

Problema 4

Elías López Rivera ¹, Adolfo Ángel Cardoso Vásquez ²

^{1 2} Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

11 de julio de 2025

1. Enunciado

Dado un conjunto no vacío $X := [a, b]$, demostrar que el espacio $\ell(X, \mathbb{R})$, demostrar que el espacio de todas las funciones que van de X a \mathbb{R} con operaciones puntuales, no es espacio vectorial real de dimensión finita.

2. Solución

Supongamos $n = \dim(\ell)$, con $n \in \mathbb{N}$, esto implica que no existe ningún subconjunto $L.I$ de $\ell(X, \mathbb{R})$, tal que su cardinalidad exceda n , ahora tenemos que $f(x) = x^k$ con $k \in \mathbb{N}$, cumple que $f \in \ell(X, \mathbb{R})$, por tanto el conjunto $B := \{1, x, x^2, \dots, x^n\}$, es subconjunto $L.I$ de $\ell(X, \mathbb{R})$ cuya cardinalidad es mayor a n , una contradicción.