



## FORMULARIO

NOMBRE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

### TRIGONOMETRÍA

#### IDENTIDADES

$$\begin{aligned}\sin^2 A + \cos^2 A &= 1 & \sin A \csc A &= 1 \\ \tan^2 A + 1 &= \sec^2 A & \cos A \sec A &= 1 \\ \cot^2 A + 1 &= \csc^2 A & \tan A \cot A &= 1 \\ \tan A &= \frac{\sin A}{\cos A} & \cot A &= \frac{\cos A}{\sin A}\end{aligned}$$

#### FÓRMULAS

$$\begin{aligned}\sin(-A) &= -\sin A & \cos(-A) &= \cos A \\ \tan(-A) &= -\tan A & \cot(-A) &= -\cot A \\ \sec(-A) &= \sec A & \csc(-A) &= -\csc A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{\pi}{2} - A\right) &= \cos A & \cos\left(\frac{\pi}{2} - A\right) &= \sin A \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - A\right) &= \cot A & \cot\left(\frac{\pi}{2} - A\right) &= \tan A \\ \sec\left(\frac{\pi}{2} - A\right) &= \csc A & \csc\left(\frac{\pi}{2} - A\right) &= \sec A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin 2A &= 2 \sin A \cos A & \cos 2A &= 1 - 2 \sin^2 A \\ \cos 2A &= \cos^2 A - \sin^2 A & \cos 2A &= 2 \cos^2 A - 1\end{aligned}$$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$$\begin{aligned}\sin(A \pm B) &= \sin A \cos B \pm \sin B \cos A \\ \cos(A \pm B) &= \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \\ \tan(A \pm B) &= \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin^2 A &= \frac{1 - \cos 2A}{2} & \cos^2 A &= \frac{1 + \cos 2A}{2} \\ \tan^2 A &= \frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} & \tan A &= \frac{1 - \cos 2A}{\sin 2A} = \frac{\sin 2A}{1 + \cos 2A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin A \cos B &= \frac{1}{2} [\sin(A + B) + \sin(A - B)] \\ \cos A \sin B &= \frac{1}{2} [\sin(A + B) - \sin(A - B)] \\ \cos A \cos B &= \frac{1}{2} [\cos(A + B) + \cos(A - B)] \\ \sin A \sin B &= \frac{1}{2} [\cos(A - B) - \cos(A + B)] \\ \sin A + \sin B &= 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A-B}{2}\right) \\ \sin A - \sin B &= 2 \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) \sin\left(\frac{A-B}{2}\right) \\ \cos A + \cos B &= 2 \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A-B}{2}\right) \\ \cos A - \cos B &= -2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \sin\left(\frac{A-B}{2}\right)\end{aligned}$$

$$\text{Ley de senos: } \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\text{Ley de cosenos: } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

### PROPIEDADES DE EXPONENTES

$$\begin{aligned}a^n a^m &= a^{n+m} & \frac{a^n}{a^m} &= a^{n-m} \\ (a^n)^m &= a^{nm} & \sqrt[m]{a^n} &= a^{n/m} \\ a^0 &= 1 \quad a^1 = a & a^{-n} &= \frac{1}{a^n} \\ (ab)^n &= a^n b^n & \left(\frac{a}{b}\right)^n &= \frac{a^n}{b^n}\end{aligned}$$

### PROPIEDADES DE LOGARITMOS

$$\begin{aligned}\log_a b &= x \text{ si } a^x = b; \log_a 1 = 0 & \log_a a &= 1 \\ \log_a b &= \frac{\log b}{\log a} \\ \log(ab) &= \log a + \log b; \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b \\ \log(a^b) &= b(\log a); \log \sqrt[b]{a} = \frac{1}{b} \log a\end{aligned}$$

