

## ТЕОРИЯ ФОРМИРОВАНИЯ СИЛЬНОТОЧНЫХ ВИНТОВЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

В.Н.Макуилов, Ш.Е.Цимринг

1. Как показано в статье [1] настоящего сборника, увеличение скоростного разброса под действием сил пространственного заряда в аксиально-симметричных винтовых электронных пучках (ВЭП) является результатом регулярного пересечения электронных траекторий, а также экранировки объемным зарядом электростатического поля у катода. В традиционных пушках МЦР основную роль играет первый фактор. Его можно существенно ослабить, по крайней мере двумя способами [2]:

перемешиванием фаз траекторий;

формированием пучка с непересекающимися траекториями в области пушки.

Ниже рассмотрены системы формирования обоих типов потоков. Показана возможность значительного снижения скоростного разброса, связанного с действием поля объемного заряда.

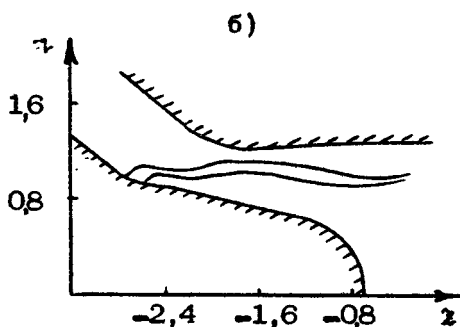
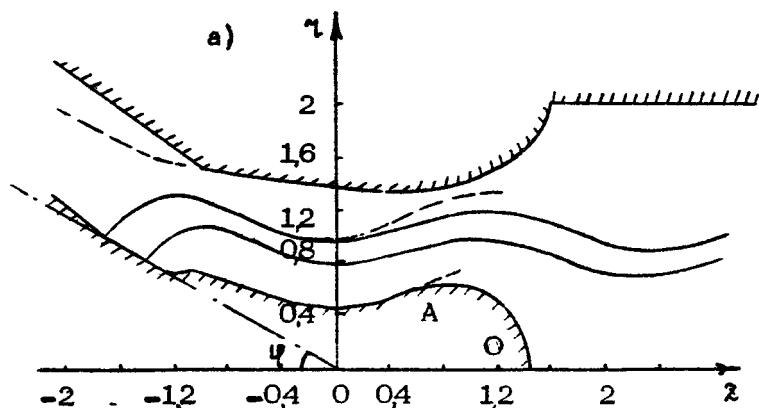
2. Пусть электроны пучка движутся по непересекающимся спиралевидным траекториям, вложенным друг в друга. Моделью такого потока может служить плотно заполняющая его область система непересекающихся заряженных гофрированных поверхностей, содержащих однопараметрическое семейство траекторий. Каждое такое семейство образовано синфазными траекториями, ведущие центры которых распределены по окружности в плоскости поперечного сечения аксиально-симметричного пучка.

Подобный пучок не может, однако, существовать на большом протяжении: неизбежный разброс продольных скоростей приведет рано или поздно к пересечению траекторий. Оценки показывают, что при обычных величинах скоростного разброса [1] ламинарность может сохраняться на нескольких (3-5) первых витках. Такие пучки ниже будут называться квазиламинарными.

Однопоточное описание ламинарного потока позволяет применить для определения геометрии электродов пушки метод синтеза [3]. В работе [4] описана методика синтеза плоских вариантов МИП с использованием модифицированного на случай температурного ограничения эмиссии потока Кайно-Тэйлора. Однако для синтезируемых пушек плоская модель часто не применима, так как величина радиуса катода, требуемая для их эффективной работы, оказывается одного порядка с расстоянием анод - катод.

