resultado de aprendizaje

Dado las ecuaciones en el ejemplo construye las curvas de nivel y realiza una descripción general de la ecuación según la representación de las curvas de nivel (puntos máximos, mínimos, puntos de sillas profundidad forma, elongación etc.

1. **Descripción general de la función**

La función que estamos analizando es un polinomio de segundo grado, cuyo comportamiento se asemeja al de una función cuadrática en dos variables. Esta función, efectivamente, presenta una forma parabólica similar a la de un paraboloide. Esto se debe a que tanto (x^2) como (y^2) son componentes cuadráticos cuya suma forma un perfil "en tazón" o "cuenco". La función está expresada como:

$[\, f(x,y)=1+(x^2+y^2)\,]$

Esto indica que el valor de la función es siempre positivo, dado que el mínimo de (x^2 + y^2) es cero. Así, la función alcanza un mínimo global en el punto (f(0,0) = 1), y conforme nos alejamos del origen, su valor tiende a incrementarse sin límites.

1. **Curvas de nivel**

Las curvas de nivel se generan al asignar valores constantes a (f(x,y)). Es decir, buscamos las trayectorias donde (f(x,y) = c) para diversos valores de (c). A partir de esto, se obtiene la ecuación:

$[\, f(x,y)=c \Rightarrow 1+(x^2+y^2)=c \Rightarrow x^2+y^2=c-1\,]$

Esta ecuación describe circunferencias en el plano (xy), donde:

- El radio de cada circunferencia es (c - 1).
- Todos los centros de estas circunferencias coinciden en el origen ((0,0)).

1. **Análisis de las curvas de nivel**

Al variar el valor de (c), se generan circunferencias con radios distintos:

- Para (c = 1), la ecuación se reduce a (x^2 + y^2 = 0), lo que implica que la curva de nivel se reduce a un único punto: ((0,0)), que es el mínimo global de la función.

- Cuando (c > 1), se obtienen circunferencias con radio (c - 1), resultando en una serie de curvas de nivel concéntricas en torno al origen.

Por ejemplo:

- Si (c = 2), la curva de nivel se expresa como (x^2 + y^2 = 1), formando una circunferencia de radio 1.
- Si (c = 5), la curva de nivel se define con (x^2 + y^2 = 4), lo que implica una circunferencia de radio 2.

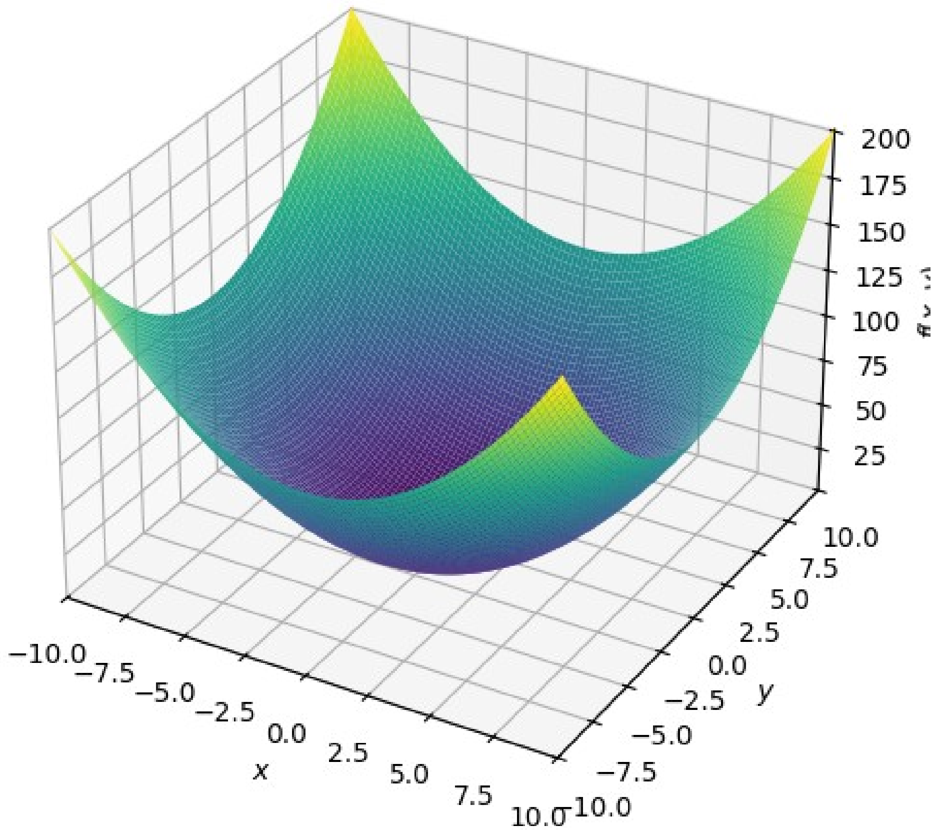
```
from sympy import *
import sympy as sp
init_printing(use_latex='mathjax')
import numpy as np
```

```
from sympy.abc import x,y,z
from sympy.abc import x
from sympy.plotting import plot3d

#funcion principal

f=1 + (x**2 + y**2)

plot3d(f)
```




```
<sympy.plotting.backends.matplotlibbackend.matplotlib.MatplotlibBacken
d at 0x200c144cf80>
```

