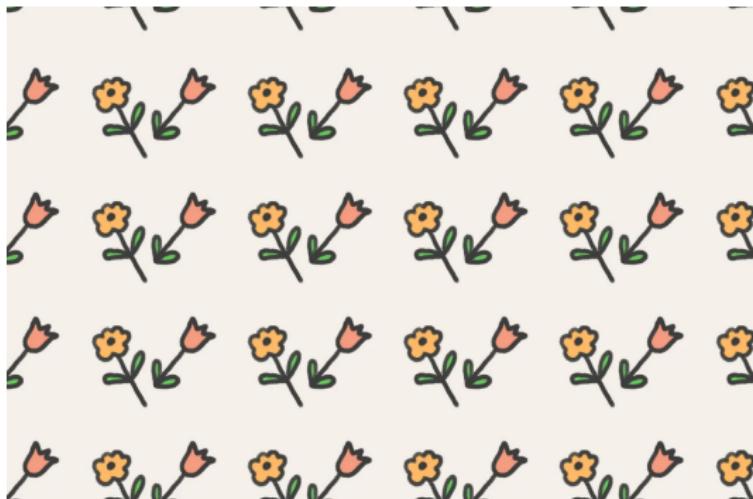


Tapettiryhmät

Aleksis Koski

Tasokuviot

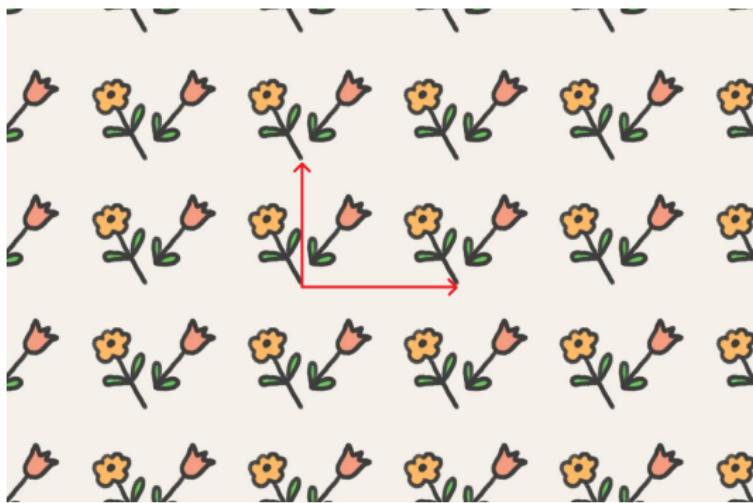
Tässä esityksessä pyrimme ymmärtämään erilaisia **tapettikuvioita**, eli toistuvia kuvioita joita voisi esiintyä vaikkapa seinällä tapetissa. Tässä esimerkki:



Kuvitellaan, että kuvio jatkuu samanlaisena sekä vaaka- että pystysuunnassa.

Tasokuviot

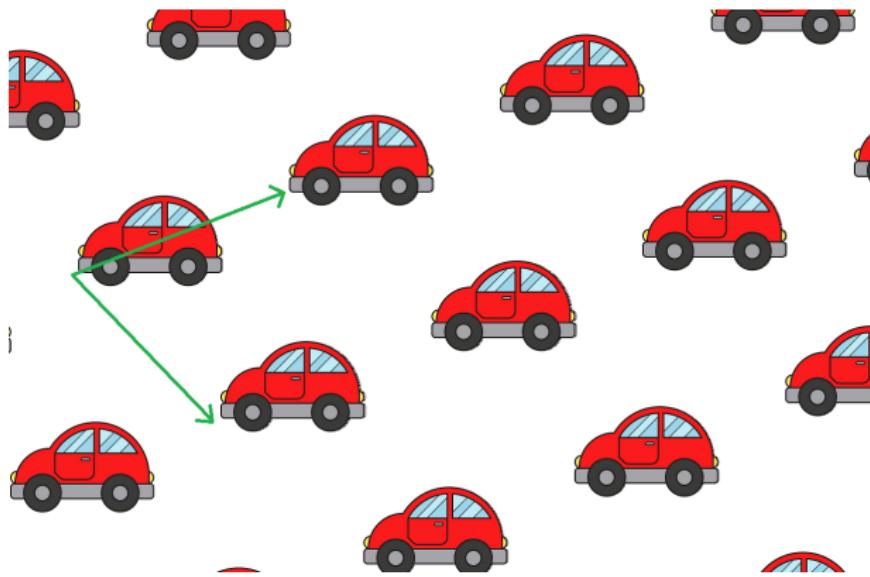
Huomaa, että kuviota voi siirtää kahteen suuntaan ilman etä se muuttuu:



Sanotaan, että tämä kuvio on **symmetrinen** vaaka- ja pystysuuntaisen siirron suhteen.

