Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias

Álgebra lineal

Tarea examen 1

Elías López Rivera[1] Adolfo Angel Cardoso Vasquez[2]
Emiliano Gómez Hernández[3]
{[1] `elias.lopezr`, [2] `acardosov2400`, [3]`emiliano_gomez`}`@ciencias.unam.mx`

Fecha: 20/10/2024

Problema 3

Sea $\mathbb{R}_3[x]$*, el espacio vectorial de polinomios de grado a lo más* 3 *y el polinomio* 0*. De las siguientes listas de elementos de* $\mathbb{R}_3[x]$*, determina si el primer polinomio puede ser escrito como combinación lineal de los anteriores:*

I. $x^3 - 3x + 5, x^3 - 2x^2 - x + 1, x^3 + 3x^2 - 1$

II. $4x^3 + 2x^2 - 6, x^3 - 2x^2 + 4x + 1, 3x^3 - 6x^2 + +x + 4$

III. $-2x^3 - 11x^2 + 3x + 2, x^3 + -2x^2 + 3x - 1, 2x^3 + x^2 + 3x - 2$

Demostración.

□

Problema 4

Demuestra que $\langle\{x\}\rangle = \{ax : a \in F\}$*, para cualquier vector* x *de un* F*- espacio vectorial. Interpretar el resultado geometricamente en* $\mathbb{R}^3$

Demostración.

□

Problema 5

Demuestra que si W *es un subconjunto de un espacio vectorial* V *entonces:*

$$W \leq V \iff \{W\} = W$$

Demostración.

$\square$

Problema 6

Demuestra que si S_1 y S_2 son subconjuntos de un espacio vectorial V tales que $S_1 \subset S_2$ entonces $\langle S_1 \rangle \subset \langle S_2 \rangle$. En particular si $\langle S_1 \rangle = V$ entonces $\langle S_2 \rangle = V$

Demostración.

$\square$

Problema 7

Demuestra que si S_1 y S_2 son subconjuntos de un espacio vectorial V, entonces $\langle S_1 \rangle + \langle S_2 \rangle = \langle S_1 \cup S_2 \rangle$

Demostración.

$\square$

Problema 8

Sea $\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\} \subset \mathbb{R}^3$, demostrar que S es linealmente independiente

Demostración.

$\square$

Problema 9

Sean $\vec{u}, \vec{v}$ dos vectores distintos de un espacio vectorial, demostrar que $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ es linealmente independiente si y solo si un vector es múltiplo escalar del otro

Demostración.

$\square$

Problema 10

Demostrar que un conjunto S de vectores es lineamente independiente si y solo si cada subconjunto finito de S es linealmente dependiente

Demostración.

$\square$

Problema 11

Suponga que $S = \{v_1, v_2, \cdot, v_r\}$ contiene un subconjunto linealmente dependiente, digamos $\{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ demostrar que S también es linealmente dependiente

Demostración.

$\square$

Problema 12

Demostrar que el conjunto e^x, e^{2x} es un conjunto linealmente independiendente en el espacio $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, el espacio de las funciones de variable real

Demostración.

$\square$

Problema 13

Demuestra que el conjunto $\{e^{nx} : n \in \mathbb{N}\}$ es linealmente independiente en $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$

Demostración.

$\square$

Problema 14

Demuestra que son equivalentes para un conjunto de vectores $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \cdots, \vec{v_n}$*:*

I. *El conjunto* $\{\vec{v_1}, \vec{v_2}, \cdot, \vec{v_n}\}$ *es linealmente independiendiente*

II. *El conjunto* $\{\vec{v_1}, \cdot, c\,\vec{v_i}, \cdot, \vec{v_n}\}$ *es linealmente independiendiente para todo* $c \in F/\{0\}$

III. *El conjunto* $\{c_1\,\vec{v_1}, c_2\,\vec{v_2}, \cdots, c_i\,\vec{v_i}, \cdot, c_n\,\vec{v_n}\}$ *es linealmente independiente para todo* $\{c_i : i \in I_n\} \subset F/\{0\}$

IV. *El conjunto* $\{\vec{v_1} + c\vec{v_j}, \vec{v_2}, \cdots, \vec{v_j}, \cdots, \vec{v_n}\}$ *es linealmente independiente para todo* $c \in F$ *si* $i \neq j$

Demostración.

□

Problema 15

El conjunto $\{\int_0^1, \int_0^2, \cdots, \int_0^n\}$ *es linealmente independiendiente en el espacio* $lin(c(\mathbb{R}), \mathbb{R})$*, donde* $C(\mathbb{R})$ *es el espacio de funciones continuas de variable real*

Demostración.

□