

АДИАБАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ И ТРАЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ ПУШЕК ГИРОТРОНОВ

А.Л.Гольденберг, В.К.Лыгин, В.Н.Мануилов,
М.И.Петелин, Ш.Е.Цимринг

1. ВВЕДЕНИЕ

В гиротронах используются пучки электронов, движущихся по винтовым траекториям. Каждая такая траектория характеризуется частотой вращения электронов (гирочастотой) ω_H , положением центра вращения (ведущего центра) относительно оси системы и двумя компонентами скорости: поступательной $v_{||}$, параллельной направлению магнитного поля, и осцилляторной v_{\perp} . Вместо $v_{||}$ и v_{\perp} можно задавать полную скорость v и питч-фактор

$$q = v_{\perp} / v_{||} \quad (1)$$

Тогда

$$v_{\perp} = v \frac{q}{\sqrt{1+q^2}}, \quad v_{||} = v \frac{1}{\sqrt{1+q^2}} \quad (2)$$

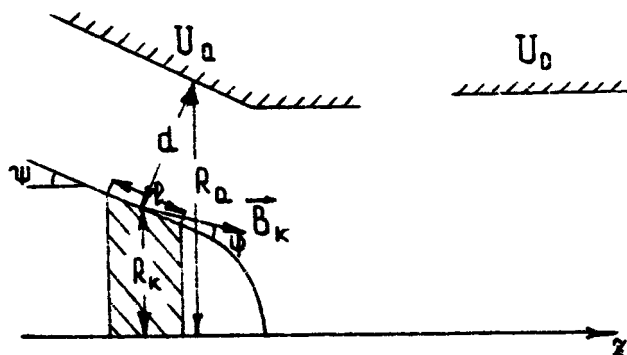
В целом трубчатый электронный пучок, ось которого совпадает с осью электродинамической системы, обычно характеризуется средними значениями приведенных величин и относительным разбросом компонент скоростей электронов $\delta v_{||}$ или δv_{\perp} , которые в силу моноэнергетичности пучка связаны между собой соотношением

$$\delta v_{||} = q^2 \delta v_{\perp}, \quad (3)$$

справедливым при малых $\delta v_{||}$ и δv_{\perp} .

Получение приемлемой выходной мощности гиротрона при высоком КПД требует от электронно-оптической системы достаточно больших значений тока пучка I , пичч-фактора Q и малой величины разброса $\delta v_{||}$. Как будет видно далее, эти требования в общем противоречивы.

Формирование ВЭП во всех известных конструкциях МЦР производится магнетронно-инжекторными пушками (МИП), в которых осуществляется первичная закрутка электронов. Затем электроны инжектируются в область с плавно нарастающим магнитным полем, где их осцилляторная энергия возрастает до величин, соответствующих заданному значению Q .



Р и с.1. Схема адиабатической МИП

Электронные пушки гиротрона были впервые предложены в работе [1]. Конфигурация электродов МИП (рис.1) аналогична использующейся в пушке Кайно-Тэйлора [2], которая применяется для формирования полых прямолинейных пучков в электронных СВЧ приборах типа О. Вместе с тем важные детали геометрии, распределения магнитного поля и электрических режимов в обеих пушках имеют значительные отличия, отвечающие принципиально иному характеру электронных траекторий. Одна из существенных особенностей пушек гиротронов состоит, в частности, в использовании режима температурного ограничения эмиссии с электрическим полем на катоде, обычно лишь незначительно ослабленным полем пространственного заряда.

В статье кратко описана адиабатическая теория и численные методы исследования МИП, а также рассмотрены основные факторы, ответственные за разброс скоростей электронов.

2. АДИАБАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ МИП

Поскольку основная функция гиротронов состоит в генерации мощного электромагнитного излучения в диапазонах коротких миллиметровых и субмиллиметровых волн, то размеры области взаимодействия генераторов должны многократно превышать генерируемую длину волны и соответственно радиус и шаг винтовых траекторий. Нетрудно показать тогда, что характерные размеры пространственных неоднородностей электронно-оптических систем гиротронов будут существенно больше пространственных масштабов траекторий в пушке. Это означает, что эффективные системы формирования мощных ВЭП гиротронов названных выше диапазонов должны быть адиабатическими, т.е. на протяжении всей траектории электрона статические электрическое и магнитное поля в МИП должны изменяться достаточно плавно. Именно к такому типу устройств принадлежит МИП гиротронов, что послужило основанием для введения в обиход распространенного теперь названия "адиабатическая электронная пушка МЦР".

Указанное обстоятельство позволяет использовать для приближенного описания движения электронов дрейфовую теорию (см., например, [3]), согласно которой скорость электрона можно представить в виде

$$\vec{v} = \vec{v}_d + \vec{v}_1, \quad (4)$$

где \vec{v}_d — дрейфовая скорость (скорость ведущего центра), а \vec{v}_1 — скорость вращения вокруг ведущего центра (осцилляторная скорость). Изменение последней определяется адиабатическим инвариантом

$$J_1 = \frac{m^2 v_1^2}{2 e_0 B} = \text{const}, \quad (5)$$

где m — релятивистская масса электрона, B — магнитная индукция, e_0 — заряд электрона.