Обобщением этого потока на аксиально-симметричные системы является поток Драйдена [5], также модифицированный на случай температурного ограничения эмиссии [6]. Это поток электронов, выходящих из полубесконечного конического катода (штрих-пунктир на рис.1а) и движущихся в однородном магнитном поле. Свойство радиального подобия [5] позволяет описать поток системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= v_r; \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{v_\theta}{r}; \quad \frac{dz}{dt} = v_z; \quad \frac{dv_r}{dt} = \frac{v_\theta^2}{r} - \mu \mathcal{E}_r - v_\theta; \\ \frac{dv_\theta}{dt} &= -\frac{v_r v_\theta}{r} + v_r; \quad \frac{dv_z}{dt} = -\mu \mathcal{E}_z; \quad \frac{d\mathcal{E}_r}{dt} = \left\{ \left[ \mathcal{E}_r v_r \left( 1 - \frac{z^2}{r^2} \right) + \right. \right. \\ &+ \left. \mathcal{E}_z v_z \right] r - \left( \mathcal{E}_z v_r - 2\mathcal{E}_r v_z \right) z + \gamma \frac{z}{r \sin \varphi} \left. \right\} \frac{1}{r^2 + z^2}; \\ \frac{d\mathcal{E}_z}{dt} &= \left[ \left( 2\mathcal{E}_r v_r + \mathcal{E}_z v_z \right) z + \left( \mathcal{E}_z v_r - 2\mathcal{E}_r v_z \right) r - \frac{\gamma}{\sin \varphi} \right] \frac{1}{r^2 + z^2}; \\ \frac{dV}{dt} &= -2\mu (\mathcal{E}_r v_r + \mathcal{E}_z v_z), \end{aligned} \quad (1)$$



Р и с.1. Оптимизированная форма электродов и электронные траектории в пушке, спроектированной на основе метода синтеза ( $\gamma=0,3$ ). Пунктир - метод синтеза: а -  $\mu=0,1$ ;  $\psi=-30^\circ$ , б -  $\mu=0,03$ ;  $\psi=-20^\circ$

где  $r, z, \theta$  - цилиндрические координаты;  $U_r, U_z, U_\theta$  - соответствующие им компоненты скорости;  $V, E_r, E_z$  - значения потенциала и составляющие электрического поля на траектории;  $t$  - время. Уравнения (1) записаны в следующих безразмерных переменных:

$$\begin{aligned} t &= t' \eta' B'_k; \quad \bar{E} = E'/E'_k; \quad \bar{U} = U'/\eta' B'_k R'_k; \\ r &= r'/R'_k; \quad z = z'/R'_k; \quad V = 2U'/\eta' B'^2_k R'^2_k. \end{aligned} \quad (2)$$

$E'_k$  и  $B'_k$  - электрическое и магнитное поля на катоде,  $R'_k$  - радиус катода,  $\eta'$  - удельный заряд электрона. Все штрихованные величины размерны. Ниже, там, где это не вызовет недоразумений, штрихи будут опускаться.

Начальные условия ( $t=0$ ) для уравнений (1) при использовании безразмерных переменных (2) имеют вид

$$\begin{aligned} \gamma = 1; \quad x = -\operatorname{ctg} \varphi; \quad \theta = 0; \quad v_x = v_z = v_\theta = 0; \\ E_x = -\cos \varphi; \quad E_z = -\sin \varphi; \quad V = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Решения системы (1) зависят от трех безразмерных параметров — угла  $\varphi$  наклона образующей катода к оси  $z$ , параметра пространственного заряда

$$\gamma = \frac{j_k}{\varepsilon_0 \eta E_k B_k},$$

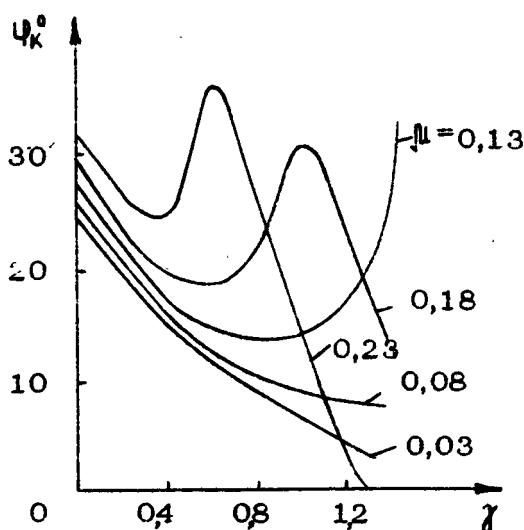
( $j_k$  — плотность эмиссионного тока) и параметра цилиндричности

$$\mu = \frac{E_k}{\eta B_k^2 R_k}.$$

Ламинарность потока имеет место лишь при  $\varphi > \varphi_k(\gamma, \mu)$ , где  $\varphi_k(\gamma, \mu)$  — критический угол. На рис. 2 приведены вычисленные в работе [6] зависимости  $\varphi_k$  от параметра пространственного заряда при различных  $\mu$ .

