Плотности, мат. ож., дисперсии

$U_{[a,b]}$: $p(x) = \frac{1}{b-a} \mathbb{I}(x \in [a;b])$; $\mathbb{E} = \frac{a+b}{2}$; $\mathcal{D} = \frac{(b-a)^2}{12}$

$N(\mu, \sigma^2)$: $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$; $\mathbb{E} = \mu$; $\mathcal{D} = \sigma^2$

$Exp(\lambda)$: $p(x) = \lambda e^{-\lambda x} \mathbb{I}(x \geq 0)$; $\mathbb{E} = \frac{1}{\lambda}$; $\mathcal{D} = \frac{1}{\lambda^2}$

$\Gamma(k, \theta)$: $p(x) = \frac{x^{k-1} e^{-\frac{x}{\theta}}}{\Gamma(k)\ \theta^k}$; $\mathbb{E} = k\theta$; $\mathcal{D} = k\theta^2$

$B(\alpha, \beta)$: $p(x) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}$; $\mathbb{E} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$; $\mathcal{D} = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$

$Y_0, Y_1, \ldots Y_n$ – независ. станд. норм. с.в. $Y_i \sim N(0,1)\ \forall i = \overline{0,n}$

распред. с.в. t $\quad t = \frac{Y_0}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} Y_i^2}}$ называется распред. Стьюдента с n степ. свободы

$t \sim t_n$

Y_1, Y_2 – независ. с.в., имеющие распред. хи-квадрат:

$Y_i \sim \chi^2_{d_i}$ $i = 1, 2$; $d_i \in \mathbb{N}$. распред. $F = \frac{Y_1/d_1}{Y_2/d_2}$ ~~назыв. распред. Фишера~~

назыв. распред. Фишера со степ. свободы d_1 и d_2. $F \sim F(d_1, d_2)$

Если $F \sim F(d_1, d_2)$, то $\frac{1}{F} \sim F(d_2, d_1)$

I H_0 ~~θ~~: $p = p_0$ vs H_1: $p = p_1$ $\quad R_\lambda: \{X: p_1(x) \geq \lambda p_0(x)\}$

$p_0(x)$ $\quad p_1(x)$

Л. Неймана – Пирсона

$\exists \lambda: P_0(R_\lambda) = \alpha \Rightarrow R_\lambda$ – р.н.м.к. УЗ α

~~I~~ $\cancel{H_0: \lambda = \lambda_0 \qquad H_1: \lambda > \lambda_0}$

или $\theta \le \theta_0$

II $H_0: \theta = \theta_0 \qquad H_1: \theta > \theta_0$

$\dfrac{P_{\theta_1}(x)}{P_{\theta_0}(x)}$ неубыв. по $T(x)$ р.н.м.к. ур. α $\quad P_{\theta_0}(T(X) \ge c)$

$\{R = x : T(x) \ge c\}$

если $H_0: \theta = \theta \qquad H_1: \theta < \theta_0$, то $\vartheta := -\theta$ и

$H_0: \vartheta = \vartheta_0 \qquad H_1: \vartheta > \vartheta_1$

Если $X_1, \dots X_n$ – независ. с.в.: $X_i \sim Exp(\lambda)$ $i = \overline{1,n}$, то

$Y = \sum_{i=1}^{n} X_i \sim \Gamma(n, 1/\lambda)$

$\eta_1^2 + \dots + \eta_n^2 \sim \chi^2_n \qquad \eta_i \sim N(0,1)$

если $\eta_i \sim N(a, u^2)$, то

$\sum \left(\frac{\eta_i - a}{u}\right)^2 \sim \chi^2_n \; ; \; \sum \eta_i \sim N(na, nu^2)$