Tasokuviot

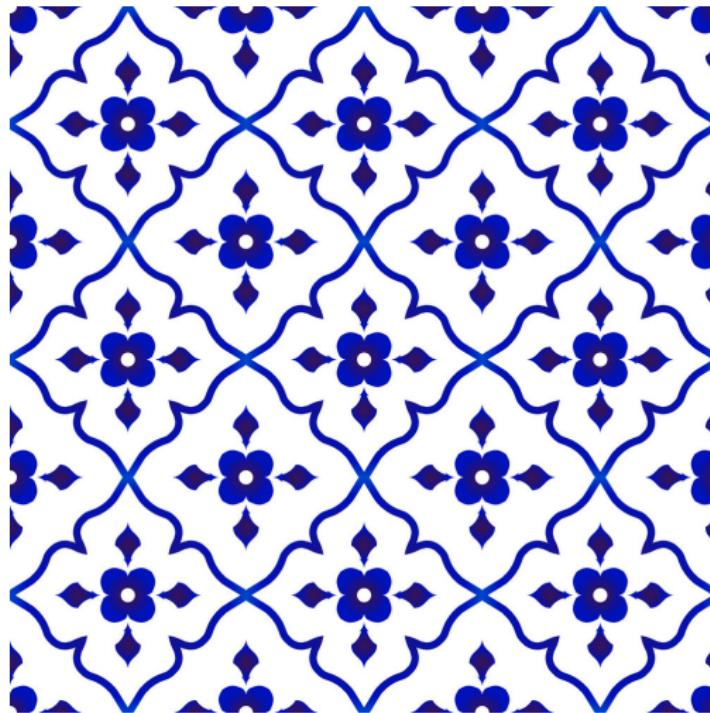
Tapettikuviot ovat kuvioita, jotka ovat symmetrisiä kahteen eri suuntaan.



Suuntien ei välttämättä tarvitse olla vaaka- ja pystysuuntaisia.

Tasokuviot

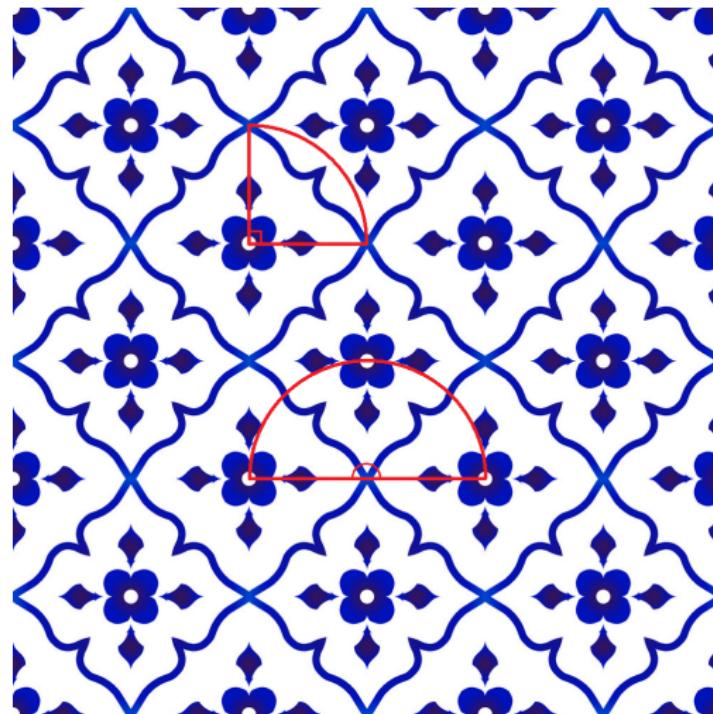
On myös kuvioita joilla on enemmän symmetrioita:



Tämäkin kuvio on symmetrinen kahden siirron suhteen.

Tasokuviot

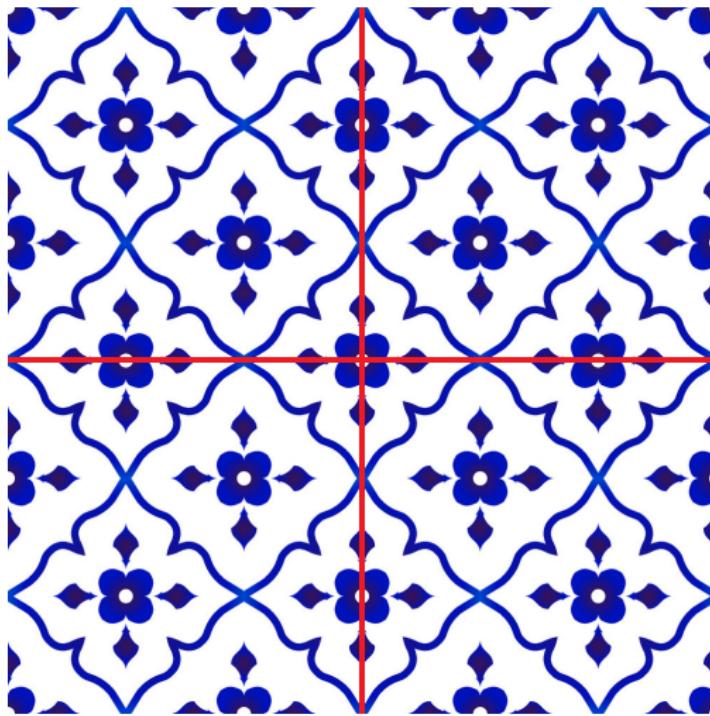
Sillä on myös ns. 90- ja 180-asteen rotaatiosymmetria:



Eli kuvio ei muutu jos sitä kiertää neljännes- tai puoliympyrän verran tiettyjen pisteiden suhtein.