При слабой неоднородности электрического \vec{E}_k и магнитного \vec{B}_k полей в окрестности эмиттера поперечная к \vec{B}_k скорость ведущего центра равна

$$\vec{v}_d \approx [\vec{E}_k \vec{v}_k] / v_k^2. \quad (6)$$

Обозначив через v_0 модуль перпендикулярной к \vec{E}_k и \vec{v}_k компоненты начальной скорости, с которой электрон покидает эмиттер, получим из (4) и (6)

$$v_{\perp k} = \frac{E_{k\perp}}{v_k} \pm v_0, \quad (7)$$

где $E_{k\perp}$ — компонента электрического поля на катоде, перпендикулярная \vec{v}_k .

После выхода из эмиттера электроны сначала движутся по траектории, близкой к циклоидальной; затем под действием компоненты электрического поля E_{\parallel} , параллельной \vec{v}_k , они инжектируются в переходную область между пушкой и резонатором (рис.1), где дрейфуют в плавно нарастающем магнитном поле в направлении резонатора. В триодной пушке анод и резонатор (см.рис.1) имеют разные потенциалы, поэтому электроны пересекают также область иммерсионной линзы между этими электродами, в которой на них действует слабонеоднородное электрическое поле.

Полагая скорости электронов нерелятивистскими, находим из (5), (7), что в рабочем пространстве

$$v_{\perp} = \left(\frac{E_k \cos \varphi}{v_k} \pm v_0 \right) \sqrt{\alpha}; \quad v_{\parallel} = \sqrt{2\eta U_0 - v_{\perp}^2}, \quad (8)$$

где коэффициент перемagnичивания $\alpha = v_0 / v_k$; v_0 — рабочее магнитное поле, φ — угол наклона магнитной силовой линии к поверхности эмиттера (см.рис.1), U_0 — потенциал резонатора.

Соотношения (4)–(8) дают не только качественную связь между параметрами пучка и пушки, но в ряде практически важных случаев позволяют довольно точно оценить средние значения компонент скоростей и даже скоростной разброс.

Дальнейшая теория строится при следующих предположениях, которые в совокупности характеризуют упрощенную модель адиабатической МИП [4]:

- а) аксиальная симметрия;
- б) малая величина пространственного заряда пучка;
- в) квазиплоская конфигурация электродов пушки, что наиболее типично для пушек мощных коротковолновых гиротронов.

При условии б) это дает, что электрическое поле на катоде

$$E_k = U_a / d, \quad (9)$$

где d - расстояние катод - анод, U_a - анодное напряжение;

г) параксиальность магнитного поля

$$B_z(r, z) \approx B_z(0, z),$$

где r и z - цилиндрические координаты.

Из предположений а) и г) с учетом теоремы Буша следует [5], что ведущий центр в рабочем пространстве находится на магнитной силовой линии, проходящей через точку вылета ($r = R_k$) электрона из катода. Тогда радиус ведущего центра в рабочем пространстве

$$R_0 = R_k / \sqrt{\alpha}. \quad (10)$$

Введем параметры

$$t_j = I / 2,33 \cdot 10^{-6} \frac{2\pi R_k l}{d^2} U_a^{3/2} - \quad (11)$$

отношение тока пучка к ленгмюровскому току безмагнитного плоского диода, образованного электродами пушки;

$$t_1 = v_1^2 / u^2 = v_1^2 / 2 \eta U_0; \quad (12)$$

$$t_p = l / d; \quad (13)$$

$$t_h = h / d \left(1 + \frac{\pi^2}{4} t_q^2 \psi \right); \quad (14)$$

где ℓ - ширина эмиттирующего пояса (см. рис. 1), U_0 - потенциал резонатора;

$$h = \frac{2 E_k \cos^2 \varphi}{\eta B_k^2} \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \tan^2 \varphi \right) \quad (15)$$

высота первого максимума электронной траектории [6].

Из (8)-(15) при $v_0 = 0$ найдем ток пучка I , анодное напряжение U_a и коэффициент перемagnичивания α :

$$I = 0,93 \frac{t_d t_e t_1^{1/2} U_0^{1/2} E_k R_0}{t_h^{1/2}} \quad (16)$$

$$U_a = 2,63 \frac{t_1^{2/3} U_0^{2/3} E_k^{2/3}}{t_h B_0^{2/3}} \quad (17)$$

$$\alpha = 1,52 \frac{t_1^{1/3} U_0^{1/3} B_0^{2/3}}{E_k^{2/3}} \quad (18)$$

К этим формулам целесообразно добавить выражение для плотности тока на катоде

$$j_k = \frac{I}{2\pi R_k \ell} = 4,52 \frac{t_d t_h^{1/2} E_k^{5/3} B_0^{1/3}}{t_1^{1/3} U_0^{1/3}} \quad (19)$$

В (16)-(19) использованы следующие размерности величин: амперы, киловольты, киловольты на миллиметры, миллиметры. Плотность тока в (19) выражена в амперах на квадратный сантиметр.

Введем некоторые уточнения в формулы (16)-(19), способствующие сближению расчетной модели с реальной МИП.