Анализ решений внутренней задачи синтеза показывает [6], что в "обычных" системах, в отличие от обращенных (вопросы синтеза которых рассмотрены в статье [7]), при достаточно больших  $\mu$  ( $\mu \gg 0,05$ ) потенциал на траектории имеет максимум. Эта особенность позволяет непосредственно в ходе синтеза получать анодные эквипотенциали, не перехватывающие электронный пучок. На рис. 1 приведены траектории для двух вариантов пучков. В первом случае потенциал на траектории имеет максимум.

Внешняя задача синтеза сводится к решению уравнения Лапласа с граничными условиями Коши на крайних траекториях пучка. Аксиальная симметрия системы позволяет применить для ее решения метод Харкера [8], согласно которому задача Коши с помощью соответствующего конформного преобразования и аналитического продолжения сводится к системе эквивалентных гиперболических уравнений в частных производных. Граничные условия, необходимые для решения этой системы, как показано в работе [6], проще всего находить путем аналитического продолжения уравнений внутренней задачи в комплексную область (плоскость).



Р и с. 2. Зависимость критического угла от параметра пространственного заряда

Указанная процедура позволяет рассчитать электронные траектории, форму электродов (см., например, рис.1) и основные безразмерные параметры пучка в области пушки. Конкретные (размерные) параметры, описывающие геометрию электродов, электрические режимы, а также характер продольного распределения магнитного поля должны быть определены, исходя из заданных параметров пучка в рабочем пространстве.

В МЦР между областью пушки и резонатором расположена переходная область с плавно нарастающим магнитным полем. Поэтому задача согласования параметров пушки с заданными параметрами пучка в рабочем пространстве может быть решена на основе дрейфовой теории движения заряженных частиц [9]. Совместное использование последней и метода синтеза позволяет получить следующие формулы, связывающие параметры пушки с заданными параметрами электронного пучка в резонаторе, аналогичные формулам (16) - (19) статьи [1]:

$$J = 1,04 \frac{j t_p t_d t_E t_{\perp}^{1/2} U_0^{1/2} E_K R_0}{t_R v_{\perp c}} ; \quad (4)$$

$$j_K = 10,2 \frac{j t_E^{5/3} v_{\perp c}^{2/3} E_K^{5/3} B_0^{1/3}}{\mu^{2/3} t_{\perp}^{1/3} U_0^{1/3}} ; \quad (5)$$

$$U_0 = 0,66 \frac{V_a t_E^{2/3} t_{\perp}^{2/3} U_0^{2/3} E_K^{2/3}}{\mu^{2/3} v_{\perp c}^{4/3} B_0^{2/3}} ; \quad (6)$$

$$\alpha = 1,52 \frac{\mu^{2/3} t_{\perp}^{1/3} U_0^{1/3} B_0^{2/3}}{v_{\perp c}^{2/3} t_E^{2/3} E_K^{2/3}} ; \quad (7)$$

$$R_K = 1,31 \frac{\mu^{1/3} t_{\perp}^{2/3} U_0^{2/3}}{v_{\perp c}^{4/3} t_E^{1/3} E_K^{1/3} B_0^{2/3}} ; \quad (8)$$

