Problema 8

Elías López Rivera [1]

[1] Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de ciencias

26 de enero de 2025

1. Enunciado

Dé dos sucesiones $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de números reales positivos, una convergente a 0 y la otra divergente tales que:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{b_{n+1}}{b_n} = 1$$

Proceda de manera similar con el ejercicio 7.

2. Solución

Tomemos $(a_n)_{n\in\mathbb{N}} = \frac{1}{n}$ $(b_n)_{n\in\mathbb{N}} = n$, es claro que la primera converge a 0 y la segunda diverge, veamos que:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{b_{n+1}}{b_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = \lim_{n\to\infty} 1 + \frac{1}{n} = 1$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{b_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}} = 1$$

Se obtiene que este criterio, no es concluyente acerca de la convergencia o divergencia de una sucesión