1. Вместо (9) используем приближенную формулу для поля на поверхности конического катода (см., например, [7]):

$$E_k = \frac{U_a \cos \psi}{R_k \ln(R_0/R_k)} \quad (20)$$

где ψ - катодный угол (см. рис. 1), $R_a = R_k + d \cos \psi$ - радиус анода.

2. Будем полагать ток пучка пропорциональным ленгмюровскому току конического диода. Можно показать, что при достаточно малых ψ соответствующая формула имеет вид

$$I = t_j \frac{2,33 \cdot 10^{-6} 2\pi l \cos^2 \psi}{R_a \beta^2 (R_a/R_k)} U_a^{3/2}, \quad (21)$$

где β^2 - функция Ленгмюра цилиндрического диода.

3. Используем условие сохранения поперечного адиабатического инварианта с учетом релятивистской зависимости массы от энергии в области нарастающего магнитного поля и в рабочем пространстве:

$$p_{\perp}^2 / e_0 B_0 = m_0 E_k^2 \cos^2 \psi / \eta B_k^2, \quad (22)$$

где p_{\perp} - осцилляторный импульс электрона в рабочем пространстве.

4. В традиционной схеме гиротрона продольный импульс электронов при взаимодействии не меняется. Поэтому за величину осцилляторной энергии электронов примем разность между их полной энергией и полной энергией, вычисленной по продольному импульсу как по полному. Обозначив через t_1 относительную долю осцилляторной энергии электронов в пространстве взаимодействия, получаем тогда, что

$$\sqrt{(p^2 - p_{\perp}^2) c^2 + E_0^2} = e_0 U_0 (1 - t_1) + E_0, \quad (23)$$

где E_0 - энергия покоя электронов, p - полный импульс электронов в рабочем пространстве.

Используя теперь, вместо (9), (11), (12) и (8) (при $v_0 = 0$), соответственно выражения (20), (21), (23) и (22), получаем формулы, аналогичные расчетным формулам (16) - (19) для простейшей модели. Новые соотношения можно записать точно в таком же виде, как (16) - (19), если тождественно заменить t_j , U_0 , B_0 и U_a соответственно на t_j^* , U_0^* , B_0^* и U_a^* , где

$$t_j^* = t_j \frac{R_k^{1/2} d^{1/2} \rho_n^{3/2} (R_a/R_k) \cos^{1/2} \psi}{R_a \beta^2 (R_a/R_k)}, \quad (24)$$

$$U_0^* = U_0 [1 + 0,001 U_0 (2 - t_1)], \quad (25)$$

$$\beta_0^* = \beta_0 / \cos \varphi \approx \frac{107}{\lambda n \cos \varphi} (1 + 0,002 U_0), \quad (26)$$

$$U_a^* = U_a \frac{d \cos \psi}{R_a \rho_n (R_a/R_k)}, \quad (27)$$

(λ — длина волны, мм; U_0 — потенциал резонатора, кВ; n — номер гармоники циклотронной частоты).

Целесообразен следующий порядок расчета пушки.

1. Задаемся величинами U_0 , R_0 , λ , n , углом катода ψ , углом наклона φ магнитного поля к поверхности эмиттера, а также параметрами t_j , E_k , t_e , t_h и t_1 .
2. Находим U_0^* и β_0^* по (25) и (26).
3. Вычисляем U_a^* по формуле (17), где произведена замена U_0 , U_a и β_0 на U_0^* , U_a^* и β_0^* .
4. Находим α по формулам (18) (с заменой U_0 и β_0 на U_0^* и β_0^*), R_k по формуле (10), $d = U_a^* / E_k$ и $R_a = R_k + d \cos \psi$.
5. Находим I по формуле (16) (с указанной выше заменой).
6. Используя найденные U_a^* , d , R_a , получаем U_a по (27) и $\rho = d t_e$.

3. СКОРОСТНОЙ РАЗБРОС В ВЭП

Как известно, основное значение для гиротрона имеет разброс продольных скоростей $\delta v_{||}$. Эта величина, однако, меняется вдоль траектории в области нарастающего магнитного поля и поэтому качество электронного пучка удобнее характеризовать относительным разбросом скоростей $\delta v_{||}$. Величина $\delta v_{||}$, как легко показать с помощью (5), инвариантна в плавно меняющихся полях на всем протяжении пучка. Моноэнерге-

тичность пучка налагает жесткую связь на $\delta v_{||}$ и δv_{\perp} . Из соотношения (3) видно, что при одном и том же δv_{\perp} с увеличением q быстро растет $\delta v_{||}$.

Рассмотрим кратко основные факторы, оказывающие влияние на распределение осцилляторных скоростей электронов. Оценочный анализ роли большинства рассматриваемых факторов можно произвести на базе адиабатической теории.

Разброс начальных скоростей электронов приводит, как следует из выражения (9), к разбросу осцилляторных скоростей

$$\delta v_{\perp} = 4 \sqrt{\bar{U}/t_h} U_a, \quad (28)$$

где \bar{U} — начальная энергия электронов, эВ*. При $\psi \ll 1$ и для режима пушки, близкого к критическому ($t_h \approx 1$), скоростной разброс минимален. В этом случае, например, для $\bar{U} = 0,1$ эВ (средняя энергия термоэлектронов при температуре катода 1200 К) и $U_a = 20$ кВ, $\delta v_{\perp} = 1\%$.