Tasokuviot

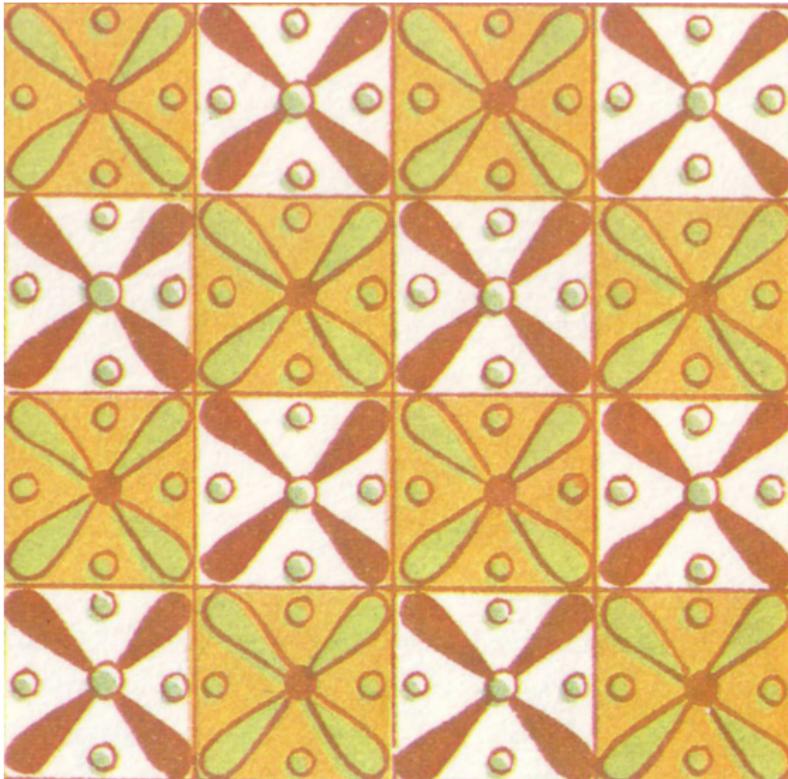
Tällä kuvolla on myös peilisymmetrioita tiettyjen suorien suhteen:



Löydätkö kuvasta lisää peilisymmetroita?

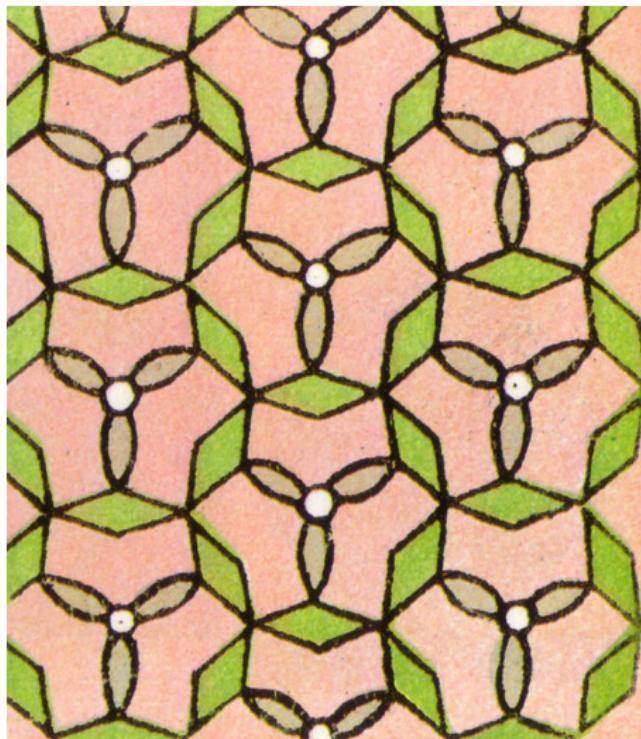
Symmetriat

Millaisia symmetrioita seuraava kuvio toteuttaa?