### DERIVADAS

**u, v: funciones de x; a, c, n: constantes ≠ 0**

$$\begin{aligned}(c)' &= 0 & (x)' &= 1 & (cu)' &= cu' \\ (u \pm v)' &= u' \pm v' & (x^n)' &= nx^{n-1} \\ (uv)' &= vu' + uv' & \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{vu' - uv'}{v^2}, v \neq 0 \\ \left(\frac{u}{c}\right)' &= \frac{u'}{c} & \left(\frac{c}{u}\right)' &= -\frac{cu'}{u^2}, u \neq 0 \\ (u^n)' &= nu^{n-1}u' & (\log_a u)' &= \frac{\log_a e}{u} u' \\ (\ln u)' &= \frac{u'}{u} & (a^u)' &= u' a^u \ln a \\ (e^u)' &= u' e^u \\ (u^v)' &= u' v(u^{v-1}) + v'(u^v \ln u) \\ (\sin u)' &= u' \cos u & (\cos u)' &= -u' \sin u \\ (\tan u)' &= u' \sec^2 u & (\cot u)' &= -u' \csc^2 u \\ (\sec u)' &= u' \sec u \tan u & (\csc u)' &= -u' \csc u \cot u\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\sin^{-1} u)' &= \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}} & (\cos^{-1} u)' &= -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}} \\ (\tan^{-1} u)' &= \frac{u'}{1+u^2} & (\cot^{-1} u)' &= -\frac{u'}{1+u^2} \\ (\sec^{-1} u)' &= \frac{u'}{u\sqrt{u^2-1}} & (\csc^{-1} u)' &= -\frac{u'}{u\sqrt{u^2-1}}\end{aligned}$$

### FUNCIONES HIPERBÓLICAS

$$\begin{aligned}\sinh(x) &= \frac{e^x - e^{-x}}{2} & \cosh(x) &= \frac{e^x + e^{-x}}{2} & \tanh(x) &= \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \\ \coth(x) &= \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} & \operatorname{sech}(x) &= \frac{2}{e^x + e^{-x}} & \operatorname{csch}(x) &= \frac{2}{e^x - e^{-x}}\end{aligned}$$

### DERIVADAS DE FUNCIONES HIPERBÓLICAS

$$\begin{aligned}(\sinh u)' &= u' \cosh u & (\cosh u)' &= u' \sinh u \\ (\tanh u)' &= u' \operatorname{sech}^2 u & (\coth u)' &= -u' \operatorname{csch}^2 u \\ (\operatorname{sech} u)' &= -u' \operatorname{sech} u \tanh u & (\operatorname{csch} u)' &= -u' \operatorname{csch} u \coth u \\ (\sinh^{-1} u)' &= \frac{u'}{\sqrt{1+u^2}} & (\cosh^{-1} u)' &= \frac{u'}{\sqrt{u^2-1}} \\ (\tanh^{-1} u)' &= \frac{u'}{1-u^2} & (\coth^{-1} u)' &= \frac{u'}{1-u^2} \\ (\operatorname{sech}^{-1} u)' &= -\frac{u'}{u\sqrt{u^2-1}} & (\operatorname{csch}^{-1} u)' &= -\frac{u'}{|u|\sqrt{u^2+1}}\end{aligned}$$

