→ **Versión reducida** (f(n) es fácil pq es un polinomio)

$$T(n) \in \begin{cases} \Theta(n^{\log_b a}) & \text{si } a > b^d \\ \Theta(n^d) & \text{si } a < b^d \\ \Theta(n^d \log n) & \text{si } a = b^d \end{cases}$$

¡Ej! $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + 1$; $f(n) = 1 \Longrightarrow d = 0$

$\left.\begin{array}{l} a = 2 \\ b = 2 \end{array}\right\}$ $2 > 2^0$; $2 > 1 \Longrightarrow \boxed{T(n) \in \Theta(n^{\log_2 2}) = \Theta(n)}$

¡Ej! **Importante** $T(n) = 3T\left(\frac{n}{4}\right) + n\log n$

$a = 3$; $b = 4$; $f(n) = n\log n \longrightarrow d = 1 + \varepsilon$

$\log_b a = \log_4 3 \Longrightarrow$ grado < 1 → **0,792...**

- Estudiamos las posibilidades :

1) $n\log n \in O(n^{\log_4 3 - \varepsilon})$ $\boxed{\text{Falso}}$

2) $n\log n \in \Omega(n^{\log_4 3 + \varepsilon})$ $\boxed{\text{Verdadero}}$ $\longrightarrow \boxed{T(n) \in \Theta(n\log n)}$

- Obtener la e (condición de regularidad) : $\exists e < 1$

$a \cdot f\left(\frac{n}{b}\right) \leq e \cdot f(n)$; $3 \cdot f\left(\frac{n}{4}\right) \leq e \cdot (n\log n)$;

$3 \cdot \left(\frac{n}{4} \cdot \log \frac{n}{4}\right) \leq e\,(n \cdot \log n)$;

$\frac{3}{4} \cdot \cancel{n} \cdot \log \frac{n}{4} \leq e \cdot \cancel{n} \cdot \log n$; $\frac{3}{4}(\log n - 2) \leq e \cdot \log n$

$$\boxed{e = \frac{3}{4} < 1}$$

→ Versión reducida $\boxed{2.0}$ T^a Maestro !

$\log_b a > d \longrightarrow T(n) \in \Theta(n^{\log_b a})$

$\log_b a < d \longrightarrow T(n) \in \Theta(n^d)$

$\log_b a = d \longrightarrow T(n) \in \Theta(n^d \log n)$

¡Ej! Resolver y orden de complejidad

$T(n) = 4T(n/2) + n \qquad T(1) = 1 \qquad T(2) = 6$

1) Cambio variable: $n = 2^k \quad ; \quad k = \log_2 n$

$T(2^k) = 4T(2^{k-1}) + 2^k \qquad F(k) = T(2^k) \quad y \quad F(k-1) = T(2^{k-1})$

$F(k) = 4F(k-1) + 2^k \rightarrow$ Forma ec. recurrencia básica

2) Resolvemos ec. recurrencia:

$(x-4)(x-2) = 0 \Longrightarrow \boxed{r_1 = 4 \mid r_2 = 2}$

$F(k) = \alpha_1 \cdot 4^k + \alpha_2 \cdot 2^k$

3) Deshacemos el cambio: $T(n) = \alpha_1 \cdot n^2 + \alpha_2 \cdot n$

Sacamos las soluciones

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 = 1 \Longrightarrow \boxed{\alpha_1 = 2} \quad \boxed{\alpha_2 = 1} \\ \alpha_1 \cdot 4 + \alpha_2 \cdot 2 = 6 \Longrightarrow T(n) = 2n^2 + n \end{cases}$$

Obtenemos α_1 y α_2 después de deshacer el cambio de variable

4) Complejidad: $T(n) \in \Theta(n^2)$

¡5! Resolver ecuación $T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + n^{1/2}$ $\quad T(1) = 1$

1) $\boxed{n = 4^k}$; $k = \log_4 n$

$T(4^k) = 2T(4^{k-1}) + (4^k)^{1/2}$

$$\begin{cases} \cdot\ T(4^k) = F(k) \\ \cdot\ T(4^{k-1}) = F(k-1) \end{cases}$$

$$\boxed{F(k) = 2F(k-1) + 2^k}$$

2) $(x-2)(x-2) = 0 \Rightarrow z_1 = 2,\ m_1 = 2 \Rightarrow F(k) = \alpha_1 2^k + \alpha_2 k 2^k$

$$\begin{cases} T(4^0) = F(0) \\ T(4^0) = T(1) = 1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{F(0) = 1}$$

$$\begin{cases} F(1) = 2F(0) + 2 \\ F(1) = 2 \cdot 1 + 2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \boxed{F(1) = 4}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = 1 \\ 2\alpha_1 + 2\alpha_2 = 4 \end{cases} \quad \boxed{\begin{matrix} \alpha_1 = 1 \\ \alpha_2 = 1 \end{matrix}}$$

$F(k) = 2^k + k2^k \qquad T(4^k) = 2^k + k2^k$

3) $2^k = \sqrt{n}$

$$\boxed{T(n) = \sqrt{n} + \log_4 n \cdot \sqrt{n}}$$

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

1. $\log_a 1 = 0$
2. $\log_a a = 1$
3. $\log_a x^y = y \log_a x$
4. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
5. $\log_a x/y = \log_a x - \log_a y$
6. $a^{\log_b x} = x^{\log_b a}$ ¡x suele ser una n!
7. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} = \log_a b \log_b x$