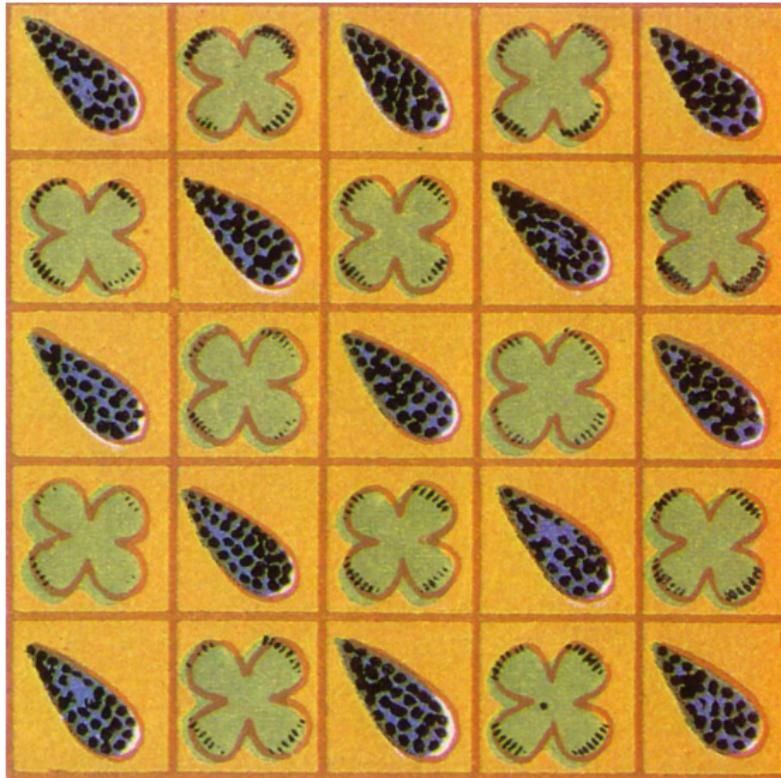
Symmetriat

Millaisia symmetrioita seuraava kuvio toteuttaa?



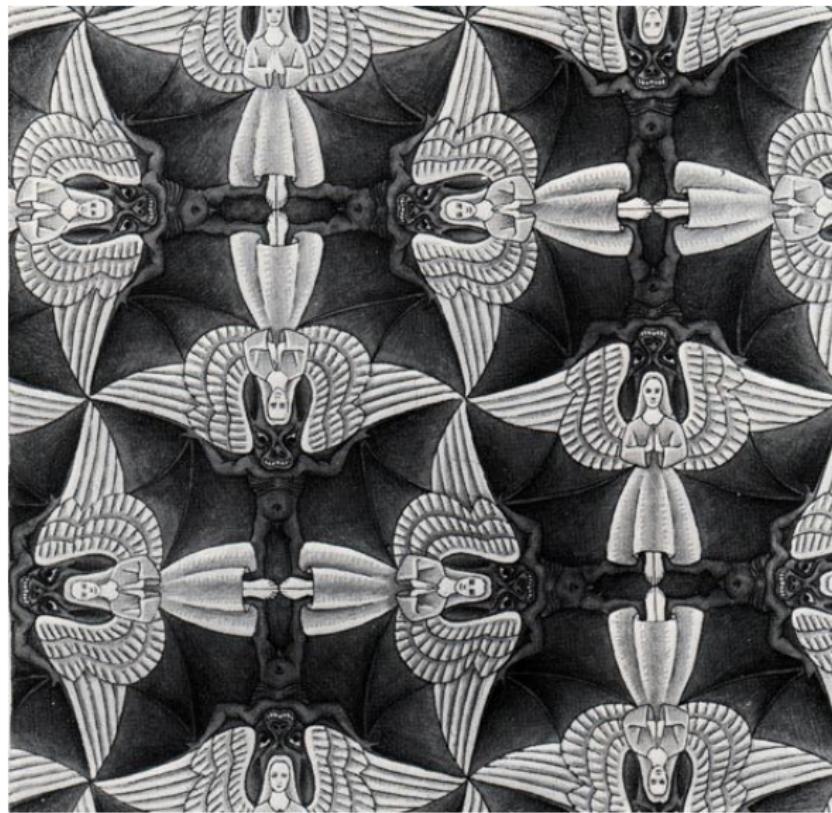
Symmetriat

Millaisia symmetrioita seuraava kuvio toteuttaa?



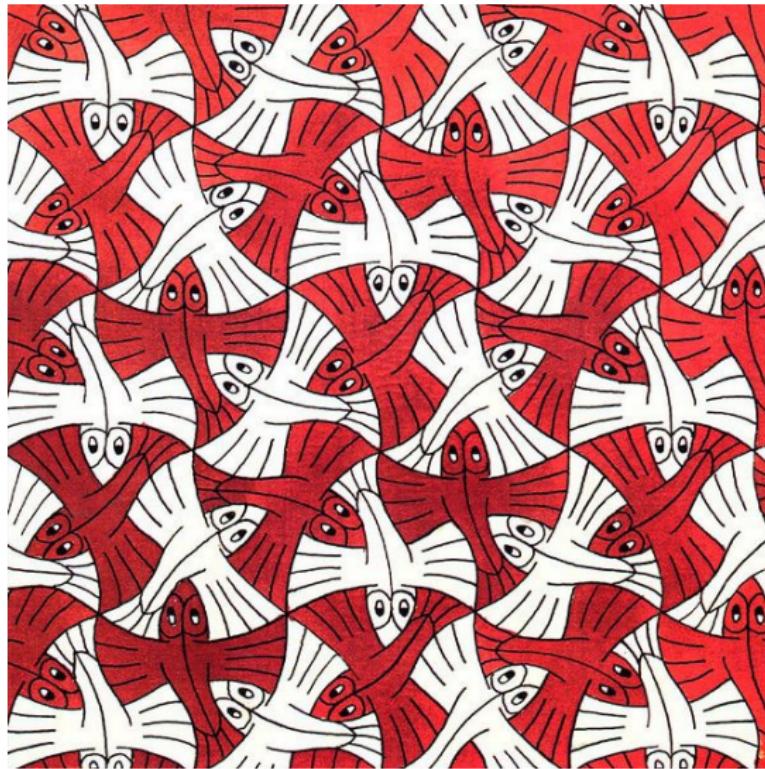
Symmetriat

Millaisia symmetrioita seuraava kuvio toteuttaa?



