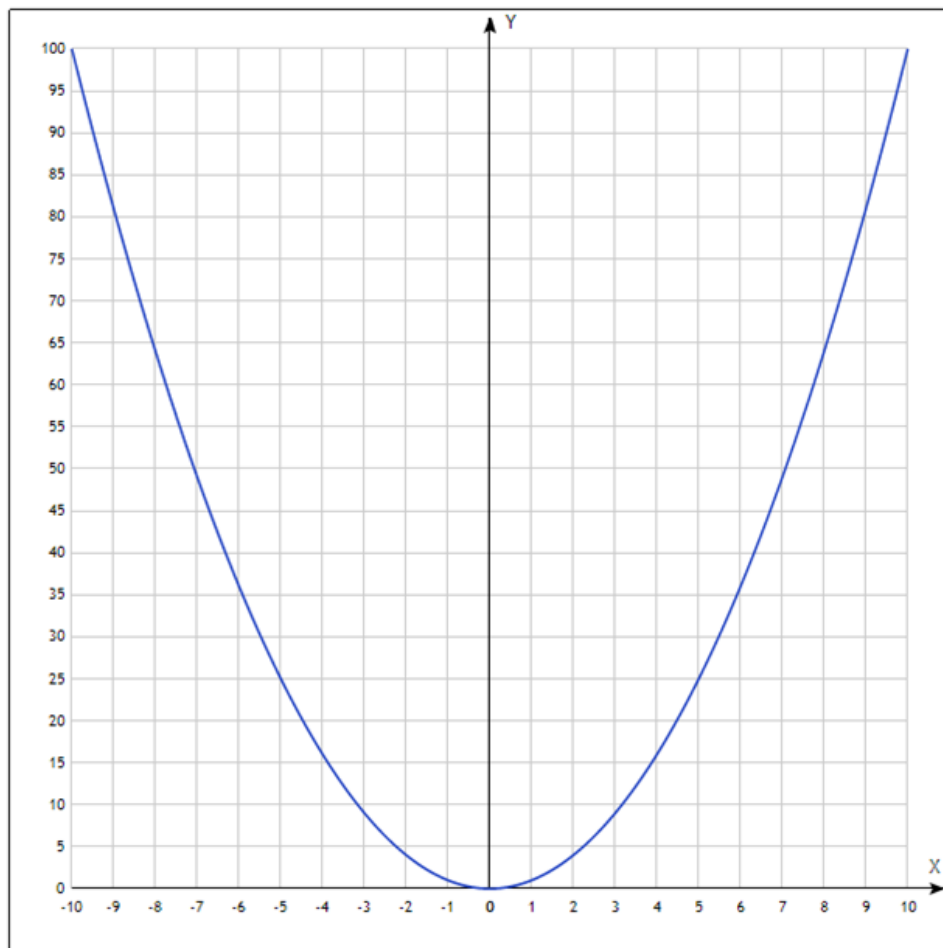
$n$  – количество параметров  $w$ ,  $l$  – количество объектов в выборке

$$\frac{\partial(\langle w, x_i \rangle y_i)}{\partial w_j} = (l = 2, n = 2) = \frac{\partial(w_1 x_{1,1} y_1 + w_2 x_{1,2} y_1 + w_1 x_{2,1} y_2 + w_2 x_{2,2} y_2)}{\partial w_1} +$$

$$\frac{\partial(w_1 x_{1,1} y_1 + w_2 x_{1,2} y_1 + w_1 x_{2,1} y_2 + w_2 x_{2,2} y_2)}{\partial w_2} =$$

$$x_{1,1} y_1 + x_{1,2} y_1 + x_{2,1} y_2 + x_{2,2} y_2 = \sum x_i y_i$$

# Парабола



# Градиентный метод 2

$$f(x) = x^2, f'(x) = 2 \cdot x$$

Начальное приближение  $x_0 = -3, \eta = 0.2$ ;

$$x_1 = -3 - 0.2 \cdot (2 \cdot (-3)) = -3 + 1.2 = -1.8$$

$$x_2 = -1.8 - 0.2 \cdot (2 \cdot (-1.8)) = -1.08$$

$$x_3 = -1.08 - 0.2 \cdot (2 \cdot (-1.08)) = -0.648$$

$$x_4 = -0.648 - 0.2 \cdot (2 \cdot (-0.648)) = -0.388$$

...