## INTEGRALES

### FÓRMULAS DIRECTAS

$u, v, w$ : funciones de  $x$ ;  $a, n, c, k$ : constantes  $\neq 0$

$$\begin{aligned} \int dx &= x + c & \int k dx &= k \int dx \\ \int (u \pm v) dx &= \int u dx + \int v dx \\ \int x^n dx &= \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c; \quad n \neq -1 \\ \int u^n du &= \frac{1}{n+1} u^{n+1} + c; \quad n \neq -1 \\ \int \frac{1}{u} du &= \int u^{-1} du = \ln|u| + c \\ \int e^u du &= e^u + c \\ \int a^u du &= \frac{1}{\ln a} a^u + c \\ \int \sin u du &= -\cos u + c \\ \int \cos u du &= \sin u + c \\ \int \tan u du &= \ln|\sec u| + c = -\ln|\cos u| + c \\ \int \cot u du &= \ln|\sin u| + c \\ \int \sec u du &= \ln|\sec u + \tan u| + c \\ \int \csc u du &= \ln|\csc u - \cot u| + c \\ \int \sec^2 u du &= \tan u + c \\ \int \csc^2 u du &= -\cot u + c \\ \int \sec u \tan u du &= \sec u + c \\ \int \csc u \cot u du &= -\csc u + c \\ \int \sin^{-1} u du &= u \sin^{-1} u + \sqrt{1-u^2} + c \\ \int \cos^{-1} u du &= u \cos^{-1} u - \sqrt{1-u^2} + c \\ \int \tan^{-1} u du &= u \tan^{-1} u - \frac{1}{2} \ln(1+u^2) + c \\ \int \frac{1}{a^2+u^2} du &= \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} + c \\ \int \frac{1}{a^2-u^2} du &= \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{u+a}{u-a} \right| + c \\ \int \frac{1}{u^2-a^2} du &= \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{u-a}{u+a} \right| + c \\ \int \frac{1}{\sqrt{a^2-u^2}} du &= \sin^{-1} \frac{u}{a} + c \\ \int \frac{1}{u\sqrt{u^2-a^2}} du &= \frac{1}{a} \sec^{-1} \frac{u}{a} + c \\ \int \frac{1}{\sqrt{u^2+a^2}} du &= \ln|u + \sqrt{u^2+a^2}| + c \\ \int \frac{1}{\sqrt{u^2-a^2}} du &= \ln|u + \sqrt{u^2-a^2}| + c \\ \int \sqrt{u^2+a^2} du &= \frac{u}{2} \sqrt{u^2+a^2} + \frac{a^2}{2} \ln|u + \sqrt{u^2+a^2}| + c \\ \int \sqrt{u^2-a^2} du &= \frac{u}{2} \sqrt{u^2-a^2} + \frac{a^2}{2} \ln|u + \sqrt{u^2-a^2}| + c \\ \int \sqrt{a^2-u^2} du &= \frac{u}{2} \sqrt{a^2-u^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{u}{a} + c \\ \int \sinh u du &= \cosh u + c \\ \int \cosh u du &= \sinh u + c \\ \int \tanh u du &= \ln|\cosh u| + c \\ \int \coth u du &= \ln|\sinh u| + c \\ \int \operatorname{sech} u du &= \tan^{-1}|\sinh u| + c \\ \int \operatorname{csch} u du &= \ln \left| \tanh \frac{1}{2} u \right| + c \\ \int \operatorname{sech}^2 u du &= \tanh u + c \\ \int \operatorname{csch}^2 u du &= -\coth u + c \\ \int \operatorname{sech} u \tanh u du &= -\operatorname{sech} u + c \\ \int \operatorname{csch} u \coth u du &= -\operatorname{csch} u + c \end{aligned}$$

### SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN

$$V_Y = \pi \int_a^b r^2 dy; \quad r = f(y) \quad V_X = \pi \int_a^b r^2 dx; \quad r = f(x)$$

$$V_Y = 2\pi \int_a^b x f(x) dx$$

## MÉTODOS DE INTEGRACIÓN

Por partes:  $\int u dv = uv - \int v du$

Sustitución trigonométrica

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2 - u^2} &\rightarrow u = a \sin \theta \rightarrow \sqrt{a^2 - u^2} = a \cos \theta \\ \sqrt{a^2 + u^2} &\rightarrow u = a \tan \theta \rightarrow \sqrt{a^2 + u^2} = a \sec \theta \\ \sqrt{u^2 - a^2} &\rightarrow u = a \sec \theta \rightarrow \sqrt{u^2 - a^2} = a \tan \theta \end{aligned}$$

Fracciones parciales

$$\begin{aligned} \frac{P(x)}{Q(x)} &= \frac{P(x)}{(ax+b)(cx+d)\dots} = \frac{A}{ax+b} + \frac{B}{cx+d} + \dots \\ \frac{P(x)}{Q(x)} &= \frac{P(x)}{(ax^2+bx+c)(dx^2+ex+f)\dots} = \frac{Ax+B}{ax^2+bx+c} + \dots \\ \frac{P(x)}{Q(x)} &= \frac{P(x)}{(ax+b)^n\dots} = \frac{A}{ax+b} + \frac{B}{(ax+b)^2} + \dots + \frac{N}{(ax+b)^n} + \dots \end{aligned}$$