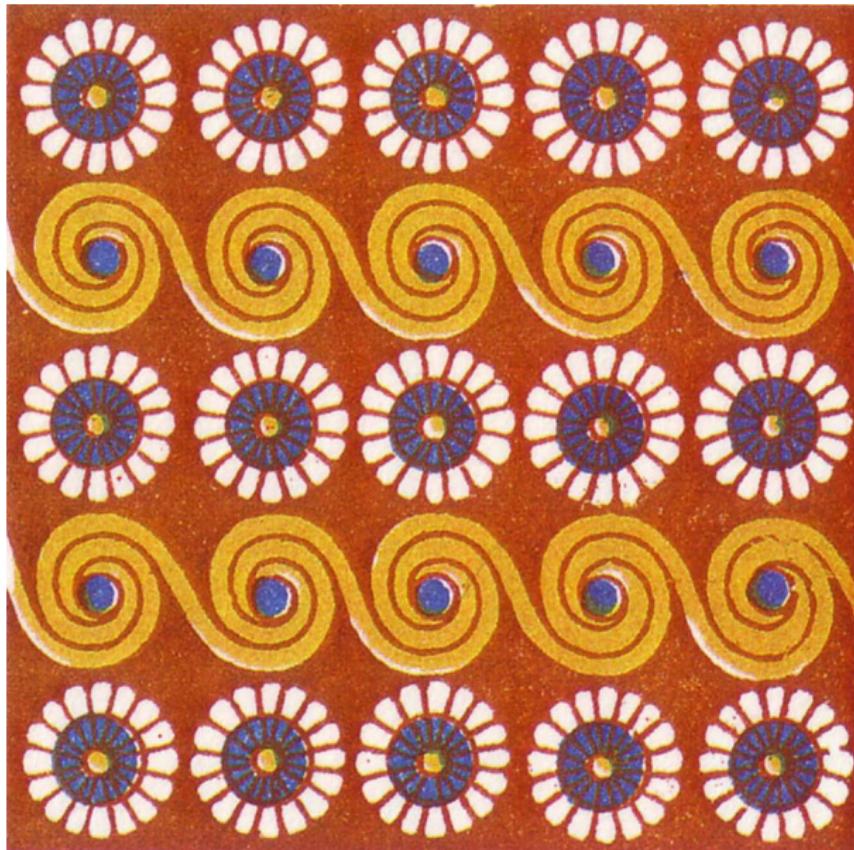
Symmetriat

Millaisia symmetrioita seuraava kuvio toteuttaa?



Symmetriat

Millaisia symmetrioita seuraava kuvio toteuttaa?



Symmetriat

Millaisia symmetrioita seuraava kuvio toteuttaa?



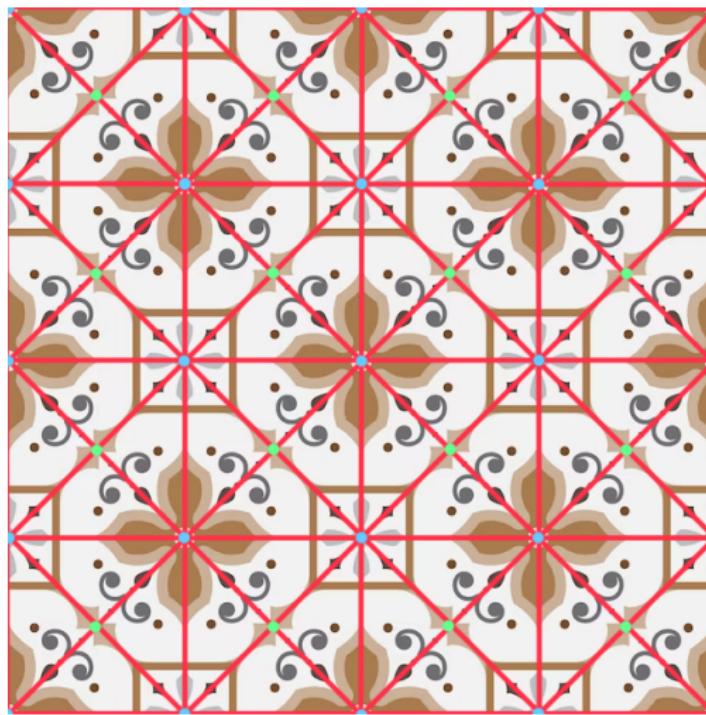
Tapettiryhmät

Kaikki tapettikuviot voidaan luokitella niiden symmetrioiden perusteella.



Tapettiryhmät

Kaikkien kuvion symmetrioiden muodostama joukko on kyseisen kuvion **tapettiryhmä**.