siguiente funcion $f(x,y)=x3-x$

1. Curvas de Nivel

Las curvas de nivel de una función (f(x, y)) son las líneas que se derivan de la ecuación (f(x, y) = c), donde (c) representa una constante. En este caso particular, dado que (f(x, y)) no depende de (y), podemos considerar que la función se comporta como una función de una sola variable, (x). Esto implica que las curvas de nivel se manifestarán como líneas verticales en el plano (xy).

Para distintos valores de (c), las curvas de nivel se describen por la ecuación:

[$x^3 - x = c$]

2. Puntos Críticos

Para identificar los puntos críticos de la función, comenzamos calculando las derivadas parciales de (f(x, y)):

- La derivada parcial respecto a (x):

[$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 - 1$]

- La derivada parcial respecto a (y):

[$\frac{\partial f}{\partial y} = 0$]

La derivada con respecto a (y) es siempre cero, lo cual sugiere que no hay cambios en esa dirección. Para localizar los puntos críticos, resolvemos la ecuación:

[3x^2 - 1 = 0]

Esto nos lleva a:

[$x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$]

Por lo tanto, los puntos críticos son ($x = \frac{1}{\sqrt{3}}$) y ($x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$).

3. Máximos, Mínimos y Puntos de Silla

Para determinar la naturaleza de estos puntos críticos, debemos examinar la segunda derivada respecto a (x):

[$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 6x$]

Evaluando en ($x = \frac{1}{\sqrt{3}}$), la segunda derivada es positiva, lo que indica que este punto constituye un mínimo local. Por otro lado, al evaluar en ($x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$), la segunda derivada es negativa, lo que sugiere que este punto es un máximo local.

1. Forma y Alargamiento.

La forma de la gráfica está condicionada principalmente por el término cúbico x3, que da lugar a una gráfica con una curva que cambia de signo cuando x pasa de positivo a negativo.

Alargamiento: en la dirección y es constante para cualquier y, ya que no hay una variación de y. Profundidad: la función es simétrica con respecto de x, hay un mínimo local en x=31 y un máximo local en x=−31.

1. Conclusión General

La función $f(x, y) = x3 - x$ f(x,y)=x3−x presenta:

• Un máximo local en x=−31. • Un mínimo local en x=31. • Un punto de silla, dado que la derivada segunda en x=0 es cero y cambia la concavidad.

Las curvas de nivel son rectas verticales a lo largo del eje y, ya que la función solo es dependiente de x.