Пока  $|x_i - x_{i+1}| \geq \varepsilon$  или  $|f'(x_i) - f'(x)_{i+1}| \geq \varepsilon$

# Метод стохастического градиента

## Вход:

$X^\ell$  — обучающая выборка;  $\eta$  — темп обучения;  $\lambda$  — параметр сглаживания.

## Выход:

Синаптические веса  $w_1, \dots, w_n$ ;

---

- 1: инициализировать веса  $w_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ ;
  - 2: инициализировать текущую оценку функционала:  
 $Q := \sum_{i=1}^{\ell} \mathcal{L}(\langle w, x_i \rangle y_i)$ ;
  - 3: **повторять**
  - 4:   выбрать объект  $x_i$  из  $X^\ell$  (например, случайным образом);
  - 5:   вычислить выходное значение алгоритма  $a(x_i, w)$  и ошибку:  
 $\varepsilon_i := \mathcal{L}(\langle w, x_i \rangle y_i)$ ;
  - 6:   сделать шаг градиентного спуска:  
 $w := w - \eta \mathcal{L}'(\langle w, x_i \rangle y_i) x_i y_i$ ;
  - 7:   оценить значение функционала:  
 $Q := (1 - \lambda)Q + \lambda \varepsilon_i$ ;
  - 8: **пока** значение  $Q$  не стабилизируется и/или веса  $w$  не перестанут изменяться;
-

# Адаптивный линейный элемент, ADALINE

Задача регрессии:  $X = R^{n+1}, Y \subseteq R$

Видроу и Хофф (1960):

$$L(a, y) = (a - y)^2, a(x, w) = \langle w, x \rangle$$

Градиентный шаг – **дельта-правило**:

$$w = w - \eta(\langle w, x_i \rangle - y_i)x_i$$

$$\begin{aligned} L(a, y) &= (\langle w, x \rangle - y)^2. \\ \frac{\partial (\langle w, x \rangle - y)^2}{\partial w} &= \\ &= (2 \cdot (\langle w, x \rangle - y)) \cdot (\langle w, x \rangle - y)' = \\ &= 2 \cdot (\langle w, x \rangle - y) \cdot x \end{aligned}$$

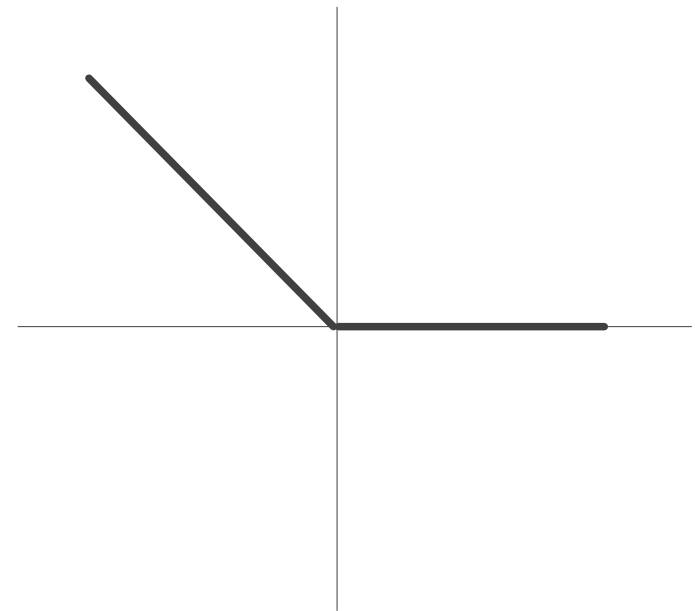
# Правило Хэбба

Задача классификации:  $X = R^{n+1}, Y = \{-1, +1\}$

$$L(a, y) = -\langle w, x \rangle y$$

Линейный классификатор:

$$a(x, w) = \text{sign}\langle w, x \rangle$$



**Правило Хэбба (1949):**

Если  $\langle w, x_i \rangle y_i < 0$  то  $w = w + \eta x_i y_i$



# Вопрос

Посчитать градиент  $L(a, y) = -\langle w, x \rangle y$ .