● 90 degree rotation center

● 180 degree rotation center

→ mirror line

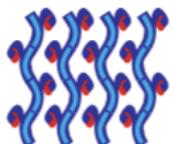
Tapettiryhmät

Osoittautuu, että on vain 17 erilaista tapettiryhmää.

p1



pg



pgg



pm



cm



cmm



pmg



pmm



p2



p4



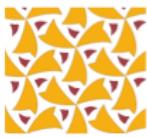
p4m



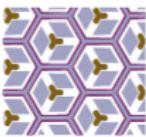
p4g



p3



p3m1



p31m



p6

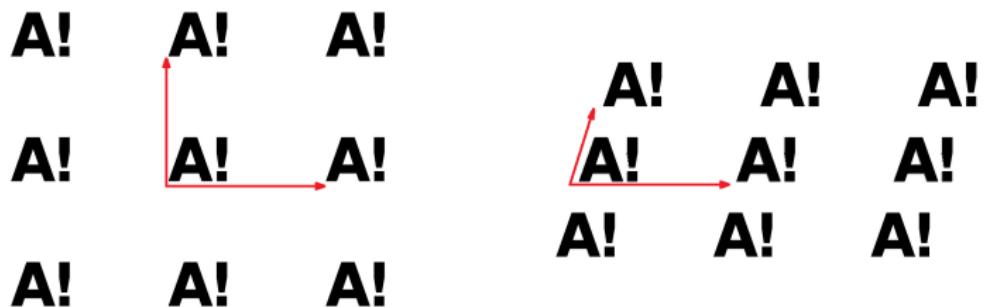


p6m



Sama vai eri?

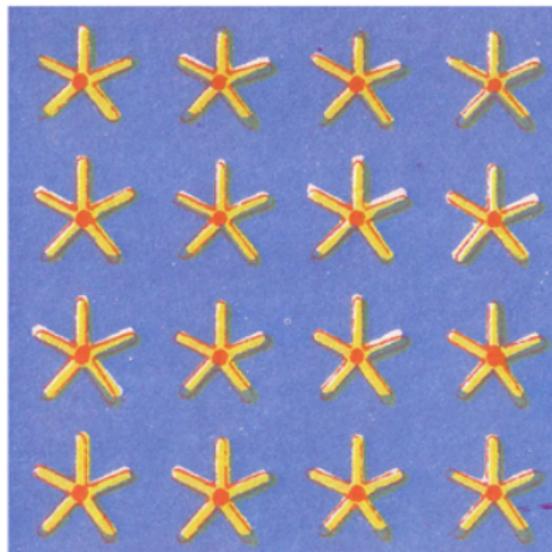
Jos halutaan selvittäää kuuluvatko kaksi kuviota samaan tapettiryhmään, pitää selvittää vastaavatko molempien kuvioiden symmetriat toisiaan.



Näiden kahden kuvion siirtosymmetrioilla on eri suunnat ja suuruudet, mutta tämä vielä sallitaan. Molemmat kuviot kuuluvat samaan tapettiryhmään $p1$ koska niissä ei ole muita symmetriointia.

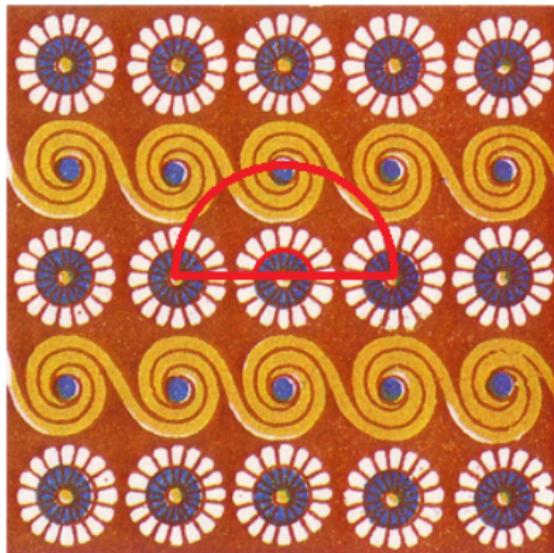
Sama vai eri?

Kuuluvatko kuviot samaan tapettiryhmään?

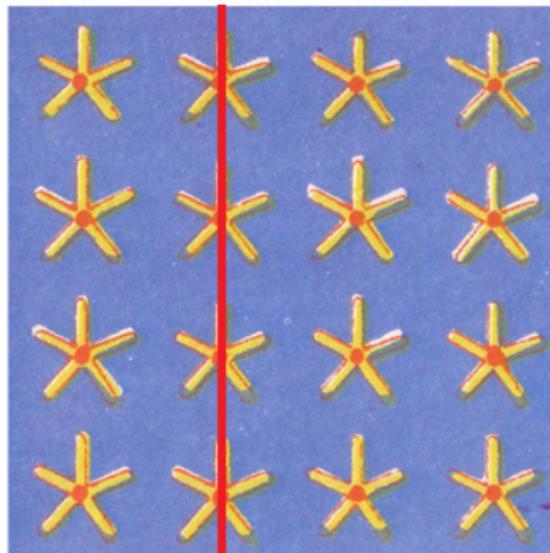


Sama vai eri?