Representación Gráfica

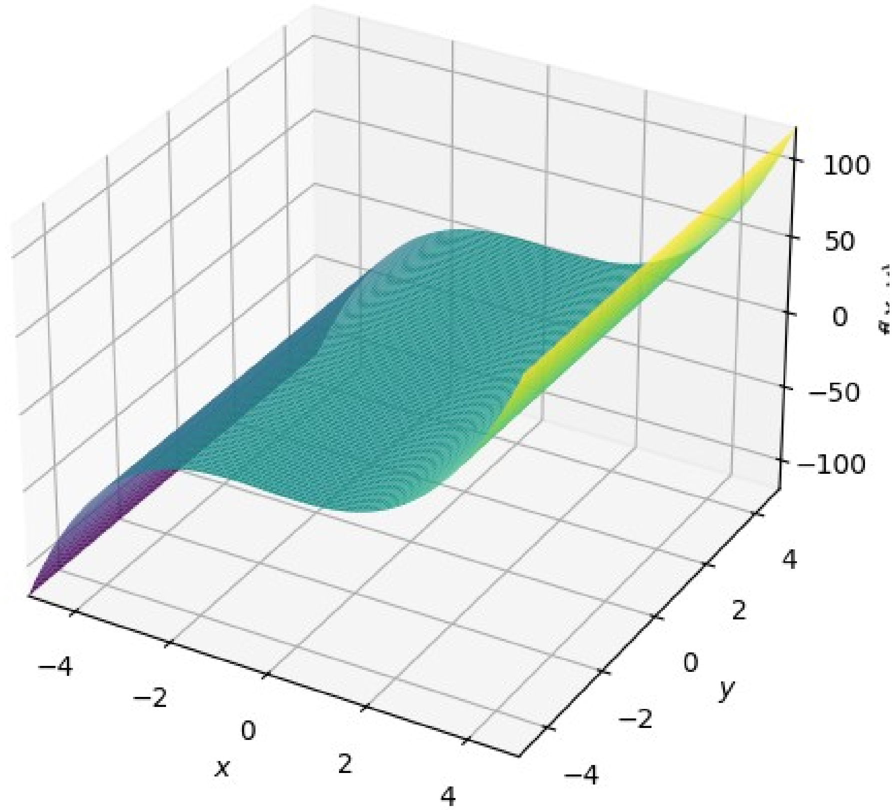
La representación gráfica de esta función nos mostraría un comportamiento en x similar al comportamiento típico de una función cúbica, con un punto de inflexión en x=0 y unas curvas de nivel que son las rectas verticales a lo largo del eje y.

```
import sympy as sp
from sympy.plotting import plot3d

x, y = sp.symbols('x y')


f = x**3 - x

plot3d(f, (x, -5, 5), (y, -5, 5))
```




```
<sympy.plotting.backends.matplotlibbackend.matplotlib.MatplotlibBacken
d at 0x200ddeb3a70>
```

siguiente funcion :

1. Curvas de Nivel

Las curvas de nivel de una función (f(x, y)) son las líneas que representan los valores constantes de la función, es decir, donde (f(x, y) = c). En este caso, tenemos la siguiente relación:

[$x\left(1+y^2\right)=c$]

Al despejar (x), obtenemos la expresión:

[$x=\frac{c}{1+y^2}$]

Estas curvas se presentan en forma de hipérbolas en el plano (xy), ya que el valor de (x) depende de manera inversa del cuadrado de (y). Esto significa que a medida que el valor absoluto de (y) aumenta, el valor de (x) disminuye.

2. Puntos Críticos

Para identificar los puntos críticos de la función, es necesario calcular las derivadas parciales:

- Derivada parcial respecto a (x): [$\frac{\partial f}{\partial x} = 1 + y^2$]
- Derivada parcial respecto a (y): [$\frac{\partial f}{\partial y} = 2xy$]

Los puntos críticos se determinan cuando ambas derivadas parciales son iguales a cero.

La primera ecuación, ($\frac{\partial f}{\partial x} = 1 + y^2$), nunca se anula, dado que ($1 + y^2 > 0$) para cualquier valor de (y). Esto indica que no hay puntos críticos asociativos a (x), lo que significa que la función carece de puntos de máximo o mínimo en esa dirección.

Por otro lado, la segunda ecuación, ($\frac{\partial f}{\partial y} = 2xy = 0$), se cumple bajo dos condiciones: (x = 0) o (y = 0).

Así, el único punto crítico se encuentra cuando (x = 0) para cualquier valor de (y).

3. Máximos, Mínimos y Puntos de Silla

Dado que la función no presenta puntos críticos en la dirección de (x), no tiene máximos ni mínimos locales convencionales. En el caso específico de (y = 0), la función se simplifica a:

[$f(x, 0) = x$]

Esta última expresión representa una línea recta.

Puntos de Silla

No se identifican puntos de silla en la función, dado que no existen lugares donde la curvatura experimente cambios drásticos ni situaciones en las que la función transite de un máximo a un mínimo en dos direcciones distintas.

Forma y Elongación

La función ($f(x, y) = x(1 + y^2)$) presenta una configuración parabólica en la dirección de (y), al tiempo que exhibe una relación lineal con respecto a (x).

Elongación en (x): En esta dirección, la función se comporta linealmente, lo que implica una expansión uniforme a lo largo del eje horizontal.

Forma en (y): Respecto a (y), la función adopta una forma parabólica. Conforme el valor de (y) aumenta, (f(x, y)) crece a un ritmo acelerado debido al término (y^2).

Descripción General

La función (f(x, y) = x(1 + y^2)) presenta una forma parabólica en relación con (y) y es lineal en el eje (x). Entre sus características más relevantes se encuentran:

- Carece de máximos o mínimos locales, dado que la derivada con respecto a (x) no presenta ceros.