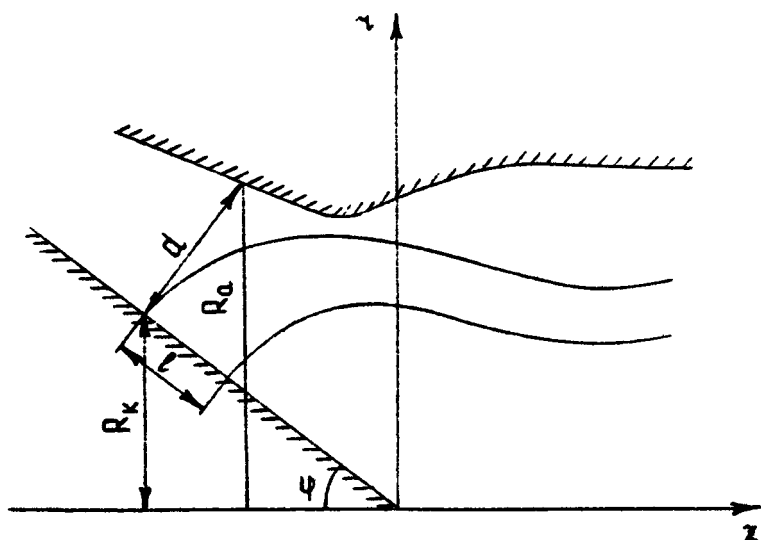
$$d = t_d R_K ; \quad R_a = R_K + d \cos \varphi = R_K (1 + t_d \cos \varphi) ; \quad l = t_l d ; \quad (9)$$

$$t_E = 2 \mu / V_a k_E ; \quad k_E = \cos \varphi / l n (1 + t_d \cos \varphi) \quad (10)$$

$$v_{\perp c} / t_R = 1,07 \sqrt{U_0 t_{\perp}} / B_0 R_0 . \quad (11)$$

Здесь  $U_a, U_0$  - анодное и резонаторное напряжения, кВ;  $J$  - ток пучка, А;  $j_K$  - плотность тока на катоде, А/см<sup>2</sup>;  $R_0$  - средний радиус ведущих центров в резонаторе, мм;  $B_K, B_0$  - магнитная индукция соответственно в пушке и в резонаторе, кГс (в области пушки магнитное поле предполагается однородным);  $\alpha = B_0 / B_K$ ;  $t_{\perp}$  - отношение осцилляторной энергии электронов в рабочем пространстве к их полной энергии;  $V_a$  - безразмерный анодный потенциал;  $v_{\perp c}$  - безразмерная осцилляторная скорость в выходной плоскости синтезируемой области пушки;  $t_R$  - отношение среднего радиуса ведущих центров в указанной области к радиусу катода, которое близко к 1.

Величина  $v_{1c}$  находится из поперечного адиабатического инварианта потока Драйдена. Соответствующий расчет дан в статье [10]. Величины  $v_{1c}$ ,  $V_d$  и  $t_d$  вычисляются непосредственно в процессе решения внутренней и внешней задач синтеза. Обычно  $v_{1c}$  близка к  $\mu$ . В формулах (4) - (11)  $E_k$  кВ/мм - электрическое поле на катоде пушки при исчезающе малом токе пучка. Эта величина обычно выбирается близкой к пробивному полю промежутка катод - анод, если плотность тока, вычисляемая по формуле (5), не превысит максимума, допустимого для выбранного типа эмиттера. Остальные обозначения ясны из рис.3.



Р и с. 3. Модель синтезированной МИП

Согласно (4) - (10) основные параметры пушки, характеризующие ее геометрию и электрический режим, определяются через непосредственно задаваемые величины ( $U_0, B_0, t_1, E_k, t_r, \mu, \gamma, \psi$ ) и значения  $V_d, k_E, t_d, t_d, v_{1c}$ , которые получаются из решения внутренней и внешней задач синтеза (см. также формулы (9), (10), являющиеся определениями соответствующих величин).