Kuuluvatko kuviot samaan tapettiryhmään?



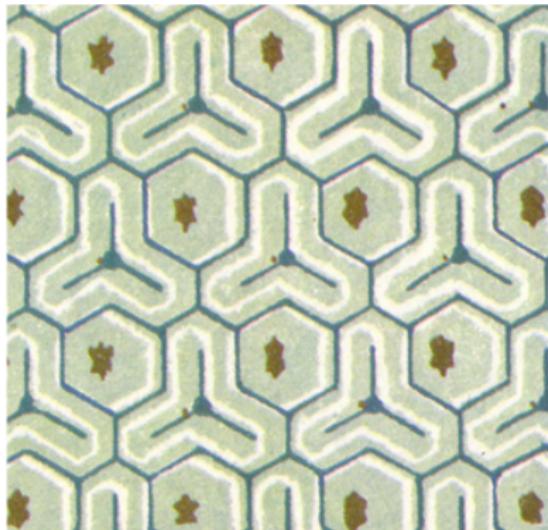
180 degree rotational symmetry



mirror symmetry

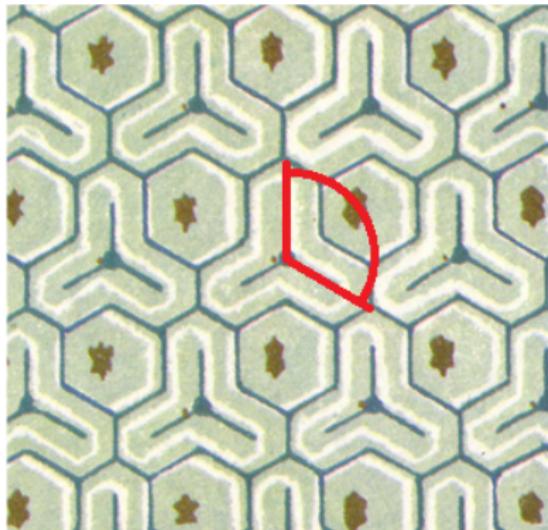
Sama vai eri?

Kuuluvatko kuviot samaan tapettiryhmään?

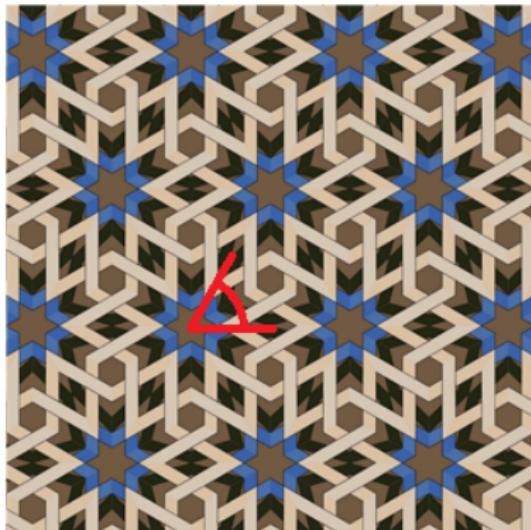


Sama vai eri?

Kuuluvatko kuviot samaan tapettiryhmään?



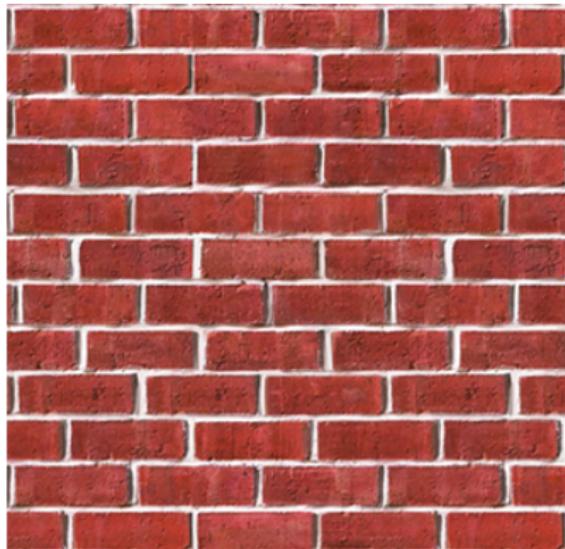
120 degree rotational symmetry



60 degree rotational symmetry

Sama vai eri?

Kuuluvatko kuviot samaan tapettiryhmään?

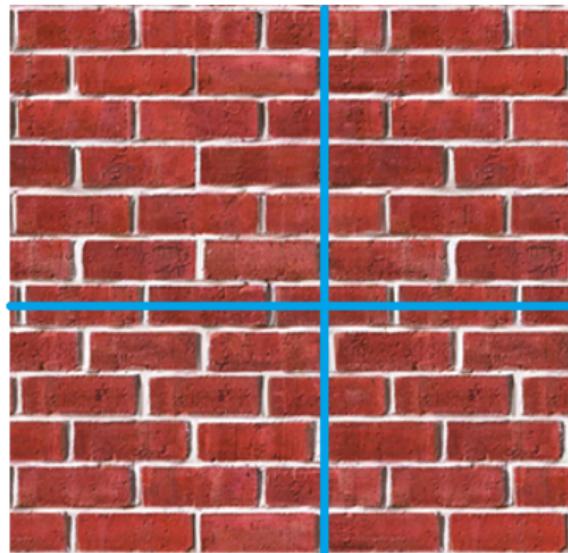


Sama vai eri?