- El único punto crítico surge cuando (x = 0), aunque este no influye en la existencia de un máximo o mínimo en la función.
- Las curvas de nivel son hipérbolas descritas por la ecuación ($x=\frac{c}{1+y^2}$).

Conclusión

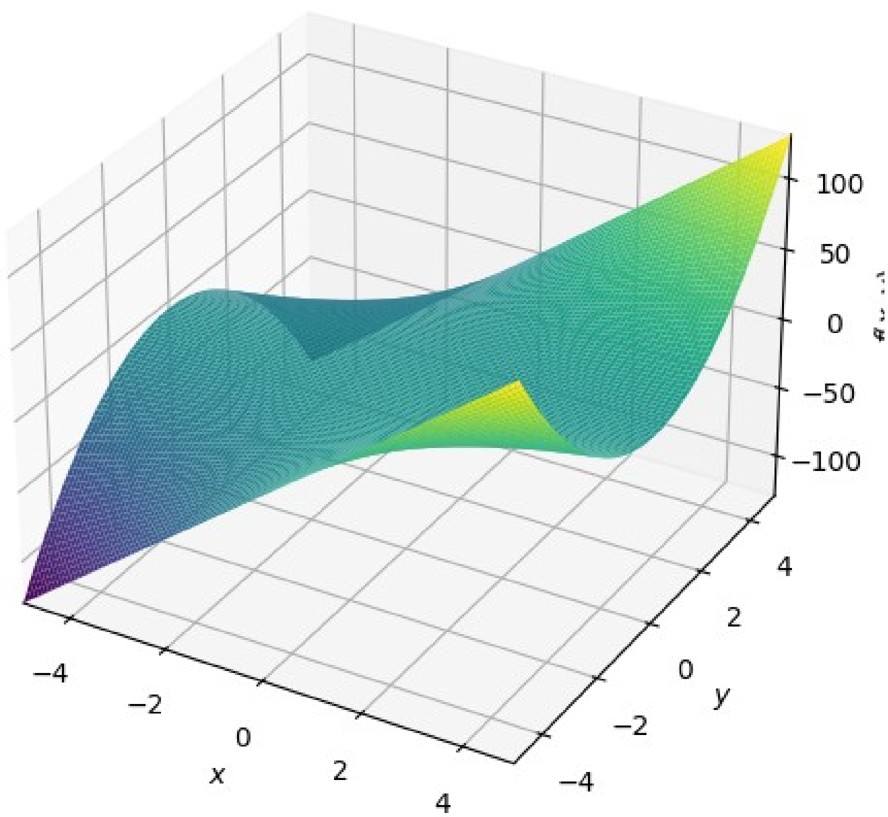
Esta función se manifiesta como más sencilla en la dirección de (x), mientras que muestra una dependencia parabólica en (y). Las curvas de nivel evidencian una reducción del valor de (x) a medida que se incrementa el valor absoluto de (y).

```python
import sympy as sp
from sympy.plotting import plot3d

x, y = sp.symbols('x y')

f = x * (1 + y**2)

plot3d(f, (x, -5, 5), (y, -5, 5))
```



```
<sympy.plotting.backends.matplotlibbackend.matplotlib.MatplotlibBacken
d at 0x200e1f85880>
```

siguiente funcion $f(x, y)=max|x),|y)$

1. Curvas de Nivel

Las curvas de nivel de la función

f(x,y) son las líneas en el plano x,y donde la función toma un valor constante. Dado que f(x,y)=max(|x|,|y|), las curvas de nivel estarán definidas por max(|x|,|y|)=c, donde c es una constante positiva.

Si |x|>|y|, entonces $f(x, y)=|x|$, y la curva de nivel es la línea vertical |x|=c.Si |y|>|x|, entonces f(x,y)=|y|, y la curva de nivel es la línea horizontal |y|=c. Esto da lugar a curvas de nivel que forman cuadrados alineados con los ejes coordenados. En otras palabras, las curvas de nivel para un valor constante | estarán formadas por los bordes del cuadrado |x|=c y |y|=c, lo que genera una estructura tipo "diamante".

1. Puntos Críticos

Para encontrar los puntos críticos de la función, observamos las zonas donde la función cambia su comportamiento. Como

$f(x, y)=max(|x|,|y|)$, la función no es diferenciable en los puntos donde

|x|=|y|, ya que en esos puntos la derivada cambia de dirección.