Шероховатость эмиттирующей поверхности действует на δv_{\perp} аналогично начальным скоростям: скорость, которую электрон приобретает в локальном поле неоднородности, можно рассматривать как начальную скорость на поверхности гладкого эмиттера. Полагая для простоты, что неоднородность имеет вид полусферы радиуса r_0 на плоскости, получаем приближенно [6], что

$$\delta v_{\perp} \approx 1,5 \sqrt{r_0/h}, \quad (29)$$

где h — высота первого максимума электронной траектории над катодом. Отношение r_0/h входит в (29) под знаком квадратного корня, поэтому даже сравнительно небольшие шероховатости поверхности эмиттера могут служить причиной возникновения заметного скоростного разброса. Для гиротронов коротковолновой части миллиметрового диапазона длин волн требования к чистоте поверхности эмитте-

* Уточненный расчет, использующий нормальный закон распределения начальных скоростей электронов, приводит к замене коэффициента 4 в формуле (28) на 3,6. При этом величина \bar{U} в (28) имеет смысл дисперсии начальной скорости [7].

ра должны быть достаточно серьезными. Хорошее экспериментальное подтверждение (28), (29) получено в [8].

Нарушения аксиальной симметрии могут приводить к возникновению скоростного разброса в основном за счет радиального сдвига катода. При этом электроны, выходящие из участков эмиттера с различным азимутальным положением, приобретают различные осцилляторные скорости. Расчет, основанный на предположении о малом азимутальном дрейфе электронов в пушке, приводит к следующему выражению для скоростного разброса [9]:

$$\delta v_{\perp} = 2\alpha \omega s \psi / d, \quad (30)$$

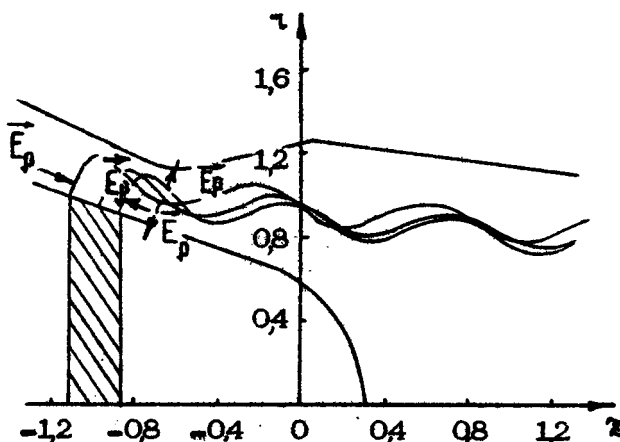
где α — радиальное смещение катода; ψ — полуугол катода (см. рис. 1).

Позиционный скоростной разброс связан с различием электрического и магнитного полей на траекториях электронов, выходящих из разных точек эмиттера. Надежные данные о позиционном разбросе получаются численными методами траекторного анализа. Полезные оценки дает и адиабатическая теория. О взаимоотношении численных методов и адиабатической теории см. разд. 4.

Скоростной разброс, возникающий под влиянием поля объемного заряда, является, как правило, основным фактором, лимитирующим ток пучка в гиротронах. Поле пространственного заряда пучка наиболее сильно там, где малы скорости продольного движения электронов (рабочее пространство) или полные скорости (прикатодная область пушки). В коротковолновых гиротронах наибольшее значение имеет область пушки [4]. Поле пространственного заряда оказывается различным для электронов, выходящих из разных участков эмиттера, что приводит к разбросу осцилляторных скоростей. Ослабление результирующего электрического поля в окрестности катода объемным зарядом пучка приводит при прочих равных условиях и к уменьшению средней осцилляторной энергии электронов.

Рассмотрим типичный для большинства МИП случай регулярного пересечения электронных траекторий в области пушки (рис. 2), что имеет место, когда ширина эмиттирующего пояса меньше первого шага электронной траектории,

а угол наклона магнитного поля к поверхности эмиттера достаточно мал. Согласно рис.2 поле пространственного заряда E_p непрерывно уменьшает продольную скорость электронов, выходящих с левой части эмиттера и, наоборот, ускоряет "правые" электроны. Вследствие постоянства полной скорости, осцилляторные скорости "левых" электронов на протяжении всей области регулярного пересечения траекторий нарастают, а "правых" — уменьшаются.



Р и с.2. Конфигурация электродов в типичной пушке гиротрона

Оценки скоростного разброса на базе адиабатической теории приводят к следующему результату [4]:

$$\delta v_1 = I / I_p, \quad (31)$$

где

$$I_p = 0,5 \frac{E_k^2 R_k}{B_k}$$

(I и I_p в А; R_k — в мм; B_k — в кГс; E_k — в кВ/мм).

Сравнение с результатами траекторного анализа (см. разд. 4) показывает, что формула (31) дает заниженные значения скоростного разброса, в основном из-за того, что поле пространственного заряда учитывается лишь на части области регулярного пересечения траекторий.