В целом процедура расчета МИП на основе метода синтеза выглядит следующим образом. Сначала находится пред-

варительная величина  $\mu$  по формуле

$$\mu = 1,07 \frac{(U_0 t_1)^{1/2}}{B_0 R_0},$$

которая следует из (11) при  $v_{1c} = \mu$  и  $t_R = 1$ , что, как уже отмечалось, приближенно имеет место. Значение  $\gamma$  выбирается в диапазоне  $0 < \gamma < \gamma_{пр} = 0,4 + 0,6$ . В пределах указанного интервала увеличение  $\gamma$  сопровождается повышением плотности тока и анодного напряжения  $U_a$ , которые ограничены соответственно эмиссионной способностью катода и потенциалом резонатора. При превышении одной из этих величин необходимо снизить  $E_k$  или  $\gamma$ . Угол  $\varphi$  при выбранных  $\mu$  и  $\gamma$  устанавливается несколько большим порогового значения  $\varphi_k$ , которое находится по графику рис.2. Затем решается задача синтеза и проверяется условие (11). Если это условие выполняется, то можно использовать (4) - (10) и соответствующие эквипотенциали для проектирования пушки. В противном случае следует изменить один или несколько параметров  $\gamma$ ,  $\mu$ ,  $\varphi$ ,  $E_k$  и повторить предыдущие этапы. Указанная коррекция, естественно, также необходима, если полученные величины тока, анодного напряжения и другие выходят за допустимые рамки.

Наконец, для упрощения технологии изготовления электродов пушки может оказаться полезной аппроксимация формы электродов коническими и сферическими поверхностями.

3. Траекторный анализ синтезированных систем формирования ВЭП позволяет установить адекватность принятой модели и внести окончательные уточнения геометрии. В частности, при синтезе остаются неизвестными радиус и положение центра сферической части катода ОА (рис.1а) и они выбираются в значительной мере произвольно. Численный расчет электронных траекторий в системах с большим  $\mu$  ( $\mu \gtrsim 0,05$ ) показал, что при этом позиционный скоростной разброс в холодной системе достигает 30-40%. Изменение, по сравнению с значением, следующим из работ [6, 10], претерпевает также и величина средней осцилляторной скорости. Позиционный скоростной разброс оказывается достаточно малым, когда сферическая часть катода располагается при  $\chi$ , соответствующих углу пролета  $\chi \approx (2-2,5)^\circ$ . В



системах с малыми  $\mu$  ( $\mu < 0,05$ ) указанные эффекты незначительны.

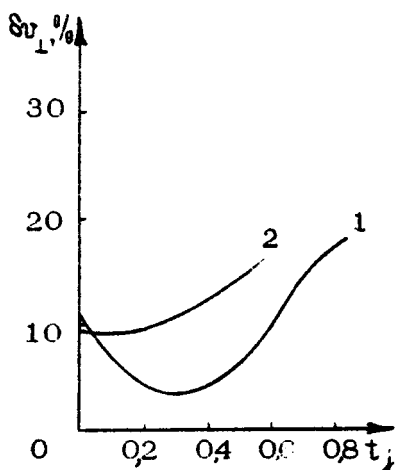
Отсутствие экстремума потенциала в пушках с малым значением параметра цилиндричности приводит к необходимости существенной коррекции формы анода для исключения токопехвата. Коррекция должна проводиться таким образом, чтобы обеспечить слабое изменение электрического поля в окрестности эмиттера по сравнению с распределением, получающимся в результате синтеза.

На рис.1 показана геометрия электродов, полученных методом синтеза, скорректированная форма электродов и электронные траектории по данным траекторного анализа. Как видно, электронные траектории, рассчитанные обоими методами (синтеза и анализа), достаточно близки. Средние осцилляторные скорости, получаемые в результате совместного использования метода синтеза и дрейфовой теории, а также из траекторного анализа, в пушках с малыми  $\mu$  отличаются не более чем на 3-5%. С увеличением  $\mu$  отличие возрастает и для  $\mu = 0,1$  может достигать 15-20%, что связано с отмеченным выше влиянием электростатического поля в окрестности сферической части катода.