Punto Crítico en el Origen: El único punto crítico es el origen

(0,0), ya que en este punto

$f(x, y)=max(|x|,|y|)=0.$

1. Máximos, Mínimos y Puntos de Silla Mínimo Local: El único mínimo local ocurre en el origen (0,0), donde f(0,0)=0. Este es un mínimo global, ya que no hay ningún valor de la función menor que 0. Máximos: La función no tiene máximos locales, ya que aumenta indefinidamente a medida que |x| o |y| aumentan. Puntos de Silla: No existen puntos de silla en esta función, ya que no hay cambios de concavidad en diferentes direcciones.

2. Forma y Elongación La función tiene una estructura muy geométrica:

Elongación: La función crece de forma lineal en las direcciones de los ejes x,y. Cuanto más se aleje un punto del origen en cualquier dirección, mayor será el valor de la función. Forma: La gráfica de la función tiene una forma piramidal con vértice en el origen. En cada cuadrante, la función crece linealmente con pendiente 1 a medida que se aleja del origen. Las curvas de nivel son cuadrados centrados en el origen con lados paralelos a los ejes.

1. Descripción General La función $f(x, y)=max(|x|,|y|)$ representa la mayor distancia entre x,y al origen en términos de valores absolutos. Tiene un comportamiento simétrico respecto a los ejes x,y, y las principales características son:

Mínimo Global: En el punto (0,0), donde f(0,0)=0. Crecimiento Lineal: Aumenta linealmente en cualquier dirección lejos del origen. Curvas de Nivel: Son cuadrados (o diamantes) con lados paralelos a los ejes coordenados. Para un valor constante c, la curva de nivel corresponde al contorno del cuadrado definido por $|x|=c$ y |y|=c.

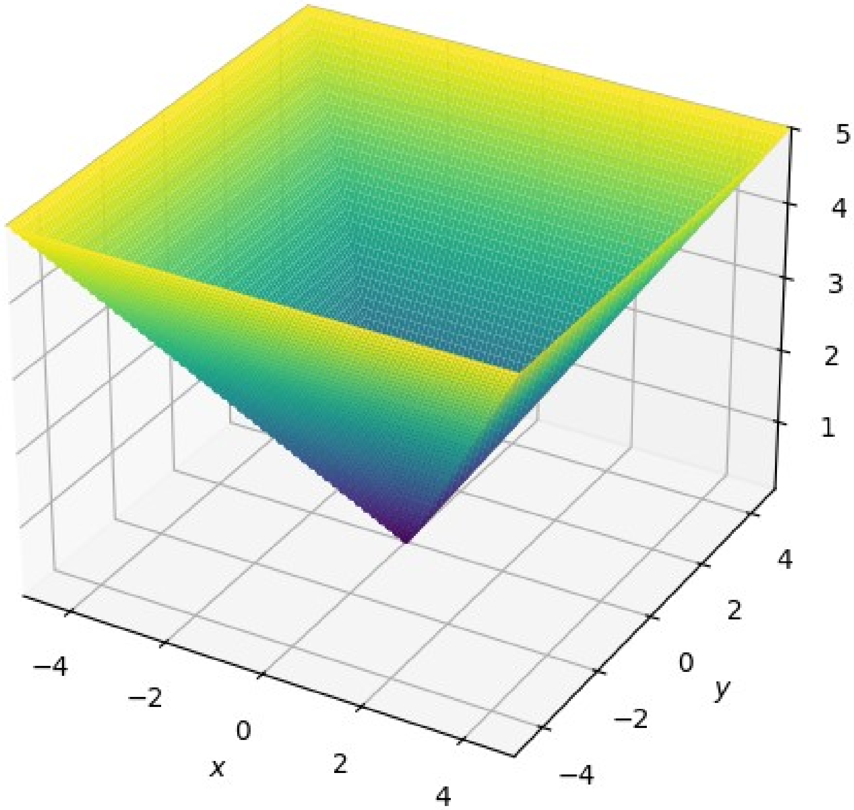
1. Conclusión Esta función es una representación de la "distancia máxima" entre x,y y desde el origen, con un mínimo en (0,0) y crecimiento indefinido. Su gráfica tiene forma de pirámide con lados planos y simetría con respecto a los ejes coordenados, lo que genera curvas de nivel cuadradas a medida que x,y se alejan del origen.

```
from sympy import *
import sympy as sp
init_printing(use_latex='mathjax')
import numpy as np
from sympy.abc import x,y,z
from sympy.abc import x
from sympy.plotting import plot3d

x, y = sp.symbols('x y')


f = sp.Max(sp.Abs(x), sp.Abs(y))

plot3d(f, (x, -5, 5), (y, -5, 5))
```




```
<sympy.plotting.backends.matplotlibbackend.matplotlib.MatplotlibBacken
d at 0x200df85e870>
```