# УДК 621.396.96

Королев Алексей Михайлович

АО «Федеральный научно-производственный центр «Нижегородский Научно-Исследовательский Институт Радиотехники» г. Нижний Новгород;

E-mail: korolev.alm10@gmail.com

# ОЦЕНКА когерентности дискретно-квантованных радиосигналов

## В работе проведен анализ степени когерентности дискретно-квантованных радиосигналов. Рассмотрены основные факторы, влияющие на степень когерентности. Приведены зависимости когерентности сигнала от параметров дискретизации и квантования: отношения сигнал-шум, отношения частоты сигнала к частоте дискретизации, отношения амплитуды сигнала к кванту амплитуды преобразователя. Показана связь между интервалом корреляции, длиной выборки и зависимостью энтропии в области малых значений входных частот.

## Ключевые слова: когерентность, энтропия, аналого-цифровое преобразование, выборочная корреляционная матрица, шум квантования.

## Введение

Задача оценки когерентности сигналов возникает в многих радиофизических приложениях: многоканального приема отраженного от цели сигнала, при исследовании влияния различных типов помех на радиотехническую систему, при исследовании собственных помех и шумов различных систем и др. [1-3]. При этом, в радиотехнических системах с внутренней когерентностью используется знание закономерности фазовой структуры излучаемого и отражённого сигналов. К примерам систем с внутренней когерентностью можно отнести радиолокационные станции, радиодальномеры, радиопеленгаторы, системы радионавигации.

Известны различные частные показатели когерентности, в том числе радиолокационных сигналов. В качестве количественной меры степени когерентности сигналов в работе [4] было предложено использовать значение оценки энтропии распределения сигнала по собственным подпространствам его выборочной корреляционной матрицы [5-7]. В работах [8, 9] было проведено исследование степени когерентности радиосигналов с флуктуациями параметров (амплитуды, частоты, фазы), а также помех различного происхождения (активных шумовых, импульсных, пассивных).

В настоящее время активно развивается направление радиоэлектронной борьбы с применением имитационных (сигналоподобных, структурных, интеллектуальных) помех [10-12]. В работе [13] был предложен и исследован метод селекции имитирующих сигналоподобных радиопомех, основанный на оценке когерентных свойств радиолокационных сигналов. Показано, что на когерентность излучаемого и принимаемого сигнала в системах с внутренней когерентностью влияет ряд факторов: различия амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик фильтров тракта передачи и приема, флуктуации отражающей поверхности объекта, стабильность синтезаторов частот, тактовых генераторов и гетеродинов, уровень нелинейных искажений на активных элементах приемно-передающего тракта и др.

При этом, очевидно, что аналого-цифровые преобразователи (АЦП), которые являются неотъемлемой частью современных цифровых радиолокационных систем, также будут влиять на степень когерентности сигналов.

Таким образом, представляет интерес как теоретический, так и практический задача исследования влияния на степень когерентности радиосигналов различных параметров АЦП: разрядность, значение младшего значащего разряда, максимальный уровень входного сигнала, частота дискретизации.

**Оценка степени когерентности радиолокационных сигналов в виде энтропии распределения сигнала по собственным подпространствам его корреляционной матрицы.**

Пусть на вход АЦП радиолокационной системы поступает сигнал в виде аддитивной смеси детерминированного сигнала и гауссового белого шума. Модель АЦП учитывает разрядность преобразователя и размер шага квантования, считая его собственный шум нулевым, а характеристику преобразования линейной. Амплитуда дискретизированного по времени сигнала после АЦП будет иметь следующий вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | . | (1) |

Вектор амплитуды детерминированного и дискретизированного сигнала имеет вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | , | (2) |

где *a*–фиксированный амплитудный множитель, *L*–длительность сигнала;   
*ω*–частота сигнала; *Td=2π/ωd*–период дискретизации, где–частота дискретизации;   
знак «∗»– эрмитово сопряжение.

***Z***–вектор гауссового белого шума с среднеквадратическим отклонением *𝜎* и   
распределением плотности вероятности, –случайная величина. –корреляционная матрица гауссового шума, задаваемого вектором ***Z***,   
***I***–единичная матрица.

Каждое значение вектора амплитуды сигнала квантовалось в соответствии с выбранной разрядностью АЦП и соответствующей ему линейной передаточной характеристикой:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | , | (3) |

где *m=0,1…L*, –m-ый элемент вектора амплитуды дискретно-квантованного сигнала; –m-ый элемент вектора амплитуды дискретизованного сигнала; –амплитуда младшего значащего разряда, где as–размах входного напряжения АЦП, *M*–разрядность преобразующего устройства,   
«»–знак взятия целой части числа.