# Инициализация весов

1)  $w_j = 0, j = \overline{1, n};$

2) небольшие случайные значения (или нули)

$$w_j = \text{random}\left(-\frac{1}{2n}; \frac{1}{2n}\right);$$

4) обучение по небольшой случайной подвыборке объектов (когда данных много);

5) многократный запуск из разных случайных начальных решений.

# Порядок предъявления объектов

- 1) случайный порядок;
- 2) объекты с большой ошибкой брать чаще;
- 3) не брать «хорошие объекты»;
- 4) не брать объекты-«выбросы».

# Эвристика

Что такое эвристика?

# Хитрости обучения

- Выбивание из локальных минимумов
- Ранний останов



# Нормализация признаков

$$x = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$$

$$x = \frac{x - x_{avg}}{x_{std}}$$

# Переобучение

- 1) Слишком мало объектов, слишком много признаков;
- 2) Мультиколлинеарность.

Идентификация:

- 1) Слишком большие веса  $w$ ;
- 2) Неустойчивость  $a(x, w)$ .

Решение:

- 1) Сокращение весов;
- 2) Ранний останов.

# Мультиколлинеарность 1

Для любого объекта обучающей выборки

$$u_1 x_i^1 + \dots + u_l x_i^l = 0 \text{ или } \langle u, x_i \rangle = 0$$



Система векторов называется линейно зависимой, если из этих векторов можно составить нулевую линейную комбинацию.

$$a = (3, 1, 2, 0), b = (0, -2, 1, 5), c = (3, -3, 4, 10)$$

$$c = a + 2b$$

$$a + 2b + (-1)c = (0, 0, 0, 0)$$

# Мультиколлинеарность 2

$$w^* = \arg \min_w \sum_{i=1}^l (\langle w, x_i \rangle - y_i)^2$$

$$w_1 = w^* + tu$$

$$\begin{aligned} \langle w_1, x \rangle &= \langle w^* + tu, x \rangle = \langle w^*, x \rangle + t \langle u, x \rangle \\ &= \langle w^*, x \rangle \end{aligned}$$

# Регуляризация

$$Q(w) = \sum_{i=1}^l L(M_i(w)) + \alpha \|w\|^p \rightarrow \min_w$$

$L1$  – регуляризация ( $p = 1$ ), ;

$L2$  – регуляризация ( $p = 2$ ).

# Норма вектора

- Гёльдеровы нормы  $n$ -мерных векторов (семейство):  $\|x\|_p = \left( \sum_i |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$ ,

где  $p \geq 1$  (обычно подразумевается, что это натуральное число). В частности:

- $\|x\|_1 = \sum_i |x_i|$ , что также имеет название *метрика L1*, норма  $\ell_1$  или *манхэттенское расстояние*. Для вектора представляет собой сумму модулей всех его элементов.
- $\|x\|_2 = \sqrt{\sum_i |x_i|^2}$ , что также имеет название *метрика L2*, норма  $\ell_2$  или *евклидова норма*. Является геометрическим расстоянием между двумя точками в многомерном пространстве, вычисляемым по теореме Пифагора.
- $\|x\|_\infty = \max |x_i|$  (это предельный случай  $p \rightarrow \infty$ ).

Запишем задачу настройки вектора параметров  $\beta$ :

$$Q(\beta) = \sum_{i=1}^l \mathcal{L}_i(\beta) + \lambda \sum_{j=1}^n |\beta_j|,$$

где  $\mathcal{L}_i(\beta) = \mathcal{L}(y_i, g(x_i, \beta))$  — некоторая ограниченная гладкая функция потерь. Сделаем замену переменных, чтобы функционал стал гладким. Каждой переменной  $\beta_j$  поставим в соответствие две новые неотрицательные переменные:

$$\begin{cases} u_j = \frac{1}{2}(|\beta_j| + \beta_j) \\ v_j = \frac{1}{2}(|\beta_j| - \beta_j) \end{cases}$$