На рис. 4 приведены графики зависимости скоростного разброса от параметра  $t_j$ . Как видно, в МИП, спроектированных на основе метода синтеза, скоростной разброс не превышает 20% при токе порядка половины ленгмюровского тока. Из соотношения (16) в [1] и формулы (4) можно получить следующую формулу для сравнения токов:

$$\frac{j^{(c)}}{j^{(r)}} \approx 1,1 \frac{t_d \gamma t_E t_h^{1/2}}{t_j \mu t_R},$$

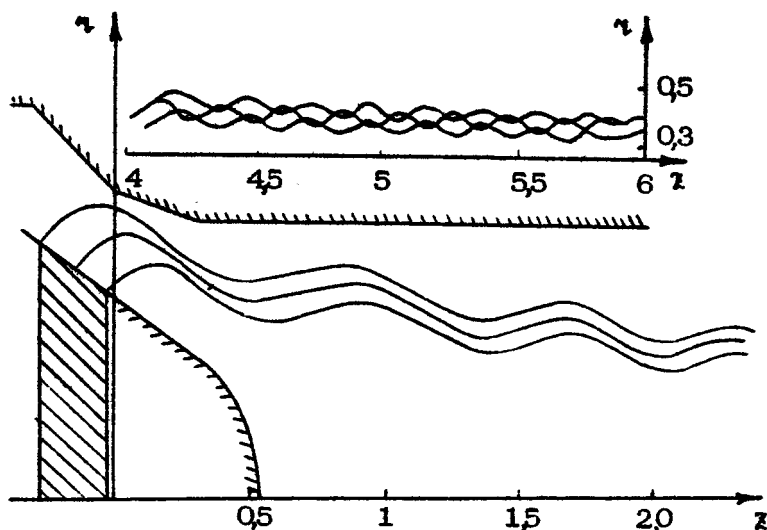
где  $t_h$  — относительная высота подъема электронов в пушке [1]. Сравнение конкретных величин тока пучка показывает, что при одинаковой величине скоростного разброса ток  $j^{(c)}$  в рассматриваемых системах в 3-4 раза превышает ток  $j^{(r)}$  для традиционных пушек МЦР. Столь значительный выигрыш связан не только с возможностью повышения плотности тока в синтезированных МИП, но также и увеличением радиуса катода и ширины эмиттирующего пояса.



Р и с.4. Зависимость разброса осцилляторных скоростей от тока пучка в синтезированных МИП: 1 - пушка рис.1,а; 2 - пушка рис.1,б

4. При проектировании пушек с квазиламинарными пучками, рассчитанных на небольшие токи ( $t_j \approx 0,1$ , т.е.  $j$  близко к нулю), может быть использована упрощенная методика определения конфигурации электродов. Некорректность задачи Коши для уравнения Лапласа приводит к тому, что сравнительно большие изменения формы электродов слабо влияют на распределение потенциалов в области пучка, а следовательно, и на электронные траектории. Поэтому для интересующих нас систем катоду можно придать форму конической поверхности, сопряженной со сферическим сегментом и наклоненной к магнитной силовой линии под углом  $\varphi > 25^\circ$  (рис. 2,5). Форма и положение анода пушки, обеспечивающей заданные средние параметры пучка и малый позиционный скоростной разброс, определяется [11] на основе совместного использования адиабатической теории пушек МЦР и результатов численного анализа.

Расчет электронных траекторий с учетом сил пространственного заряда в области пушки показывает, что разброс осцилляторных скоростей  $\delta v_1$  в найденных таким образом системах практически не зависит от тока пучка  $j$ , по крайней мере до  $t_j = 0,2$  [12], и может быть сделан достаточно малым [11].



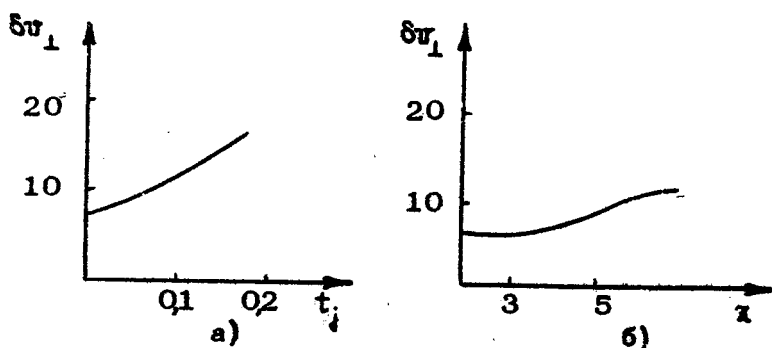
Р и с. 5. Форма электродов и электронные траектории МИП, формирующей квазиламинарный винтовой электронный пучок

5. Наличие позиционного скоростного разброса (как, впрочем, и других составляющих [1]) неизбежно приводит на определенном удалении от катода к трансформации ламинарного пучка в пучок с упорядоченными (на некоторой длине) пересечениями электронных траекторий. При этом начинает действовать описанный ранее механизм [1], приводящий к дальнейшему возрастанию скоростного разброса под действием поля объемного заряда. Ниже приведены результаты траекторного анализа, которые показывают, что, хотя указанные эффекты и имеют место, величина возникающего дополнительного скоростного разброса невелика.