При использовании широких эмиттеров пересечения электронных траекторий становятся нерегулярными и действие указанного механизма ослабевает. Но тогда начинает играть роль экранирующее действие верхних слоев пучка, в которых движутся электроны, выходящие из "левой" части эмиттера. В результате осцилляционные скорости "правых" электронов уменьшаются. Для широкого эмиттера также справедлива формула (31), где, однако [4],

$$I_p = 0,5 R_K \sqrt{E_K^3 \rho \sin \psi}. \quad (32)$$

Экспериментальные исследования влияния указанных факторов на скоростной разброс (см., например, [8,10]) дают результаты, качественно совпадающие с приведенными выше оценками.

4. ТРАЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ МИП

Использование быстродействующих ЭВМ открывает благоприятные возможности для оптимизации и проектирования пушек гиротронов на основе численного анализа электронных траекторий. Основные трудности вызывает анализ интенсивных ВЭП, принимающий характер самосогласованной задачи.

Для МИП гиротронов, и в особенности коротковолновых приборов, характерно малое заполнение электронным пучком межэлектродного пространства. В связи с этим возникают трудности при использовании такого универсального метода, как метод сеток. Методы интегральных уравнений [11] и вспомогательных источников [12], а особенно последний, позволяют сократить объем оперативной памяти. Однако без дальнейших упрощений затраты машинного времени, являющиеся примерно квадратичной функцией длины пучка, все еще чрезмерно велики при анализе протяженных систем, длина которых достигает нескольких десятков циклотронных периодов.

Ниже описывается алгоритм, позволяющий удерживать в разумных пределах требуемый объем оперативной памяти и время счета. К особенностям алгоритма относится использование метода вспомогательных источников и введение сетки

потенциалов и двух сеток пространственного заряда, покрывающих только область пучка.

Полная система уравнений пучка с учетом релятивистской зависимости массы электронов от энергии имеет следующий вид:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \sqrt{1 - 2\gamma_0 v^2} \left[\frac{\vec{E}}{2} + [\vec{v}\vec{B}] - \gamma_0 \vec{v}(\vec{v}\vec{E}) \right], \quad (33)$$

$$\Delta U = -\rho, \quad (34)$$

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0, \quad (35)$$

$$\vec{E} = -\nabla U, \quad (36)$$

$$\vec{j} = \sum p_i \vec{v}_i. \quad (37)$$

Уравнения записаны в следующих безразмерных переменных:

$$\vec{r} = \vec{r}'/R_0'; \quad t = \sqrt{2\eta'U_0'} t'/R_0'; \quad \vec{E} = \vec{E}'R_0'/U_0'; \quad U = U'/U_0';$$

$$B = \eta'R_0'B'/\sqrt{2\eta'U_0'}, \quad \rho = \rho'(R_0')^2/\epsilon_0'U_0'; \quad \vec{j} = \vec{j}'(R_0')^2/\epsilon_0'\sqrt{2\eta'(U_0')^3}.$$

Здесь штрихованные величины размерны; t — время; \vec{E} — напряженность электрического поля; \vec{B} — магнитная индукция; \vec{j} и ρ — соответственно плотности тока и объемного заряда; $\gamma_0 = \eta'U_0'/(c')^2$, где c' — скорость света. К указанным уравнениям следует присоединить граничные условия Дирихле на электродах. Предполагается аксиальная симметрия всех величин, входящих в уравнения.

Решение системы самосогласованных уравнений проводится методом итераций (см., например, [13]). На исходной (нулевой) итерации плотность объемного заряда полагается равной нулю и находится решение уравнения Лапласа для заданных потенциалов на электродах. Далее весь поток разбивается на N трубок тока (обычно $N \leq 12$). Интегрированием уравнений движения в найденном электрическом и заданном магнитном поле (см. ниже) рассчитываются центральные траектории каждой токовой трубки и соответствующее найденным траекториям распределение плотности пространственного заряда. На каждой следующей итерации элект-

трическое поле находится с учетом распределения пространственного заряда, полученного на предыдущей итерации. Процесс заканчивается, когда для всех m

$$\max \left[(\gamma_m^{n+1} - \gamma_m^n)^2 + (z_m^{n+1} - z_m^n)^2 \right] < \epsilon,$$

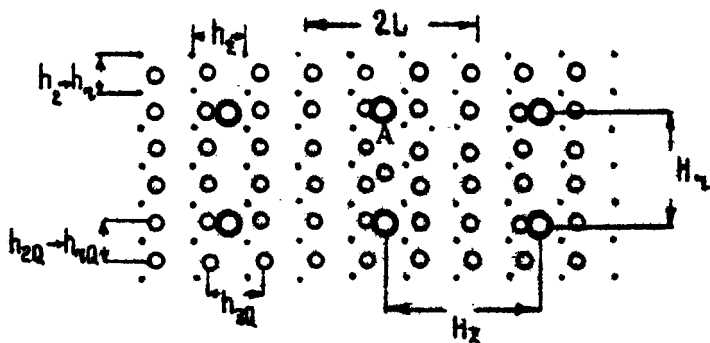
где γ_m^n , z_m^n — координаты последней точки центральной траектории m -й трубки тока на n -й итерации.

