Практическое задание к Уроку 4. Предел функции. Часть 1

1. Найти области определения функций:

   а) $f(x) = \ln(x+2)$

   Для определения аргумента задаю $(x+2) > 0$

   Тогда $x > -2$

   Соответственно, областью определения являются все значения x, которые делают выражение определенным: $D(f) = [-2, \infty]$.

2. Найти множества значений функций:

а) $f(x) = 2^{x^2}$

$2^{x^2} > 0$, поскольку квадрат любого действительного числа не может быть отрицательным числом

$x^2 \ln 2 > 0$

$$x^2 > \frac{1}{\ln 2}$$

$$x > \sqrt{\frac{1}{\ln 2}}$$

Соответственно, $\mathrm{E}(f) = [1.20112240\ldots;\ \infty]$

б) $f(x) = 3 - 5\cos x$

$x_1 = 3 - 5 \cdot (-1) = 8$

$x_1 = 3 - 5 \cdot 1 = -2$

Соответственно, $\mathrm{E}(f) = [-2;\ 8]$

3. Построить график функции:

а) $y = x^2 + 4x + 3$

Использую вид записи $ax^2 + bx + c$, тогда $a = 1, b = 4, c = 3$.

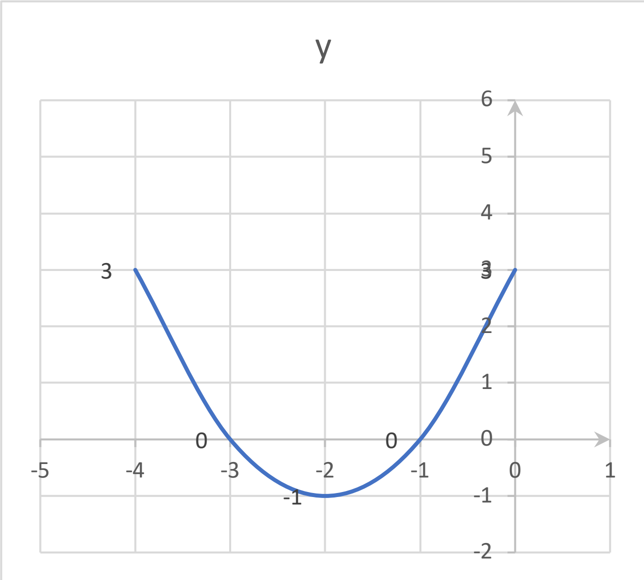
$x^2 + 4x + 3 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4$

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = -1$$

$$x_2 = \frac{-4 - \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = -3$$



x	y
-4	3
-3	0
-2	-1
-1	0
0	3

б) $y = -2\sin 3x$

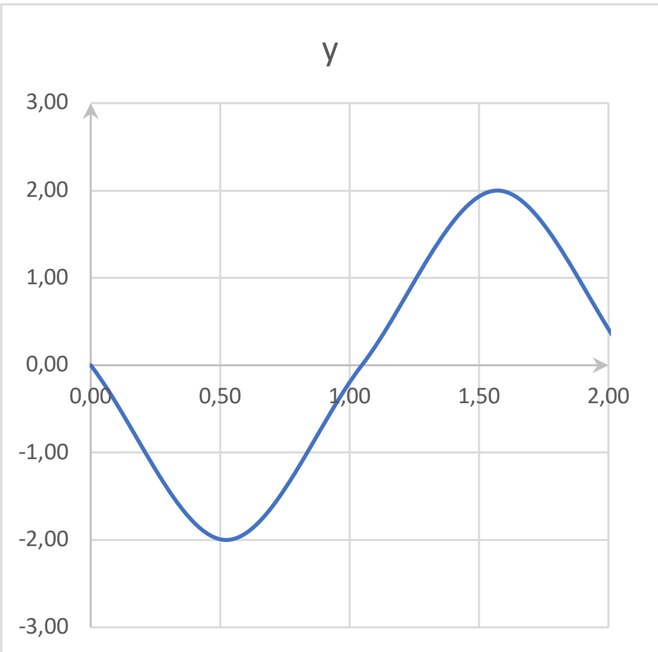
$a\sin(bx - c) + d,$

$a = -2 \Rightarrow$ амплитуда $|a| = 2$

$b = 3 \Rightarrow$ период $\dfrac{2\pi}{b} = \dfrac{2\pi}{3}$

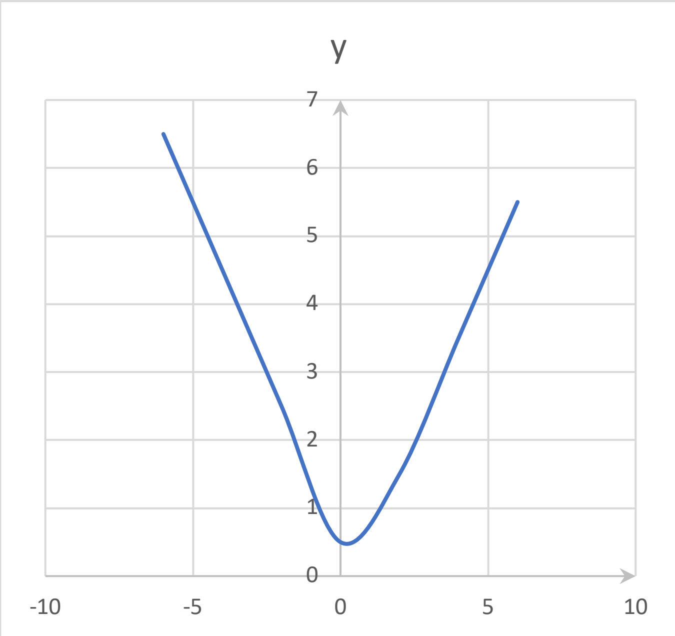
$c = 0 \Rightarrow$ сдвиг периода (фазовый сдвиг) $\dfrac{c}{b} = \dfrac{0}{3} = 0$ (на 0 вправо)

