Матан КР2 Шпора

Тригонометрия:

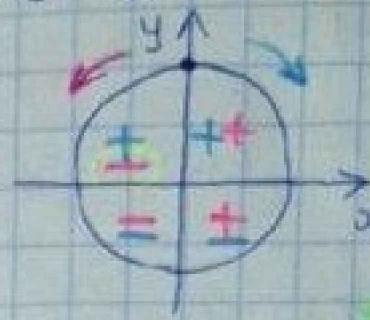
$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$ $\qquad tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\qquad tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$ $\qquad \cos(-\alpha) = \cos\alpha$

$1+tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\qquad \sin2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\qquad \sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

$1+ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$ $\qquad \cos2\alpha = 1-2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos2\alpha}{2}$ $\qquad \sin3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

$\cos^2\alpha = \frac{1+\cos2\alpha}{2}$ $\qquad \cos3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$



$\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha) = -\sin\alpha$

$\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \cos\alpha$

$$\sin(\alpha\pm\beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

$$tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha\, tg\beta}\ ;\quad ctg(\alpha+\beta) = \frac{ctg\alpha\, ctg\beta \mp 1}{ctg\alpha \pm ctg\beta}$$

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha\pm\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha\mp\beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$tg\alpha \pm tg\beta = \frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

$$\sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)\right)$$

$$\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\sin\alpha\cdot\sin\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right)$$

	0π / 2π	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac{\sqrt3}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt3}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tg\alpha$	0	$\frac{\sqrt3}{3}$	1	$\sqrt3$	—
$ctg\alpha$	—	$\sqrt3$	1	$\frac{\sqrt3}{3}$	0

Замечательные пределы и их следствия:

I ЗП: $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x}{x} = 1$ $\qquad$ II ЗП: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$

- $\lim\limits_{x\to0}(1+x)^{1/x} = e$
- $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
- $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^x-1}{x} = 1$
- $\lim\limits_{x\to0}\frac{(1+x)^\alpha-1}{x} = \alpha$

Логарифмы:

$\log_a b^n = n\log_a b$, $\log_{a^n} b = \frac{1}{n}\log_a b$ $\qquad \log_a b = \frac{\log_k b}{\log_k a}$

$x = a^{\log_a x}$ $\qquad x = e^{\ln x}$ $\qquad \log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$; $\log_a\frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$ $\qquad \log_a 1 = 0$; $\log_a a = 1$

Формулы сокр. умножения:

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ $\qquad a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

$(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ $\qquad a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

Нахождение асимптот функции:

$y = kx+b$ – ур-е накл. асимптоты

$k = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$; $b = \lim\limits_{x\to\infty} f(x) - kx$ $\qquad k=0,\ b\neq0 \Rightarrow$ асимптота горизонтальная

Для нахождения верт. асимптоты смотрим $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)$ и $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$ в плохих точках, если они равны $\pm\infty$ (хотя бы один), то $x = x_0$ – верт. асимпт.

Эквивалентности: (все при $x\to0$)

- $\sin x \sim x$ или $\sin x = x + \bar{o}(x)$
- $\ln(1+x) = x + \bar{o}(x)$
- $e^x = 1 + x + \bar{o}(x)$
- $(1+x)^\alpha = 1 + x\alpha + \bar{o}(x)$
- $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \bar{o}(x^2)$ или $1-\cos x \approx \frac{x^2}{2}$

Можно заменить только при умножении и под знаком предела

$\lim f(x) = f(\lim x)$ при $f(x)$ – непрерывна

$$\lim_{x\to10}\frac{\lg x - 1}{x-10} = \left\{\begin{matrix} y = x-10 \\ y\to0\end{matrix}\right\} = \lim_{y\to0}\frac{\lg(10+y)-1}{y}$$

Стандартные сходимости:

- $q^n \xrightarrow[n\to\infty]{} +\infty$
- $\sqrt[n]{a} \xrightarrow[n\to\infty]{} 1$, если $a \geqslant 1$
- $\sqrt[n]{n} \xrightarrow[n\to\infty]{} 1$
- $\frac{n^k}{a^n} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$, если $a > 1$
- $\frac{2^n}{n!} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$
- $\left(1 \pm \frac{m}{kn}\right)^n \xrightarrow[n\to\infty]{} e^{\pm\frac{m}{k}}$

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1-\frac{5}{n^2}\right)^{2n-7} = \lim_{n\to+\infty}\left(1+\left(-\frac{5}{n^2}\right)\right)^{-\frac{n^2}{5}\cdot\frac{5}{-n^2}(2n-7)} \ominus$$

$$\ominus \lim_{n\to+\infty}\left(1+\left(-\frac{5}{n^2}\right)\right)^{-\frac{n^2}{5}\cdot\frac{10n-35}{-n^2}} = e^{\frac{10n-35}{-n^2}} = e^{\frac{10-35/n}{-n}} = e^0 = 1$$

$$\text{"} \frac{10}{\infty} = 0$$