Тогда:

$$\begin{cases} \beta_j = u_j - v_j \\ |\beta_j| = u_j + v_j \end{cases}$$

В новых переменных функционал становится гладким, но добавляются ограничения-неравенства:

$$\begin{cases} Q(u, v) = \sum_{i=1}^l \mathcal{L}_i(u - v) + \lambda \sum_{j=1}^n (u_j + v_j) \rightarrow \min_{u, v} \\ u_j \geq 0, v_j \geq 0, j = 1, \dots, n \end{cases}$$

Для любого  $j$  хотя бы одно из ограничений  $u_j \geq 0$  и  $v_j \geq 0$  обращается в равенство, иначе второе слагаемое в  $Q(u, v)$  можно было бы уменьшить, не изменив первое. Если гиперпараметр  $\lambda$  устремить к  $\infty$ , в какой-то момент все  $2n$  ограничений обратятся в равенство. Постепенное увеличение гиперпараметра  $\lambda$  приводит к увеличению числа таких  $j$ , для которых  $u_j = v_j = 0$ , откуда следует, что  $\beta_j = 0$ . Как говорилось ранее, в линейных моделях это означает, что значения  $j$ -го признака игнорируются, и его можно исключить из модели.

# Перцептрон

## `sklearn.linear_model.Perceptron`

```
class sklearn.linear_model.Perceptron (penalty=None, alpha=0.0001, fit_intercept=True, max_iter=None, tol=None, shuffle=True, verbose=0, eta0=1.0, n_jobs=1, random_state=0, class_weight=None, warm_start=False, n_iter=None)
```

[\[source\]](#)

Read more in the [User Guide](#).

**Parameters:** **penalty** : None, 'l2' or 'l1' or 'elasticnet'

The penalty (aka regularization term) to be used. Defaults to None.

**alpha** : float

Constant that multiplies the regularization term if regularization is used. Defaults to 0.0001

**fit\_intercept** : bool

Whether the intercept should be estimated or not. If False, the data is assumed to be already centered. Defaults to True.

**max\_iter** : int, optional

The maximum number of passes over the training data (aka epochs). It only impacts the behavior in the `fit` method, and not the `partial_fit`. Defaults to 5. Defaults to 1000 from 0.21, or if tol is not None.

*New in version 0.19.*

**tol** : float or None, optional

The stopping criterion. If it is not None, the iterations will stop when  $(\text{loss} > \text{previous\_loss} - \text{tol})$ . Defaults to None. Defaults to  $1e-3$  from 0.21.

*New in version 0.19.*

**shuffle** : bool, optional, default True

Whether or not the training data should be shuffled after each epoch.

**verbose** : integer, optional

The verbosity level

**eta0** : double

Constant by which the updates are multiplied. Defaults to 1.

**n\_jobs** : integer, optional

The number of CPUs to use to do the OVA (One Versus All, for multi-class problems) computation. -1 means 'all CPUs'. Defaults to 1.

computation. It means all of 0.0, 0.0, ..., 0.0.

**random\_state** : int, RandomState instance or None, optional, default None

The seed of the pseudo random number generator to use when shuffling the data. If int, random\_state is the seed used by the random number generator; If RandomState instance, random\_state is the random number generator; If None, the random number generator is the RandomState instance used by np.random.

**class\_weight** : dict, {class\_label: weight} or "balanced" or None, optional

Preset for the class\_weight fit parameter.

Weights associated with classes. If not given, all classes are supposed to have weight one.

The "balanced" mode uses the values of y to automatically adjust weights inversely proportional to class frequencies in the input data as

```
n_samples / (n_classes * np.bincount(y))
```

**warm\_start** : bool, optional

When set to True, reuse the solution of the previous call to fit as initialization, otherwise, just erase the previous solution.

**n\_iter** : int, optional

The number of passes over the training data (aka epochs). Defaults to None. Deprecated, will be removed in 0.21.