## CÓNICAS

**Coordenadas rectangulares:**

**Ecuación general de segundo grado con dos incógnitas:**

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

**Discriminante:**  $B^2 - 4AC$

**Circunferencia:**  $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

**Parábola:** ancho focal =  $4p$  Excentricidad = 1

$$\text{Hor. } (y-k)^2 = \pm 4p(x-h) \quad \text{Ver. } (x-h)^2 = \pm 4p(y-k)$$

**Elipse:** ancho focal  $\frac{2b^2}{a}$  Excentricidad:  $\frac{c}{a} < 1$

$$\text{Hor. } \frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad \text{Ver. } \frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

**Hipérbola:** ancho focal  $\frac{2b^2}{a}$  Excentricidad:  $\frac{c}{a} > 1$

$$\text{Hor. } \frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad \text{Ver. } \frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

**Transformación de coordenadas (rotación en ángulo  $\theta$ )**

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta; \quad y = x' \sin \theta + y' \cos \theta$$

**Eliminar término  $xy$ :**  $\cos 2\theta = \frac{A-B}{B}$

## FUNCIONES PARAMÉTRICAS

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}, \text{ si } \frac{dx}{dt} \neq 0 \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}}$$

Si  $x = x(t), y = y(t), \gamma \alpha \leq t \leq \beta$ ,

$$A = \int_a^b y dx = \int_a^\beta y(t) x'(t) dt \quad (\text{Área c. r. a eje } X)$$

$$A = \int_a^b x dy = \int_a^\beta x(t) y'(t) dt \quad (\text{Área c. r. a eje } Y)$$

$$L = \int_a^\beta \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt \quad \text{Longitud de arco}$$

## COORDENADAS POLARES

Rectangular a polar:  $r = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$

Polar a rectangular:  $x = r \cos \theta; \quad y = r \sin \theta$

Derivada: como función paramétrica  $r = f(\theta)$ :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{\frac{dr}{d\theta} \sin \theta + r \cos \theta}{\frac{dr}{d\theta} \cos \theta - r \sin \theta}$$

Área de una superficie polar:  $A = \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} r^2 d\theta$

**Cónicas en coordenadas polares:**

$$r = \frac{de}{1 \pm e \cos \theta}; \quad r = \frac{de}{1 \pm e \sin \theta}, \quad e = \text{excentricidad} > 0$$

## SERIES DE TAYLOR Y MACLAURIN

Taylor:  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n$ , Maclaurin  $a=0$

$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(z)}{(n+1)!} (x-c)^{n+1}$ , con  $z$  entre  $x$  y  $c$

CONVERGENCIA PARA SERIES DE MACLAURIN		
Función	Intervalo de convergencia	Término n-ésimo de la serie
$\frac{1}{1-x}$	$(-1, 1)$	$x^n$
$(1+x)^m$	$(-1, 1)$	$\binom{m}{n} x^n$
$\sin x$	$(-\infty, \infty)$	$(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$
$\cos x$	$(-\infty, \infty)$	$(-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$
$e^x$	$(-\infty, \infty)$	$\frac{x^n}{n!}$
$\ln(1+x)$	$(-1, 1]$	$(-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$ , $n > 0$
$\tan^{-1} x$	$[-1, 1]$	$(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$

## DERIVADAS PARCIALES

### REGLA DE LA CADENA

Si  $z = f(x, y)$  es derivable;  $x = g(t)$ ;  $y = h(t)$  derivables, entonces:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt}$$

Caso general:

Si  $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  es derivable;  $x_i = g(t)$ ;  $y = h(t)$ , son derivables, entonces:

$$\frac{\partial z}{\partial t_i} = \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial t_i} + \frac{\partial f}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial t_i} + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial t_i}$$

### DERIVACIÓN IMPLÍCITA:

Si  $F(x, y) = 0$ , entonces  $\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}$

### DIFERENCIAL TOTAL

$$df(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

### GRADIENTE

Si  $z = f(x, y)$  es una función derivable, entonces:

$$\nabla f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{j}$$

### MÁXIMOS Y MÍNIMOS

$f_x = 0$ ,  $f_y = 0$ ,  $D = \begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{vmatrix}$  Método del Hessiano

### DERIVADA DIRECCIONAL

Si  $z = f(x, y)$  es una función derivable y  $\mathbf{u} = \langle a, b \rangle$  es un vector unitario:

$$D_{\mathbf{u}}f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} a + \frac{\partial f}{\partial y} b = \nabla f(x, y) \cdot \hat{\mathbf{u}}$$