На рис.5 показана МИП, формирующая ламинарный пучок. По данным траекторного анализа для области пушки скоростной разброс составляет 6% при  $t_j = 0$  и 7% при  $t_j = 0,1$ .

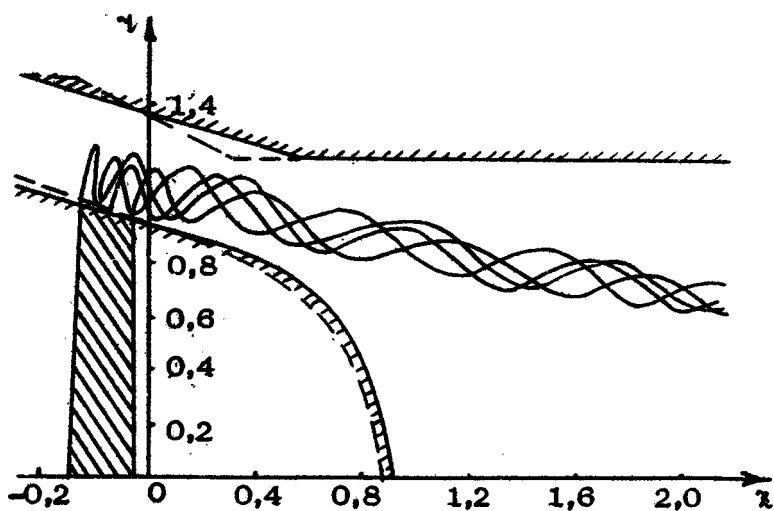
Расчет электронных траекторий вплоть до рабочего пространства [12] свидетельствует о наличии указанной выше

трансформации пучка. На рис. 6,а показана зависимость  $\delta v_1(t_j)$  в плоскости  $\chi = \chi$ . Скоростной разброс при  $t_j = 0,1$  в образующейся области регулярного пересечения траекторий возрастает с 7 до 11% (рис. 6,б). Затем пересечения траекторий становятся беспорядочными и возрастание скоростного разброса прекращается. Таким образом, в квазиламинарных пучках увеличение  $\delta v_1$  выражено значительно слабее, чем в традиционных системах, что позволяет значительно увеличить рабочий ток пучка.

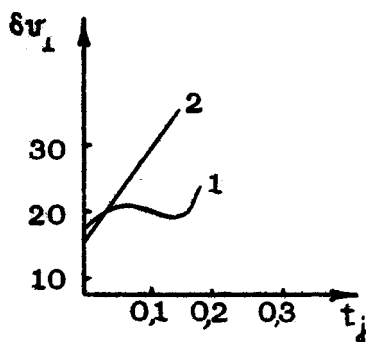


Р и с. 6. Зависимость скоростного разброса в системе рис.7 от тока (а) и длины системы (б)

6. Формирование ВЭП с перемешанными электронными траекториями возможно с помощью МИП типа рис.7, в которых угол  $\varphi$  наклона магнитного поля к поверхности катода выбран настолько малым, что ширина эмиттирующего пятна при сохранении адиабатичности полей превышает величину первого шага электронной траектории. Достоинством системы является малая величина разброса ведущих центров электронных орбит в резонаторе. Рис.8 иллюстрирует слабую зависимость скоростного разброса от тока пучка. При уменьшении вдвое ширины эмиттера с сохранением плотности тока пучка или увеличении угла наклона катода (соответствующая форма электродов показана на рис.7 пунктиром) в прикатодной области восстанавливается участок регулярного пересечения электронных траекторий. Это сразу же приводит к резкому



Р и с. 7. МИП с перемешанным электронным пучком. Пунктир — форма электродов пушки с увеличенным углом катода



Р и с. 8. Зависимость скоростного разброса от тока пучка в исходной МИП (1) и в МИП с увеличенным углом катода (2).