*Changed in version 0.19:* Deprecated



# Набор данных

Attribute Information:

1. sepal length in cm
2. sepal width in cm
3. petal length in cm
4. petal width in cm
5. class:
  - Iris Setosa
  - Iris Versicolour
  - Iris Virginica

```
5.1,3.5,1.4,0.2,Iris-setosa
4.9,3.0,1.4,0.2,Iris-setosa
4.7,3.2,1.3,0.2,Iris-setosa
4.6,3.1,1.5,0.2,Iris-setosa
5.0,3.6,1.4,0.2,Iris-setosa
5.4,3.9,1.7,0.4,Iris-setosa
4.6,3.4,1.4,0.3,Iris-setosa
5.0,3.4,1.5,0.2,Iris-setosa
4.4,2.9,1.4,0.2,Iris-setosa
4.9,3.1,1.5,0.1,Iris-setosa
5.4,3.7,1.5,0.2,Iris-setosa
4.8,3.4,1.6,0.2,Iris-setosa
4.8,3.0,1.4,0.1,Iris-setosa
4.3,3.0,1.1,0.1,Iris-setosa
5.8,4.0,1.2,0.2,Iris-setosa
5.7,4.4,1.5,0.4,Iris-setosa
5.4,3.9,1.3,0.4,Iris-setosa
5.1,3.5,1.4,0.3,Iris-setosa
5.7,3.8,1.7,0.3,Iris-setosa
5.1,3.8,1.5,0.3,Iris-setosa
5.4,3.4,1.7,0.2,Iris-setosa
```

# Пример работы персептрона

```
import pandas as pd
import numpy as np
from sklearn import datasets
from sklearn.linear_model import perceptron
from sklearn.model_selection import train_test_split

iris = datasets.load_iris()

X = iris.data[:, :]
y = iris.target

X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(X, y, test_size=.3, random_state=0)

net = perceptron.Perceptron(n_iter=100, verbose=0, random_state=None, fit_intercept=True, eta0=0.001)
net.fit(X_train, y_train)

print('The accuracy of the classifier on training data is {:.2f} out of 1'.format(net.score(X_train, y_train)))
print('The accuracy of the classifier on test data is {:.2f} out of 1'.format(net.score(X_test, y_test)))

print(net.coef_)
```

The accuracy of the classifier on training data is 0.89 out of 1

The accuracy of the classifier on test data is 0.89 out of 1

```
[[ 0.0016  0.0046 -0.0075 -0.0036]
 [ 0.0105 -0.0536  0.0239 -0.0663]
 [-0.0785 -0.0479  0.105   0.0799]]
```

# Пример L1 регуляризации

```
import pandas as pd
import numpy as np
from sklearn import datasets
from sklearn.linear_model import perceptron
from sklearn.model_selection import train_test_split

iris = datasets.load_iris()

s = [0,1]
X = iris.data[:,s]
y = iris.target

X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(X, y, test_size=.3, random_state=0)

net = perceptron.Perceptron(n_iter=100, verbose=0, random_state=None, fit_intercept=True, eta0=0.001, penalty='l1', alpha = 0.03)
net.fit(X_train,y_train)

print('The accuracy of the classifier on training data is {:.2f} out of 1'.format(net.score(X_train, y_train)))
print('The accuracy of the classifier on test data is {:.2f} out of 1'.format(net.score(X_test, y_test)))

print(net.coef_)
```

```
The accuracy of the classifier on training data is 0.43 out of 1
The accuracy of the classifier on test data is 0.44 out of 1
[[ 0.      0.    -0.0034  0.    ]
 [ 0.    -0.0018  0.      0.    ]
 [ 0.      0.      0.0187  0.    ]]
```

# Пример L2 регуляризации

```
import pandas as pd
import numpy as np
from sklearn import datasets
from sklearn.linear_model import perceptron
from sklearn.model_selection import train_test_split

iris = datasets.load_iris()

s = [0,1]
X = iris.data[:,s]
y = iris.target

print(X.shape)
print(y.shape)

X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(X, y, test_size=.3, random_state=0)

net = perceptron.Perceptron(n_iter=100, verbose=0, random_state=None, fit_intercept=True, eta0=0.001, penalty='l2', alpha = 0.03)
net.fit(X_train,y_train)

print('The accuracy of the classifier on training data is {:.2f} out of 1'.format(net.score(X_train, y_train)))
print('The accuracy of the classifier on test data is {:.2f} out of 1'.format(net.score(X_test, y_test)))

print(net.coef_)
```

```
(150, 4)
(150,)
The accuracy of the classifier on training data is 0.85 out of 1
The accuracy of the classifier on test data is 0.84 out of 1
[[ 0.00087619  0.00255496 -0.00664195 -0.00291955]
 [ 0.00591879 -0.04933992  0.02608472 -0.06212774]
 [-0.06367701 -0.04977843  0.08653533  0.07180048]]
```

# L1 vs L2

The **key difference** between these techniques is that L1 shrinks the less important feature's coefficient to zero thus, removing some feature altogether. So, this works well for **feature selection** in case we have a huge number of features.