Магнитная индукция полагается заданной (собственное магнитное поле пучка не учитывается — см. разд.5) и вычисляется путем замены реальных соленоидов эквивалентными однослойными катушками [14].

Решение уравнений движения выполняется на основе представления координат и скоростей отрезками ряда Тейлора [14].

Наибольшее значение для указанной схемы траекторного анализа имеет алгоритм вычисления электрического поля, который определяет основные затраты машинного времени и оперативной памяти ЭВМ. Достаточно эффективной оказывается следующая процедура.

Вводятся три вспомогательные прямоугольные сетки в меридианном сечении рассматриваемой области: сетка потенциалов (сетка 1), мелкая и крупная сетки пространственного заряда (соответственно сетки 2 и 3). Все три сетки покрывают только область пучка.



Р и с.3. Вспомогательные сетки (к траекторному анализу)

На рис.3 точками обозначены узлы сетки 1, малыми кружками - узлы сетки 2 и крупными кружками - узлы сетки 3. В узлы сетки 2 помещаются кольцевые заряды Q_m , равные суммарному заряду от всех трубок тока, пересекающих соответствующие ячейки этой сетки. Заряды Q_p в узлах сетки 3 равны сумме зарядов Q_m , попавших в соответствующую ячейку крупной сетки, и помещаются в "центры масс" ячеек, т.е. характеризуются радиусом-вектором

$$\vec{r}_p = \sum \vec{r}_m Q_m / \sum Q_m.$$

Потенциал дискретных кольцевых зарядов в узле A сетки 1 является суммой трех слагаемых:

$$U(r_A, z_A) = \frac{1}{2\pi^2 \epsilon_0} \sum_{m=1}^M \frac{Q_m K(t_m)}{\sqrt{(r_A + r_m)^2 + (z_A - z_m)^2}} + \quad (38)$$

$$+ \frac{1}{2\pi^2 \epsilon_0} \sum_{p=1}^P \frac{Q_p K(t_p)}{\sqrt{(r_A + r_p)^2 + (z_A - z_p)^2}} + \frac{1}{2\pi^2 \epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i K(t_i)}{\sqrt{(r_A + r_i)^2 + (z_A - z_i)^2}},$$

где $K(t_0)$ - полный эллиптический интеграл первого рода от аргумента

$$t_0 = \sqrt{2 \frac{r_A r_m}{\sqrt{(r_A + r_m)^2 + (z_A - z_m)^2}}}.$$

Первая сумма в (38) определяется зарядами Q_m от тех узлов сетки 2, которые заключены в области $z_A \pm L$ (длина L подлежит определению). Вторая сумма равна потенциалу крупных зарядов, расположенных вне зоны шириной $2L$ с центром в точке наблюдения A. Третья сумма берется по N вспомогательным зарядам, которые согласно методу вспомогательных источников [12], размещаются в определенных точках r_i, z_i за электродами. Электрическое поле в точках траектории вычисляется по значениям потенциала в узлах сетки 1 с помощью 9-точечных конечно-разностных соотношений.

Принятая методика основана на очевидной избыточности описания полей зарядов, удаленных от точки наблюдения, как суммы полей от каждого отдельного заряда. Основной вопрос связан с выбором шагов сеток 1-3, определяемым теми эффектами, которые должны быть учтены при траекторном анализе. Согласно предыдущему пункту влияние поля объемного заряда на скоростной разброс в основном определяется своеобразным резонансным механизмом, существующим при наличии регулярных пересечений электронных траекторий. При этом действие поля объемного заряда суммируется на длине, равной нескольким циклотронным периодам, что позволяет игнорировать парные взаимодействия зарядов. В результате шаг сетки 2 (и близкий к нему шаг сетки потенциалов - см. ниже) может быть взят близким по порядку величины к ларморовскому радиусу. Верхняя граница шага сетки 2 определяется также необходимостью исключения шумов в дискретизации. Соответствующие оценки даны в [15].

Другим существенным параметром является полуширина области подробного учета пространственного заряда. Примерное равенство сетки потенциалов и мелкой сетки пространственного заряда порождает квадратичную зависимость суммарного времени вычисления первой суммы в (38) от L при заполнении сетки потенциалов. Поэтому линейная зависимость полного времени счета от длины L анализируемой области имеет место при $L/L_A \gg 1$. Согласно численным данным даже при использовании одномерной сетки 3 (поперечные размеры сетки и пучка совпадают), можно принять $L \approx L_A/2$, где L_A - шаг винтовой траектории.

На рис.2 показана конфигурация электродов и электронные траектории в типичной МИП гиротрона.