Слагаемое *–as(1+i)/2* вводится для переноса входного сигнала из области значений ±*a* в область амплитуд квантования от 0 до *as*, а множитель *(1+i)* позволяет квантовать действительную, и мнимую части аналитического сигнала. Слагаемое *–as(1+i)/2* переносит сигнал в область значений ±*a*.

Полученный методом численного моделирования сигнал ***Y*** в свою очередь делится на выборки *Yn* длительностью *N*, количество таких выборок *L/N*.

Выборочная корреляционная матрица *R* имеет вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | . | (4) |

Для корреляционной матрицы находятся собственные числа. Нормированные собственные числа имеют вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | . | (5) |

Энтропия вычисляется на основе нормированных собственных чисел выборочной корреляционной матрицы *R*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | . | (6) |

Для сравнения полученных в ходе численного моделирования результатов с известной теоретической оценкой энтропии использовались данные из работы [14].

**Анализ результатов моделирования**

Целью моделирования было исследование зависимости энтропии дискретно-квантованного сигнала от частоты входного сигнала и отношения сигнал шум, сравнение результатов с результатами, получаемыми для непрерывных сигналов.

В ходе работы использовались следующие параметры, описывающие дискретно-квантованный сигнал:

* Отношение сигнал шум– *q=a/σ*;
* Отношение амплитуды сигнала к кванту амплитуды АЦП–*d= a/aadc*;
* Отношение частоты сигнала к частоте дискретизации– *w=ω/ωd*;
* Параметр *N\_mean*, который показывает количество усреднений рассчитанного значения энтропии, усреднение выполнялось с целью уменьшения разброса значений энтропии для одного набора параметров.

Анализ результатов моделирования разделен на несколько этапов. В первую очередь было выбрано представление рассчитанного значения энтропии в виде разности энтропии рассчитанного значения (6) и оценки энтропии по отношению к натуральному логарифму *N*, полученная величина была выражена в процентах:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | , | (7) |

где .

Представление в виде разности энтропий (7) количественно демонстрирует отличие энтропии дискретно-квантованного сигнала и энтропии непрерывного сигнала, а также позволяет исследовать характер изменения отличий, что может быть проблематично, исследуя абсолютные значения энтропии. Значениям больше нуля соответствуют значения энтропии дискретно-квантованного сигнала больше, чем теоретическая оценка энтропии.

|  |
| --- |
| C:\Users\User\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\Рис.1.jpg |
| Рис. 1 |

Следующим шагом была проанализирована зависимость разности энтропий от отношения частоты сигнала к частоте дискретизации для различных значений отношения амплитуды сигнала к кванту амплитуды сигнала при различных значениях отношения сигнал шум. Изучалась модель 12-ти разрядного АЦП, длительность выборки *N*=10, длительность сигнала *L*=1000*N*, количество усреднений *N\_mean*=200.

На рис.1 (а) и (б) представлены зависимости разности энтропий от отношения частоты сигнала к частоте дискретизации при отношении сигнал шум *q*=1 (а) и *q*=5 (б), отношение амплитуды сигнала к кванту амплитуды АЦП *d*=5 (красный), *d*=25 (синий) и *d*=125 (зеленый).

Возрастание разности энтропий в случае *d*=5 наблюдается на участке до отношения частот 0,1. При больших значениях отношения частот зависимость не наблюдается. Существует набор значений отношений частот, при которых разность энтропий резко уменьшается. Диапазон изменения разностей энтропий колеблется от 0,5% до 1,7% для случая на рис.1 (а) и до 4% для случая на рис.1 (б).

Зависимость разности энтропий от отношения частот в случае *d*=25 и *d*=125 не наблюдается. При *d*=25 наблюдаются пиковые изменения разности энтропий, а диапазон изменения разностей энтропий меньше 0,5% для случая на рис.1 (а) и меньше 0,3% для случая на рис.1 (б). При *d*=125 явно выраженные пики отсутствуют.

|  |
| --- |
| C:\Users\User\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\Рис.2.jpg |
| Рис. 2 |

Рассмотрим отдельный пик в большем разрешении. Разность энтропий в пределах пика для отношения частот *ω/ωd*=0,1 (рис. 2). Отношения сигнал шум *q*=1, отношение амплитуды сигнала к кванту амплитуды АЦП *d*=5.

Ширина пика по половине глубины составляет 5∙10-5 отн.ед. Разность энтропий резко уменьшается до -1,5 %.