$d = 0 -$ вертикальное смещение (вертикальный сдвиг)



x	$f(x)$
0	0
$\frac{\pi}{6}$	-2
$\frac{\pi}{3}$	0
$\frac{\pi}{2}$	2
$\frac{2\pi}{3}$	0

в) $y = \left|\{x\} - \frac{1}{2}\right|$



x	y
-6	6,5
-4	4,5
-2	2,5
0	0,5
2	1,5
4	3,5
6	5,5

4. Найти обратную функцию:

а) $y = x - 1$
$-x = -1 - y \Rightarrow x = 1 + y$
б) $y = \sqrt{x}$
$x = y^2$

5. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x \to -2} (5x^2 + 2x - 1) = \lim\limits_{x \to -2} 5x^2 + \lim\limits_{x \to -2} 2x - \lim\limits_{x \to -2} 1 = 5 \lim\limits_{x \to -2} x^2 + 2 \lim\limits_{x \to -2} x - 1 \cdot 1 =$

$= 5\left(\lim\limits_{x \to -2} x\right)^2 + 2 \lim\limits_{x \to -2} x - 1 = 5(-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 1 = 15$ – ограниченная последовательность

2) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x}{x^2 - x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\frac{x}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2}} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 0$ – бесконечно малая последовательность

3) $\lim\limits_{x \to 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 25} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x \to 5} \frac{x^2 - 2 \cdot 3x + 9 - 9 + 5}{x^2 - 25} = \lim\limits_{x \to 5} \frac{(x^2 - 2x3 + 9) - 9 + 5}{x^2 - 25} = \lim\limits_{x \to 5} \frac{(x-3)^2 - 4}{x^2 - 25} = \lim\limits_{x \to 5} \frac{(5-3)^2 - 4}{5^2 - 25} = \frac{0}{0} = \infty$ – бесконечно большая последовательность

4) $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3 + x + 2}{x^3 + 1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x \to -1} \frac{\lim\limits_{x \to -1} x^3 + \lim\limits_{x \to -1} x + \lim\limits_{x \to -1} 2}{\lim\limits_{x \to -1} x^3 + \lim\limits_{x \to -1} 1} = \lim\limits_{x \to -1} \frac{\lim\limits_{x \to -1} x \cdot \lim\limits_{x \to -1} x \cdot \lim\limits_{x \to -1} x + \lim\limits_{x \to -1} x + 2}{\lim\limits_{x \to -1} x \cdot \lim\limits_{x \to -1} x \cdot \lim\limits_{x \to -1} x + 1} =$

$= \frac{(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) + (-1) + 2}{(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) + 1} = \frac{0}{0} = \infty$ – бесконечно большая последовательность

5) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{\sqrt{x-2} - 1} = \lim\limits_{x \to 3} \frac{\frac{\sqrt{2x+3} - 3}{\sqrt{2x+3} - 3}}{\frac{\sqrt{x-2} - 1}{\sqrt{2x+3} - 3}} = \lim\limits_{x \to 3} \frac{1}{\frac{\sqrt{x-2} - 1}{\sqrt{2x+3} - 3}} = \lim\limits_{x \to 3} \frac{1}{\frac{\sqrt{3-2} - 1}{\sqrt{2 \cdot 3 + 3} - 3}} = 1$ – ограниченная последовательность

6) $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x^2 + 4} - x) = +\infty$

7) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\frac{1}{x} - \frac{\cos x}{x}}{\frac{x^2}{x}} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\frac{x}{x} - \frac{1}{x}}{\frac{x}{x}} = \lim\limits_{x \to 0} \left(1 - \frac{1}{x}\right) = 1$ – ограниченная последовательность

8) $\lim\limits_{x \to 0} x \cdot ctg\, x = \lim\limits_{x \to 0} x \cdot \lim\limits_{x \to 0} ctg\, x = 0$ – бесконечно малая последовательность

9) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{x^2} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\frac{\cos 5x}{x} - \frac{\cos 3x}{x}}{\frac{x^2}{x}} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{2}{x} = 0$ – бесконечно малая последовательность

10) $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt[2x]{1+3x} = \lim\limits_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{1}{2x}} = 1$ – ограниченная последовательность

0

0

11) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{3+5x}{3+2x}\right)^{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{3+5\cdot 0}{3+2\cdot 0}\right)^{\frac{1}{x}} = 1$ – ограниченная последовательность

12)