Kuuluvatko kuviot samaan tapettiryhmään?



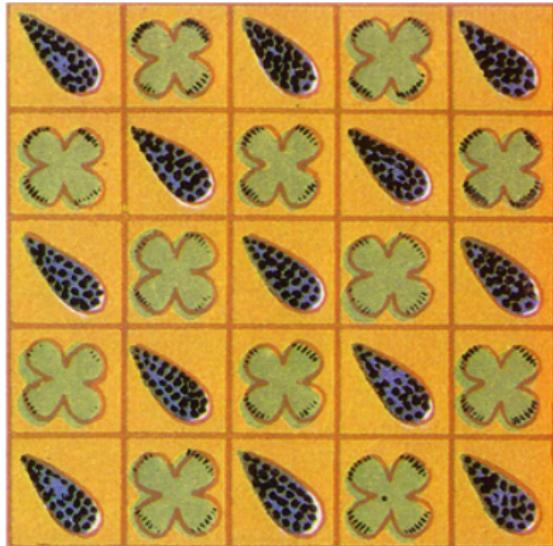
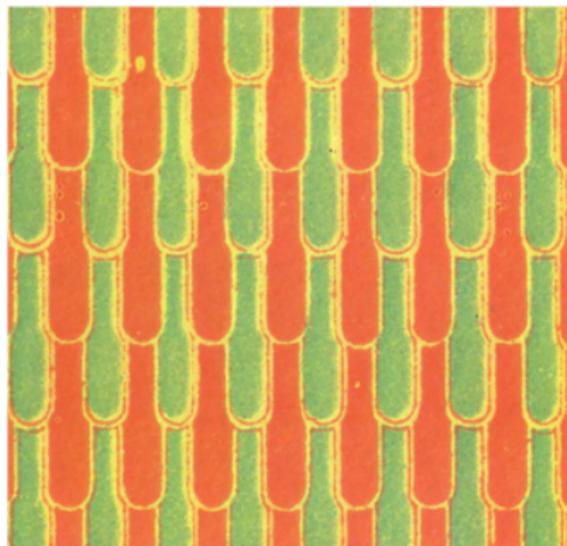
mirror symmetry along lines in one direction



mirror symmetry along lines in two directions

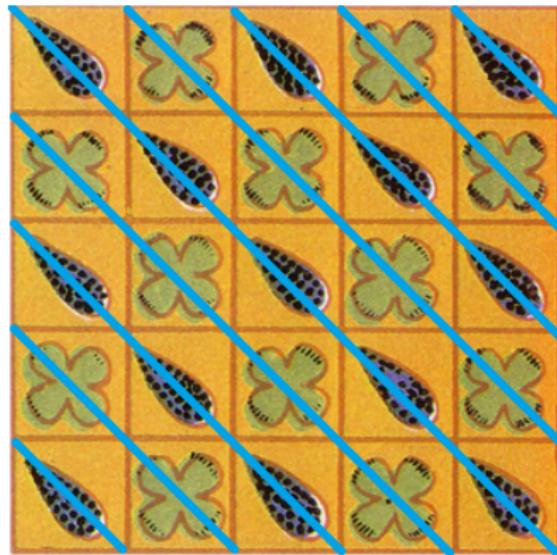
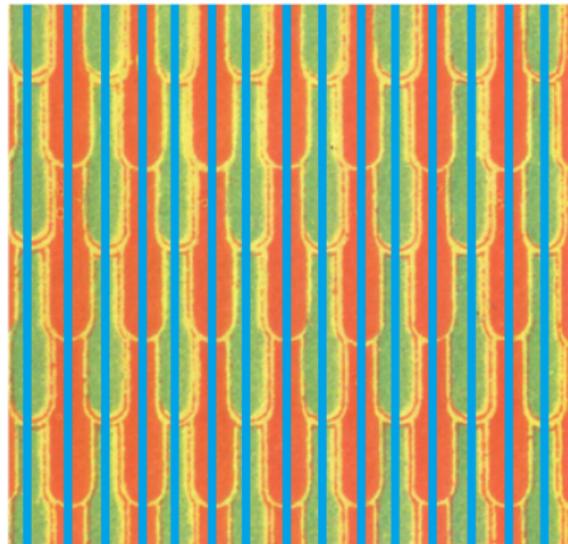
Sama vai eri?

Kuuluvatko kuviot samaan tapettiryhmään?



Sama vai eri?

Kuuluvatko kuviot samaan tapettiryhmään?



Apart from translational symmetry, both patterns are only symmetric along mirror lines (highlighted) in the same direction as the translational symmetry. Since the only difference is the size and direction of the translational symmetry, both groups are the same (pm).