В таблице даны безразмерные осцилляторные скорости в конце расчетной области для шести трубок тока при $t_j = 0$ и $t_j = 0,1$. Значения средней осцилляторной скорости \bar{v}_1 и скоростного разброса δv_1 оказываются равными при $t_j = 0$ $\bar{v}_1 = 0,294$; $\delta v_1 = 9\%$, при $t_j = 0,1$ $\bar{v}_1 = 0,276$; $\delta v_1 = 32\%$. Согласно таблице уже при токе, составляющем 0,1 лентмюровского тока (последний вычисляется по формуле (21) при $t_j = 1$), скоростной разброс по сравнению с "холодным" позиционным скоростным разбросом возрастает с 9% до 32%. Характерно, что осцилляторные скорости

"левых" электронов (трубка 1) увеличиваются по сравнению с "холодной" величиной, несмотря на уменьшение средней осцилляторной скорости.

t_j	1	2	3	4	5	6
0	0,310	0,294	0,285	0,284	0,290	0,303
0,1	0,336	0,293	0,263	0,248	0,249	0,269

Как уже упоминалось, введение крупной сетки пространственного заряда делает время счета линейной (вместо квадратичной) функцией длины анализируемой области пучка. Таким образом, по отношению к традиционным алгоритмам экономия машинного времени пропорциональна длине системы. Она существенна при $L/L_A \gg 1$.

Если ток пучка мал по сравнению с лентгмюровским ($t_j < 0,05$), траекторный анализ выполняется без учета поля объемного заряда и численная процедура намного упрощается. Время счета одного варианта пушки не превышает 1-2 мин (ЭВМ БЭСМ-6) и оптимизация МИП с целью минимизации позиционного скоростного разброса при заданных параметрах пучка в рабочем пространстве не вызывает затруднений. Накопленный материал при проектировании ряда вариантов МИП гиротронов и его сопоставление с аналогичными результатами адиабатической теории пушек позволяют прийти к следующим выводам.

1. Надлежащий выбор геометрии электродов и распределения магнитного поля дают возможность практически полностью устранить позиционный скоростной разброс при ширине эмиттеров l , достигающей значения $1+1,5 d$, где d - расстояние анод - катод.

2. Подбор конфигурации электродов существенно облегчается при совместном использовании численных методов и адиабатической теории, которая приводит к следующей формуле для позиционного скоростного разброса (ср. с соотношением (9)):

$$\delta v_{\perp} = \delta E_k - \frac{3}{2} \delta B_k, \quad (39)$$

где δE_k и δB_k — вариации соответственно электрического и магнитного полей на эмиттере. Эта формула позволяет легко указать характер требуемых изменений геометрии электронно-оптической системы и распределения магнитного поля, тогда как численный анализ дает точные траектории и скоростной разброс. Формула (39) полезна также и при коррекции высокопереволновых пушек, когда необходим учет пространственного заряда пучка [16].

Сами по себе количественные данные о скоростном разбросе, следующие из формулы (39), ненадежны без траекторного анализа, так как трудно указать степень адиабатичности электрического поля. Распределения магнитного поля для всех используемых магнитных систем гиротронов удовлетворяют условиям адиабатичности.

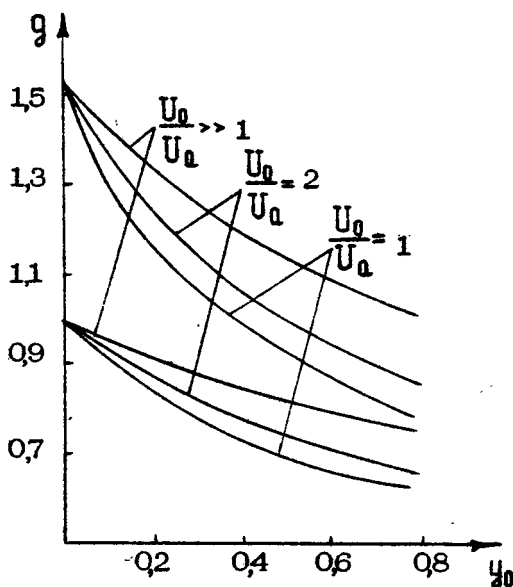
5. АНАЛИЗ РЕЛЯТИВИСТСКИХ МИП

Изложенная выше методика относится, к системам формирования ВЭП слабoreлятивистских гиротронов. Переход к релятивистским напряжениям требует не только учета релятивистской зависимости массы электронов от энергии, но и собственного магнитного поля пучка.

Оценки [17] показывают, однако, что последнее в большинстве случаев не оказывает существенного влияния на скоростной разброс и другие параметры ВЭП как в рабочем пространстве, так и в области пушки, за исключением диамагнетизма сильноточных пучков (ток примерно 100 кА) и случая ультрарелятивистских напряжений в области формирования.

Учет релятивистской зависимости массы электронов от скорости слабо влияет на топологию траекторий, приводя к некоторому растяжению пучка как целого вдоль магнитных силовых линий. Следует отметить обусловленную релятивистской зависимостью массы от скорости тенденцию к возрастанию скоростного разброса с увеличением ускоряющего напряжения для пушек с регулярным пересечением электронных траекторий в сильноточных режимах. Учет собственного магнитного поля пучка в области пушки ослабляет ука-

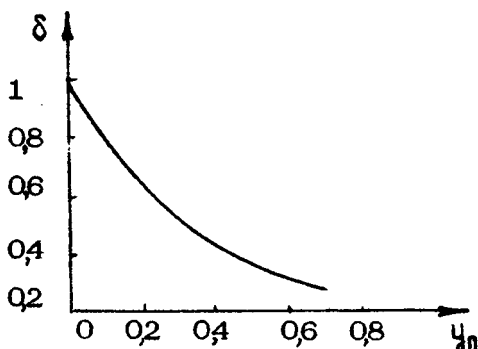
занный эффект. В итоге скоростной разброс, рассчитываемый в релятивистском и нерелятивистском приближениях, практически одинаков. Это в определенной степени упрощает задачу оптимизации релятивистских МИП по скоростному разбросу.