## INTEGRALES MÚLTIPLES

Región de tipo I:  $D = \{(x, y) | a \leq x \leq b, g_1(x) \leq y \leq g_2(x)\}$ :

$$\iint_D f(x, y) dA = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y) dy dx$$

Región de tipo II:  $D = \{(x, y) | c \leq y \leq d, h_1(y) \leq x \leq h_2(y)\}$ :

$$\iint_D f(x, y) dA = \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} f(x, y) dx dy$$

## ÁREA DE SUPERFICIES

$$\iint_R \sqrt{[f_x(x, y)]^2 + [f_y(x, y)]^2 + 1} dA$$

## ECUACIONES DIFERENCIALES

**Ecuación lineal:**  $y' + p(x)y = f(x)$

Solución:  $y(x) = e^{-\int p(x)} \int f(x) e^{\int p(x)} dx$  (Factor integrante)

**Ecuación de variables separables:**  $\frac{dy}{dx} = \frac{F(x)}{G(y)}$

Solución:  $\int G(y) dy = \int F(x) dx$

**Ecuación diferencial exacta:**  $H(x, y)dx + G(x, y)dy = 0$ ,

con  $\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial G}{\partial x}$

Método: calcula  $D(x, y) = \int H(x, y) dx$

Despeja  $g'(y)$  de  $\frac{\partial D}{\partial y} = G(x, y)$

Solución de la forma  $D(x, y)$ , incluyendo el término  $g(y)$

### Reducción de orden:

Ecuación del tipo:  $y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = f(x)$ ;

Solución:  $y_2(x) = u(x)y_1(x)$ ; siendo  $y_1(x)$  una solución

conocida de la EDO. Con  $u(x) = C \int \frac{e^{-\int a_1(x)} dx}{[y_1(x)]^2} dx$

### Variación de parámetros:

Ecuación del tipo:  $a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x)$

Método: Si  $y_1(x)$  y  $y_2(x)$  son soluciones linealmente independientes de la EDO Homogénea, la solución completa de la EDO está dada por:

$y(x) = u_1(x)y_1(x) + u_2(x)y_2(x)$  con

$u_1(x) = \int \frac{-f(x)y_2(x)}{W(y_1, y_2)(x)} dx$ ;  $u_2(x) = \int \frac{f(x)y_1(x)}{W(y_1, y_2)(x)} dx$

$W(y_1, y_2)(x) = y_1(x)y_2'(x) - y_2(x)y_1'(x)$

**Ecuación de Bernoulli:**  $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$

Método: Sustituyendo  $u = y^{1-n}$  en la EDO anterior

queda:  $\frac{du}{dx} + (1-n)P(x)u = (1-n)Q(x)$

Que es una ecuación lineal de primer orden que puede resolverse ahora. (No olvides regresar el cambio de variable efectuado)

### Transformada de Laplace:

Definición:  $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$

**TABLA 4.1 COEFICIENTES INDETERMINADOS PARA  $L[y](x) = g(x)$**

Tipo	$g(x)$	$y_p(x)$
(I)	$p_n(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$	$x^s P_n(x) = x^s \{A_n x^n + \cdots + A_1 x + A_0\}^s$
(II)	$ae^{\alpha x}$	$x^s A e^{\alpha x}$
(III)	$a \cos \beta x + b \sin \beta x$	$x^s \{A \cos \beta x + B \sin \beta x\}$
(IV)	$p_n(x)e^{\alpha x}$	$x^s P_n(x)e^{\alpha x}$
(V)	$p_n(x)\cos \beta x + q_m(x)\sin \beta x$ , donde $q_m(x) = b_m x^m + \cdots + b_1 x + b_0$	$x^s \{P_N(x)\cos \beta x + Q_N(x)\sin \beta x\}$ , donde $Q_N(x) = B_N x^N + \cdots + B_1 x + B_0$ y $N = \max(n, m)$
(VI)	$ae^{\alpha x} \cos \beta x + be^{\alpha x} \sin \beta x$	$x^s \{Ae^{\alpha x} \cos \beta x + Be^{\alpha x} \sin \beta x\}$
(VII)	$p_n(x)e^{\alpha x} \cos \beta x + q_m(x)e^{\alpha x} \sin \beta x$	$x^s e^{\alpha x} \{P_N(x)\cos \beta x + Q_N(x)\sin \beta x\}$ , donde $N = \max(n, m)$

El entero no negativo  $s$  se elige para que sea el entero más pequeño de tal forma que ningún término en la solución particular  $y_p(x)$  sea una solución a la correspondiente ecuación homogénea  $L[y](x) = 0$ .