L1-norm does not have an analytical solution, but L2-norm does (due to square).

# Пример добавления корреляций

```
import numpy as np
# генерация признаков
a = np.random.rand(2000, 7)
c = a[np.where((a[:,0] > 0.5) * (a[:,1] > 0.5))]
d = a[np.where((a[:,0] < 0.7) * (a[:,1] < 0.7))]
z = np.concatenate((c, d), axis=0)
x = (z[:,0] + 3*z[:,1])
x1 = (z[:,2] - z[:,3])
x2 = (2*z[:,4] - z[:,5] + z[:,1])
x3 = (2*z[:,2] - z[:,4] + z[:,0])
# создание классов
c1 = np.repeat(0, np.size(c, 0))
c2 = np.repeat(1, np.size(d, 0))
cls = np.concatenate((c1, c2), axis=0)

linf = z
#linf = np.column_stack([z, x])
#linf = np.column_stack([linf, x1])
#linf = np.column_stack([linf, x2])
#linf = np.column_stack([linf, x3])

import pandas as pd
import numpy as np
from sklearn import datasets
from sklearn.linear_model import perceptron
from sklearn.model_selection import train_test_split

X = linf
y = cls
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(X, y, test_size=.3, random_state=0)
net = perceptron.Perceptron(n_iter=100, verbose=0, random_state=None, fit_intercept=True, eta0=0.5, penalty=None)
net.fit(X_train, y_train)

print('The accuracy of the classifier on training data is {:.2f} out of 1'.format(net.score(X_train, y_train)))
print('The accuracy of the classifier on test data is {:.2f} out of 1'.format(net.score(X_test, y_test)))

print(np.std(net.coef_))
```

The accuracy of the classifier on training data is 0.93 out of 1  
The accuracy of the classifier on test data is 0.92 out of 1  
3.6969946155

# Увеличение СКО коэффициентов

```
import numpy as np
# генерация признаков
a = np.random.rand(2000, 7)
c = a[np.where((a[:,0] > 0.5) * (a[:,1] > 0.5))]
d = a[np.where((a[:,0] < 0.7) * (a[:,1] < 0.7))]
z = np.concatenate((c, d), axis=0)
x = (z[:,0] + 3*z[:,1])
x1 = (z[:,2] - z[:,3])
x2 = (2*z[:,4] - z[:,5] + z[:,1])
x3 = (2*z[:,2] - z[:,4] + z[:,0])
# создание классов
c1 = np.repeat(0, np.size(c, 0))
c2 = np.repeat(1, np.size(d, 0))
cls = np.concatenate((c1, c2), axis=0)

linf = z
linf = np.column_stack([z, x])
linf = np.column_stack([linf, x1])
linf = np.column_stack([linf, x2])
linf = np.column_stack([linf, x3])

import pandas as pd
import numpy as np
from sklearn import datasets
from sklearn.linear_model import perceptron
from sklearn.model_selection import train_test_split

X = linf
y = cls
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(X, y, test_size=.3, random_state=0)
net = perceptron.Perceptron(n_iter=100, verbose=0, random_state=None, fit_intercept=True, eta0=0.5, penalty=None)
net.fit(X_train, y_train)

print('The accuracy of the classifier on training data is {:.2f} out of 1'.format(net.score(X_train, y_train)))
print('The accuracy of the classifier on test data is {:.2f} out of 1'.format(net.score(X_test, y_test)))

print(np.std(net.coef_))
```

The accuracy of the classifier on training data is 0.94 out of 1  
The accuracy of the classifier on test data is 0.92 out of 1  
7.33888696613