

Problema 12

Elías López Rivera ¹

¹ Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias.

{¹elopezr2300}@alumno.ipn.mx.

7 de julio de 2025

1. Enunciado

Demuestre que un subconjunto V de \mathbb{R} es vecindad de un punto x si y solo si existe $\epsilon > 0$ tal que $(x - \epsilon, x + \epsilon) \subseteq V$

2. Solución

\implies) Es claro que $x \in (x - \epsilon, x + \epsilon)$ para algún $\epsilon > 0$, como $(x - \epsilon, x + \epsilon) \subseteq V$, además de que $(x - \epsilon, x + \epsilon)$, es un intervalo abierto, se sigue que V cumple la definición de vecindad.

\Longleftarrow) si $V \subseteq \mathbb{R}$ es vecindad de x , entonces existe I , intervalo abierto tal que $x \in I \subseteq V$, sea $I := (a, b)$, es claro que $a < x < b$, de donde se sigue que $a = x - \epsilon$ y $b = x + \epsilon$ para algún $\epsilon > 0$