

Problema 3

Elías López Rivera ¹

¹ Universidad Nacional Autónoma de México

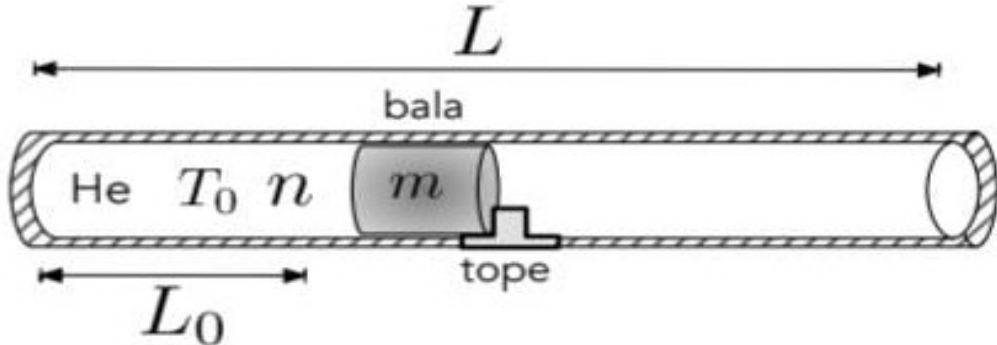
Facultad de Ciencias.

{¹elopezr2300}@alumno.ipn.mx.

11 de julio de 2025

1. Enunciado

Una pistola de gas consiste en un tubo cilíndrico de longitud L hecho de material asilante. Una pequeña bala de masa m se ajusta dentro del tubo de manera que se evita en lo posible la fricción con el tubo. Dentro de la cámara de la pistola se colocan n moles de Helio gaseoso, la cámara de gas tiene longitud inicial L_0 . La bala no permite la salida de gas y se mantiene sujeta mediante un tope. Si el gas está a temperatura T_0 y se remueve el tope súbitamente, (a) calcula la velocidad v con la cual sale disparada la bala de la pistola, (b) determina la velocidad máxima que puede tener la bala. Desprecia la presión atmosférica y considera que el gas de Helio se comporta como un gas ideal, usa los valores: $n = 1 \text{ mol}$, $T_0 = 100^\circ$, $m = 10 \text{ g}$, $L = 50 \text{ cm}$, $L_0 = 10 \text{ cm}$, $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{K mol}}$, es la constante del gas ideal.



2. Solución

a) Como el cilindro es de material aislante, se tendrá un proceso adiabático, $Q = 0$ durante todo el proceso, obtenemos la temperatura final :

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1} \implies T_f = T_0 \left(\frac{L_0}{L} \right)^{\gamma-1} \quad (1)$$

Debido al proceso termodinámico habrá un trabajo realizado por la expansión del gas, y por tanto un cambio en la velocidad de la bala (teorema trabajo energía, $v_0 = 0$).

$$W = \Delta K = \frac{1}{2} m v_f^2 \quad (2)$$

Además por la primera ley de la termodinámica:

$$\Delta U = -W + Q = -W \quad (3)$$

también sabemos que el cambio de energía interna en cualquier proceso es :

$$\Delta U = n c_v \Delta T \quad (4)$$

donde c_v es la capacidad calorífica a volumen constante.
de (1),(2),(3) y (4):

$$n c_v T_0 \left[1 - \left(\frac{L_0}{L} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{1}{2} m v_f^2 \quad (5)$$

Obteniendo c_v

$$c_v = c_p - R \implies \frac{c_v}{c_v} = \frac{c_p}{c_v} - \frac{R}{c_v} \implies 1 = \gamma - \frac{R}{c_v} \implies c_v = \frac{R}{\gamma - 1} \quad (6)$$

De (5) y (6):

$$v_f = \sqrt{\frac{2}{m} \left\{ \frac{n R T_0}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{L_0}{L} \right)^{\gamma-1} \right] \right\}} \quad (7)$$

Valuando (consideramos al Helio un gas diatómico):

$$v_f = \sqrt{\frac{2}{10(10^{-3})} \left\{ \frac{8,31 (373)}{\frac{5}{3} - 1} \left[1 - \left(\frac{10}{50} \right)^{\frac{5}{3}-1} \right] \right\} \frac{m}{s}} = 782,22 \frac{m}{s} \quad (8)$$

b) Encontrar la velocidad máxima es equivalente a calcular el límite:

$$v_{max} = \lim_{L_0 \rightarrow 0} \sqrt{\frac{2}{m} \left\{ \frac{n R T_0}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{L_0}{L} \right)^{\gamma-1} \right] \right\}} = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{n R T_0}{\gamma - 1} \right)} \quad (9)$$

Evaluando:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2}{10(10^{-3})} \left(\frac{8,31 (373)}{\frac{5}{3} - 1} \right) \frac{m}{s}} = 964,307 \frac{m}{s} \quad (10)$$