нарастанию скоростного разброса (кривая 2 на рис.8).

Следует учитывать, однако, что в системах типа рис.7 уменьшается скорость ухода электронов из области инжектора. Последнее обстоятельство увеличивает степень экранировки электростатического поля на катоде объемным зарядом пучка. Помимо этого, как показывает численный анализ, при превышении некоторого порогового значения тока  $I_j$  (для системы рис.7  $I_j$  соответствует  $t_j = 0,2$ ) электроны, стартующие с левого края эмиттера, меняют направление дрейфовой скорости, попадая в конечном счете на анод. С увеличением ширины эмиттера  $I_j$  несколько возрастает.

Тем не менее применение таких систем позволяет при  $t_j \approx 0,1-0,15$  получать приемлемые величины скоростного разброса с широкими эмиттерами. Следует также отметить, что нерегулярный характер пересечения электронных траекторий в системах типа рис.7 сохраняется на всей длине транспортировки пучка. Последнее исключает отмеченное в п.4 нарастание скоростного разброса в переходной области.

## Л и т е р а т у р а

1. Гольденберг А.Л., Лыгин В.К., Мануилов В.Н., Петелин М.И., Цимринг Ш.Е. Адиабатическая теория и траекторный анализ пушек гиротронов. (В наст. сборнике, с. 86).
2. Мануилов В.Н., Цимринг Ш.Е. Траекторный анализ винтовых электронных пучков с учетом сил пространственного заряда. -Электронная техника. Сер.1. Электроника СВЧ, 1977, вып.4, с.67.
3. Кирштейн П.Т., Кайно Г.С., Уотерс У.Е. Формирование электронных пучков. М:Мир, 1970.
4. Цимринг Ш.Е. Синтез систем формирования винтовых электронных пучков.-Изв.вузов. Радиофизика, 1977, т.20, №10, с.1550.
5. Dryden V.W. Exact Solutions for Space-Charge Flow in Spherical Coordinates with Application to Magnetron Injection Guns. - J. Appl. Phys., 1962, v.33, N10, p.318.
6. Мануилов В.Н., Цимринг Ш.Е. Синтез аксиально-симметричных систем формирования винтовых электронных пучков. Радиотехника и электроника, 1978, т.23, №7, с.1486.

7. Мануилов В.Н. Синтез обращенных систем формирования винтовых электронных пучков. - Радиотехника и электроника, 1981, т.26, №11, с.2365-2369.
8. Harker K.J. Determination of Electrode Shapes for Axially Symmetric Electron Guns. - J. Appl. Phys., 1960, v.31, N10, p.165.
9. Морозов А.И., Соловьев Л.И. Движение заряженных частиц в электромагнитных полях. - В кн.: Вопросы теории плазмы, вып.2. М.: Госатомиздат, 1963, с.103.
10. Мануилов В.Н., Цимринг Ш.Е. О применимости дрейфовой теории для анализа интенсивных электронных пучков в скрещенных полях. - Тез. докл. У1 Всесоюзного семинара по численным методам решения задач электронной оптики. Рязань, 1978, с.68.
11. Лыгин В.К. Расчет адиабатических пушек МПР, формирующих квазиламинарные пучки электронов с малым разбросом осцилляторных скоростей. - Электронная техника, Сер.1. Электроника СВЧ, 1980, вып.1, с.62.
12. Лыгин В.К., Цимринг Ш.Е. Траекторный анализ протяженных винтовых электронных пучков с учетом сил пространственного заряда. - Изв.вузов. Радиофизика, 1978, т.21, №9, с.1363.
13. Мануилов В.Н., Цимринг Ш.Е. Об учете сил объемного заряда при траекторном анализе протяженных электронных пучков. - Изв.вузов. Радиофизика, 1981, т.24, №4, с.491.