Рассмотрим пиковые значения на графике разности энтропий с точки зрения других параметров, описывающих связь сигналов между собой: корреляционной функции и скалярного произведения сигналов. Построим зависимость корреляционной функции и скалярного произведения квантованного сигнала и непрерывного сигнала от отношения частоты сигнала к частоте дискретизации.

Корреляционная функция задается в следующем виде:

|  |
| --- |
| , (8) |

где *Yi*–i-ый элемент вектора амплитуды дискретно-квантованного сигнала, *Xi*–i-ый элемент вектора амплитуды непрерывного сигнала, *L*–длительность сигнала, знак «∗»– комплексное сопряжение, знак «—»–арифметическое среднее.

Скалярное произведение задается в следующем виде:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (9) |

С ростом значений корреляционной функции и скалярного произведения растет когерентность исследуемых сигналов.

На рис.3 представлены разность энтропий (красным), модуль значения корреляционной функции (синим, рис.3 (а)), модуль значения скалярного произведения (синим, рис.3 (б)) в зависимости от отношения частоты сигнала к частоте дискретизации при отношении сигнал шум *q*=1, отношение амплитуды сигнала к кванту амплитуды АЦП *d*=5.

Пикам разности энтропий на рис.3 (а) соответствуют пики увеличения модуля корреляционной функции, а пикам разности энтропий на рис.3 (б) соответствуют пики увеличения модуля скалярного произведения. Корреляционная функция и скалярное произведение показывают наличие большего   
количества пиков возрастания с меньшей амплитудой, а также пиков, в которых значение корреляционной функции уменьшается.

|  |
| --- |
| Рис |
| Рис. 3 |

Для анализа эффекта плавного возрастания разности энтропий в области малых значений отношения частот рассмотрим разность энтропий при различных длинах выборки сигнала *N*. На рис. 4 представлены разности энтропий в зависимости от отношения частоты сигнала к частоте дискретизации при отношении сигнал шум *q*=1, отношении амплитуды сигнала к кванту амплитуды АЦП *d*=5. Красным цветом показана разность энтропий при длине выборки *N*=10, синим–при *N*=100.

Графики отличаются количеством пиков. Кроме того, плавное возрастание разности энтропий прекращается около отношения частот *ω/ωd*=0,1 для *N*=10, а для *N*=100– *ω/ωd*=0,01.

Плавный спад разности энтропий указывает на увеличение когерентности. Вычислим значение интервала когерентности двух сигналов в области малых значений отношения частоты сигнала к частоте дискретизации. Интервал когерентностивозможно интерпретировать как длительность в отсчетах, на протяжении которых отсчеты сигнала считаются зависимыми. Зависимость отсчетов увеличивает когерентность сигнала и уменьшает энтропию. Интервал когерентности, нормированный на период дискретизации, задается в следующем виде:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (10) |

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\User\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\Рис.4.jpg | C:\Users\User\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\Рис.5.jpg |
| Рис. 4 | Рис. 5 |

где *Yi*–i-ый элемент вектора амплитуды дискретно-квантованного сигнала, знак «∗»– комплексное сопряжение, *T\_d*–период дискретизации, *N*–длительность выборки, используемой для вычисления выборочной корреляционной матрицы.

На рис. 5 представлен интервал когерентности сигнала, нормированный на период дискретизации, в зависимости от отношения частоты сигнала к частоте дискретизации для различных длин выборки. Красной линией показан интервал когерентности для длины выборки *N*=100, синей линией–интервал когерентности для длины выборки *N*=10. Интервал когерентности увеличивается при уменьшении отношения частоты сигнала к частоте дискретизации при значениях отношения частот меньших 1/*N*. При длине выборки *N*=10 в области значений больше *ω/ωd*=0,1 значение интервала когерентности меньше 1. При длине выборки *N*=100 в области значений больше *ω/ωd*=0,01 интервал когерентности периодически изменяется и при увеличении отношения частот стремится к значению 2.

**Заключение**

В работе проведено моделирование степени когерентности радиолокационных сигналов на выходе АЦП с 12 разрядами. В качестве количественной меры степени когерентности сигналов использовалась энтропия распределения сигнала по собственным подпространствам его корреляционной матрицы. Исследование проводилось для случая АЦП, не вносящего дополнительный шум в результат обработки.