<sup>s</sup> $P_n(x)$  debe incluir todos sus términos aun cuando  $P_n(x)$  tenga ciertos términos iguales a cero.

(Tabla tomada del libro "Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera", 4ta Edición, Nagle, Staff, Snider. Ed. Pearson)

### TRANSFORMADA DE LAPLACE

$f(T)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(s)\}$	$f(T)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(s)\}$
1. $f(at)$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$	19. $\frac{1}{\sqrt{t}}$	$\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{s}}$
2. $e^{at}f(t)$	$F(s-a)$	20. $\sqrt{t}$	$\frac{\sqrt{\pi}}{2s^{3/2}}$
3. $f'(t)$	$sF(s) - f(0)$	21. $t^{n-1/2}, n \in \mathbb{N}$	$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)\sqrt{\pi}}{2^n s^{n+1/2}}$
4. $f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \cdots - sf^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)$	22. $t^r, r > -1$	$\frac{\Gamma(r+1)}{s^{r+1}}$
5. $t^n f(t)$	$(-1)^n F^{(n)}(s)$	23. $\sin bt$	$\frac{b}{s^2 + b^2}$
6. $\frac{1}{t}f(t)$	$\int_s^\infty F(u)du$	24. $\cos bt$	$\frac{s}{s^2 + b^2}$
7. $\int_0^t f(v)dv$	$\frac{F(s)}{s}$	25. $e^{at} \sin bt$	$\frac{b}{(s-a)^2 + b^2}$
8. $(f \cdot g)(t)$	$F(s)G(s)$	26. $e^{at} \cos bt$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + b^2}$
9. $f(t+T) = f(t)$	$\frac{\int_0^T e^{-st}f(t)dt}{1-e^{-sT}}$	27. $\sinh bt$	$\frac{b}{s^2 - b^2}$
10. $f(t-a)u(t-a), a \geq 0$	$e^{-as}F(s)$	28. $\cosh bt$	$\frac{s}{s^2 - b^2}$
11. $g(t)u(t-a), a \geq 0$	$e^{-as}\mathcal{L}\{g(t+a)\}(s)$	29. $\sin bt - bt \cos bt$	$\frac{2b^3}{(s^2 + b^2)^2}$
12. $u(t-a), a \geq 0$	$\frac{e^{-as}}{s}$	30. $t \sin bt$	$\frac{2bs}{(s^2 + b^2)^2}$
13. $\delta(t-a), a \geq 0$	$e^{-as}$	31. $\sin bt + bt \cos bt$	$\frac{2bs^2}{(s^2 + b^2)^2}$
14. $e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$	32. $t \cos bt$	$\frac{s^2 - b^2}{(s^2 + b^2)^2}$
15. $t^n, n \in \mathbb{N}$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	33. $\sin bt \cosh bt - \cos bt \sinh bt$	$\frac{4b^3}{s^4 + 4b^4}$
16. $e^{at}t^n, n \in \mathbb{N}$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	34. $\sin bt \sinh bt$	$\frac{2b^2 s}{s^4 + 4b^4}$
17. $e^{at} - e^{bt}$	$\frac{(a-b)}{(s-a)(s-b)}$	35. $\sinh bt - \sin bt$	$\frac{2b^3}{s^4 - b^4}$
18. $ae^{at} - e^{bt}$	$\frac{(a-b)s}{(s-a)(s-b)}$	36. $\cosh bt - \cos bt$	$\frac{2b^2 s}{s^4 - b^4}$
		37. $J_\nu(bt)$	$\frac{(\sqrt{s^2 + b^2} - s)^v}{b^v \sqrt{s^2 + b^2}}, v > -1$