Р и с.4. Зависимость питч-фактора q от ускоряющего напряжения (параметра $y_0 = eU_0 / m_0 c^2$)

Совершенно иначе ведет себя средняя осцилляторная скорость электронов, что приводит при нерелятивистском подходе к существенному завышению параметров t_1 и q , особенно для однопотенциальных пушек. На рис.4 показана характерная зависимость питч-фактора q от отношения ускоряющего напряжения к энергии покоя электрона (в эВ) при различных отношениях анодного напряжения к напряжению резонатора.

Р и с.5. Поправочный коэффициент $\delta = v_{\perp}^2 / v_{\perp \text{нереЛ.}}^2$ как функция ускоряющего напряжения



На рис.5 дана зависимость поправочного коэффициента $\delta = v_{\perp}^2 / v_{\perp \text{нереЛ.}}^2$ от ускоряющего напряжения для типичных однопотенциальных МИП с регулярным пересечением траекторий. Кривую на рис.5 можно использовать для внесения релятивистских поправок в адиабатическую теорию МИП (формулы (16)–(19)).

Л и т е р а т у р а

1. Гапонов А.В., Гольденберг А.Л., Григорьев Д.П., Орлова И.М., Панкратова Т.Б., Петелин М.И. Индуцированное синхротронное излучение электронов в полых резонаторах. – Письма в ЖЭТФ, 1965, т.2, №9, с.430.
2. Kino G.S., Taylor N.J. The design and performance of a magnetron-injection gun. – IRE, Trans., 1962, ED-9, N1, p.1.
3. Морозов А.И., Соловьев Л.С. Вопросы теории плазмы. Вып.2. М.: Госатомиздат, 1963, с.177.
4. Гольденберг А.Л., Петелин М.И. Формирование винтовых электронных пучков в адиабатической пушке. – Изв.вузов. Радиофизика, 1973, т.16, №1, с.141.
5. Гольденберг А.Л., Панкратова Т.Б. Адиабатическая теория электронных пушек МЦР. – Электронная техника. Сер.1. Электроника СВЧ, 1971, №9, с.81.

6. Цимринг Ш.Е. О разбросе скоростей в винтовых электронных пучках. - Изв. вузов. Радиофизика, 1972, т.15, №8, с.1247.
7. Цимринг Ш.Е. Формирование винтовых электронных пучков. - В кн.: Лекции по электронике СВЧ, т.4. Саратов: СГУ, 1974, с.3.
8. Авдошин Е.Г., Николаев Л.В., Платовов И.Н., Цимринг Ш.Е. Экспериментальное исследование скоростного разброса в винтовых электронных пучках. - Изв. вузов. Радиофизика, 1973, т.16, №4, с.605.
9. Авдошин Е.Г., Мельников А.В., Цимринг Ш.Е. Влияние нарушений аксиальной симметрии в системах формирования винтовых электронных пучков на разброс скоростей электронов. - Электронная техника. Сер.1. Электроника СВЧ, 1975, №8, с.68.
10. Авдошин Е.Г., Гольденберг А.Л. Экспериментальное исследование адиабатических электронных пушек МЦР. - Изв. вузов. Радиофизика, 1973, т.16, №10, с.1605.
11. Молоковский С.И., Сушков А.Д. Интенсивные электронные и ионные пучки. Л.: Энергия, 1972.
12. Вашковский А.В., Овчаров В.Т. К нахождению распределения потенциала в области, ограниченной электродами заданной формы с заданными потенциалами. - Электронная техника. Сер.1. Электроника СВЧ, 1971, №9, с.34.
13. Ильин В.П. Численные методы решения задач электрооптики. Новосибирск: Наука, 1974.
14. Лыгин В.К., Цимринг Ш.Е. Расчет электронных траекторий в винтовых пучках, формируемых аксиально-симметричными магнетронно-инжекторными пушками. - ЖТФ, 1973, т.43, №8, с.1695.
15. Мануилов В.Н., Цимринг Ш.Е. Об учете сил пространственного заряда при траекторном анализе протяженных электронных пучков. - Изв. вузов. Радиофизика, 1981, т.24, №4, с.491.
16. Лыгин В.К., Цимринг Ш.Е. Траекторный анализ протяженных винтовых электронных пучков с учетом сил пространственного заряда. - Изв. вузов. Радиофизика, 1978, т.21, №9, с.1363.
17. Мануилов В.Н., Цимринг Ш.Е. К теории формирования сильноточных винтовых электронных пучков. - ЖТФ, 1981, т.51, №12, с.2483.