Результаты рассматривались в виде разности энтропии дискретно-квантованного сигнала и теоретической оценки энтропии непрерывного сигнала, полученное значение нормировалось на натуральный логарифм длины выборки сигнала и выражалось в процентах. Основными параметрами системы, по которым проводится исследование, являются отношение сигнал шум *q*, отношение частоты сигнала к частоте дискретизации *w* и отношении амплитуды сигнала к амплитуде кванта АЦП *d*. По результатам проведенного в работе моделирования можно сделать следующие основные выводы.

1. Для сигналов с амплитудой, сравнимой с квантом амплитуды АЦП (*d*=5) при определенных значениях отношения частоты сигнала к частоте дискретизации наблюдается резкое (пиковое) уменьшение разности энтропий дискретно-квантованного сигнала, масштаб изменений при отношении сигнал шум *q*=1 составляет до 2÷3 %, *q*=5 составляет до 4÷5 %.
2. Резкий характер уменьшения разности энтропий приводит к образованию пиков на графике зависимости разности энтропий от отношения частоты сигнала к частоте дискретизации, ширина отдельно взятого пика при отношении частот *w*=0,1 и отношении сигнал шум *q*=1 составляет 5∙10-5 отн.ед.
3. Оценки скалярного произведения и корреляционной функции показывают наличие пиков при тех же значениях отношения частоты сигнала к частоте дискретизации, что и в случае рассмотрения зависимости разности энтропий.
4. Для сигналов с значениями отношения частоты сигнала к частоте дискретизации меньшими, чем обратное значение длины выборки (1/*N*), наблюдается уменьшение разности энтропий и рост интервала когерентности сигнала, т.е. рост когерентности выборки, с уменьшением отношения частоты сигнала к частоте дискретизации.

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и повышении эффективности систем защиты от имитационных помех в перспективных радиолокационных системах.

1. *Малахов А.Н.* Флуктуации в автоколебательных системах. М. : Наука, 1967. 660 с.
2. *Болховская О.В., Мальцев А.А* // Изв. вузов. Радиофизика. 2018. Т.61. №2. С. 163-179. doi: 10.1007/s11141-018-9878-3
3. *Bolkhovskaya O., Davydov A., Maltsev A.* // IJECE. 2015. Vol. 9. No. 12. P. 1430-1433. [doi: 10.5281/zenodo.1110391](https://doi.org/10.5281/zenodo.1110391)
4. *Михеев П.В.* Метод оценки когерентных свойств радиолокационных сигналов / П. В. Михеев // Известия вузов. Радиофизика. – 2006. – Т. XLIX, № 1. – С. 82–87.
5. *Ширман Я.Д., Манжос В.Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981. 416 с.
6. *Черных М.М.* Экспериментальная оценка когерентности радиолокационного сигнала, отраженного от воздушной цели / M.М. Черных, О.В.Васильев // Радиотехника. - 1999, №2, C.36-42.
7. *Аганин А.Г., Замараев В.В., Васильев О.В.* Способ измерения когерентности сигналов // Радиотехника. 2003. № 6. С. 50–57.
8. Оценка когерентности радиолокационных сигналов с флуктуациями параметров // Изв. вузов. Радиофизика. 2021. Т. 64, № 1. C. 69–82.
9. Селекция имитирующих сигналоподобных помех в радиолокационных системах с внутренней когерентностью // Изв. вузов. Радиофизика. 2021. Т. 64, № 11. C. 917–925.
10. *Максимов М.В.* Защита от радиопомех / Под ред. М.В Максимова. –М.: Сов. радио, 1976. 496 с.
11. Карманов Ю.Т. Способ защиты РЛС со сложным сигналом от имитирующей помехи / Ю.Т. Карманов, Г.А. Непомнящий // Вестник ЮУрГУ, №26, 2009. – С. 41-46.
12. *Черноусов А.В., Кузовников А.В., Сомов В.Г.* Оценка устойчивости широкополосных сигналов к имитационным помехам // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф.Решетнева. 2013. №4. С. 81–84.
13. *Фитасов Е.С.* Система селекции имитирующих помех // Датчики и системы. 2017. №3. С.24-28.
14. *Михеев П.В.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49, № 1. С. 82-87. doi: [10.1007/s11141-006-0039-8](https://doi.org/10.1007/s11141-006-0039-8)

Annotation: The paper analyzes the degree of coherence of discrete-quantized radar signals. The main parameters for the degree of coherence are considered. The dependences to concern the signal coherence on the sampling and quantization parameters are conserned: a signal-to-noise ratio, a ratio of the signal frequency to the sampling frequency, a ratio of the signal amplitude to a least significant bit. The functions are obtained between the correlation interval, the sample length and the entropy in the lower signal frequencies band.